

**Universidade de São Paulo
Instituto de Física**

RELATIVIDADE - 4300374

AULA 08

<https://edisciplinas.usp.br/course/view.php?id=101531>

**Profa. Márcia de Almeida Rizzutto
Pelletron – sala 220
rizzutto@if.usp.br**

2o. Semestre de 2022

Transformação de Lorentz

$$\begin{aligned}x_J &= x_M \\y_J &= \gamma(y_M - V \cdot t_M) \\z_J &= z_M \\t_J &= \gamma\left(t_M - \frac{V}{c^2} y_M\right)\end{aligned}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}$$

As equações de transformação de Lorentz são instrumentos que permitem que, conhecendo as coordenadas de um evento em um sistema, S_M , possamos encontrar as novas coordenadas que descrevem, o mesmo evento em S_J . Isto é, as equações acima permitem passar do sistema S_M para S_J . O conjunto de equações que permite voltar de S_J para S_M corresponde à *transformação inversa*

Transformação de Lorentz - inversa

$$x_M = x_J$$

$$y_M = \gamma(y_J + V \cdot t_J)$$

$$z_M = z_J$$

$$t_M = \gamma\left(t_J + \frac{V}{c^2} y_J\right)$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}$$

Procedimento:

Refazer todo o procedimento anterior trocando J por M em todas as passagens

Percebemos que a diferença entre a “ida” de S_M para S_J e a “volta” de S_J para S_M está no sinal da velocidade.

Ou seja a passagem de S_M para S_J é a velocidade V de João em relação a Maria

E a passagem de S_J para S_M é a velocidade $-V$ de Maria em relação ao João

Transformação de Lorentz

- Uma observação importante e interessante é que as Transformações de Galileu são um limite das Transformações de Lorentz para $V \ll c$ ($\gamma \sim 1$ e $V/c^2 \sim 0$). Isto não significa que a física clássica seja um caso particular da relatividade
- *Outra observação é que nada pode ter velocidade maior que a velocidade da luz pois isto levaria a um valor negativo dentro da raiz que daria um valor complexo para γ*

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}$$

Transformação de Lorentz – Estudo de caso

Observações importantes no contexto da relatividade são:

- os conceitos genéricos de espaço e tempo não são necessariamente úteis
- É mais importante prestar atenção aos eventos
- Geralmente os problemas de relatividade envolvem apenas relações entre eventos, as suas soluções podem ser obtidas através de procedimentos analíticos que podem envolver:
 - **PASSOS A SEGUIR:**

1- identificar e rotular os eventos importantes do problema.

2– Extrair, partir das informações fornecidas pelo problema, as 4 coordenadas espaço temporais de cada evento em cada um dos referenciais.

3- Usar a transformação de Lorentz para obter as 4 coordenadas desconhecidas de um dado evento a partir das 4 coordenadas já conhecidas daquele mesmo evento

4 – Repetir o procedimento para todos os eventos importantes do problema

Exemplo – Capítulo 21 da apostila de MJMS

Estudo de caso

Duas bombas:

Existem duas bombas idênticas, com pavios de igual tamanho, que levam um tempo para explodir quando estão em repouso. Ou seja, representa o tempo próprio de explosão de cada bomba.

Maria, em São Paulo, acende os pavios das duas bombas ao mesmo tempo.

No instante em que as bombas são acesas, João passa de carro, toma a bomba número 2 e a leva, com uma velocidade v , para a uma cidade a direita de São Paulo

O objetivo deste exemplo é determinar as coordenadas espaço-temporais das explosões das duas bombas observadas nos referenciais S_M e S_J .

- **PASSOS A SEGUIR:**

1- identificar e rotular os eventos importantes do problema.

2- Extrair, partir das informações fornecidas pelo problema, as 4 coordenadas espaço temporais de cada evento em cada um dos referenciais

Evento de referência

- Maria acende as duas bombas na origem do sistema de coordenadas e João pega a bomba 2 na origem do sistema de coordenadas

$$S_M: (x_M^R, y_M^R, z_M^R, t_M^R) = (0,0,0,0)$$

$$S_J: (x_J^R, y_J^R, z_J^R, t_J^R) = (0,0,0,0)$$

Evento a

- explosão da bomba 1 que esta estacionária em relação a Maria

$$S_M: (x_M^a, y_M^a, z_M^a, t_M^a) = (0,0,0,\tau)$$

$$S_J: (x_J^a, y_J^a, z_J^a, t_J^a)$$

Evento b

- explosão da bomba 2 que esta estacionária em relação a João

$$S_M: (x_M^b, y_M^b, z_M^b, t_M^b)$$

$$S_J: (x_J^b, y_J^b, z_J^b, t_J^b) = (0,0,0,\tau)$$

Passo3: Usar a transformação de Lorentz para obter as 4 coordenadas desconhecidas de um dado evento a partir das 4 coordenadas já conhecidas daquele mesmo evento

Passo3: Usar a transformação de Lorentz para obter as 4 coordenadas desconhecidas de um dado evento a partir das 4 coordenadas já conhecidas daquele mesmo evento

$$\begin{aligned}x_J &= x_M \\y_J &= \gamma(y_M - V t_M) \\z_J &= z_M \\t_J &= \gamma\left(t_M - \frac{V}{c^2} y_M\right)\end{aligned}$$

