

# Eletromagnetismo

4300372

F.S. Navarra

navarra@if.usp.br

Guilherme Germano (monitor)

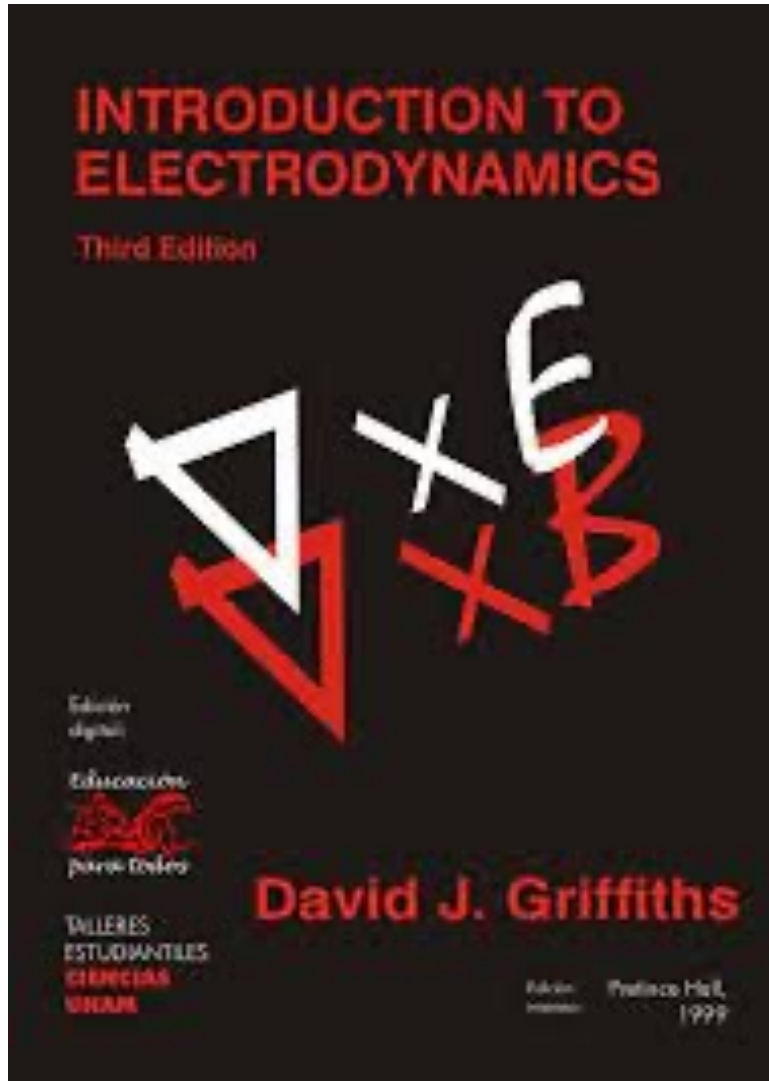
guilherme.germano@usp.br

[edisciplinas.if.usp.br](http://edisciplinas.if.usp.br)

# Plano do Curso

16/08	13/09	11/10	08/11
19/08 ←	16/09	14/10	11/11
23/08	20/09 P1	18/10	15/11
26/08	23/09	21/10 P2	18/11
30/08	27/09	25/10	22/11
02/09	30/09	28/10	25/11
06/09	04/10	01/11	29/11 P3
09/09	07/10	04/11	02/12 ex
			06/11 Sub

# Bibliografia



Capítulo 2 : eletrostática

Capítulo 5 : magnetostática

Capítulo 7 : eletrodinâmica

Capítulo 8 : leis de conservação

Capítulo 9 : ondas eletromagnéticas

Capítulo 10 : campos e potenciais

Capítulo 11 : radiação

# Bibliografia

## Física 3

Maria José Bechara

José Luciano Miranda Duarte

Manoel Roberto Robilotta

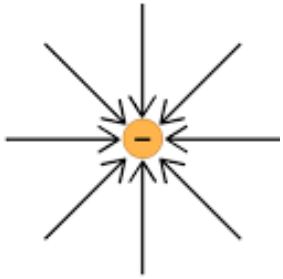
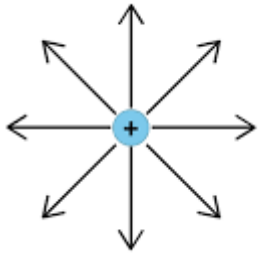
Suzana Salem Vasconcelos

*Instituto de Física da Universidade de São Paulo*

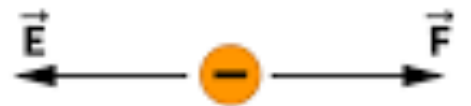
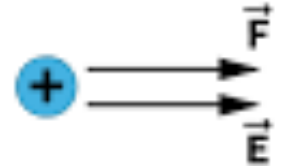
São Paulo, 5 de fevereiro de 2020

# Aula 2

# Campo



# Força