Evento a - $S_M: (x_M^a, y_M^a, z_M^a, t_M^a) = (0, 0, 0, \tau)$

- explosão da bomba 1 que esta estacionária em relação a Maria

$$\begin{aligned}x_J^a &= x_M^a = 0 \\y_J^a &= \gamma(y_M^a - V t_M^a) = -\gamma V \tau \\z_J^a &= z_M^a = 0 \\t_J^a &= \gamma\left(t_M^a - \frac{V}{c^2} y_M^a\right) = \gamma \tau\end{aligned}$$

$$S_J: (x_J^a, y_J^a, z_J^a, t_J^a) = (0, -\gamma V \tau, 0, \gamma \tau)$$

Aplicar a transformação de Lorentz inversa para obter as 4 coordenadas desconhecidas

$$\begin{aligned}x_M &= x_J \\y_M &= \gamma(y_J + Vt_J) \\z_M &= z_J \\t_M &= \gamma\left(t_J + \frac{V}{c^2}y_J\right)\end{aligned}$$

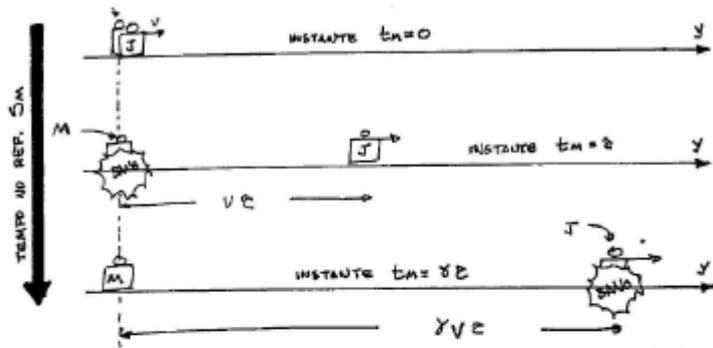
Evento b – $S_J:(x_J^b, y_J^b, z_J^b, t_J^b) = (0,0,0,\tau)$

Explosão da bomba 2, estacionária em relação ao João

$$\begin{aligned}x_M^b &= x_J^b = 0 \\y_M^b &= \gamma(y_J^b + Vt_J^b) = \gamma V\tau \\z_M^b &= z_J^b = 0 \\t_M^b &= \gamma\left(t_J^b + \frac{V}{c^2}y_J^b\right) = \gamma\tau\end{aligned}$$

$S_M:(x_M^b, y_M^b, z_M^b, t_M^b) = (0, \gamma V\tau, 0, \gamma\tau)$

RESULTADO:



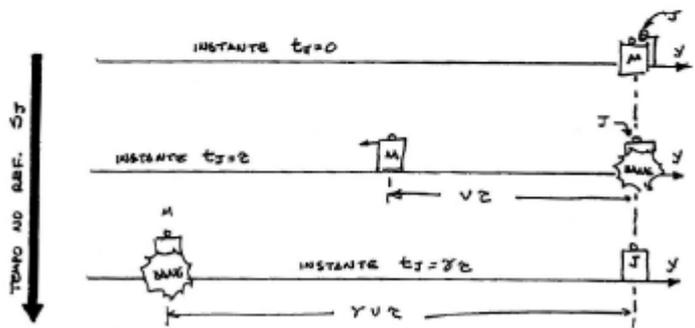
MJMS, Figura 21.2

Referencial da Maria

$$S_M: (0, 0, 0, 0)$$

$$S_M: (0, 0, 0, \tau)$$

$$S_M: (0, \gamma V \tau, 0, \gamma \tau)$$



MJMS, Figura 21.3

Referencial do João

$$S_J: (0, 0, 0, 0)$$

$$S_J: (0, 0, 0, \tau)$$

$$S_J: (0, -\gamma V \tau, 0, -\gamma \tau)$$

Exemplo 3 do capítulo 21 de MJMS:

- *Ana e Maria viajam numa enorme nave espacial e cruzam, a uma velocidade $V = 3/5 \cdot c$, com uma outra nave, onde estão João e Zé. Em ambas as naves, cada passageiro possui um relógio de duas faces e, em cada uma das naves, os relógios estão sincronizados entre si. Além disso, cada pessoa possui uma máquina fotográfica, colocada de modo a poder fotografar simultaneamente o seu relógio e o do passageiro da outra nave, que passa à sua frente num dado instante. Os vários passageiros estão dispostos nas naves de modo que, no referencial da Maria, tanto a distância entre Ana e Maria como a distância entre João e Zé são iguais a $L = 1,8 \times 10^9 m$*

Lembrar de seguir o procedimento:

- 1- identificar e rotular os eventos importantes do problema.*
- 2– Extrair, partir das informações fornecidas pelo problema, as 4 coordenadas espaço temporais de cada evento em cada um dos referenciais.*
- 3- Usar a transformação de Lorentz para obter as 4 coordenadas desconhecidas de um dado evento a partir das 4 coordenadas já conhecidas daquele mesmo evento*
- 4 – Repetir o procedimento para todos os eventos importantes do problema*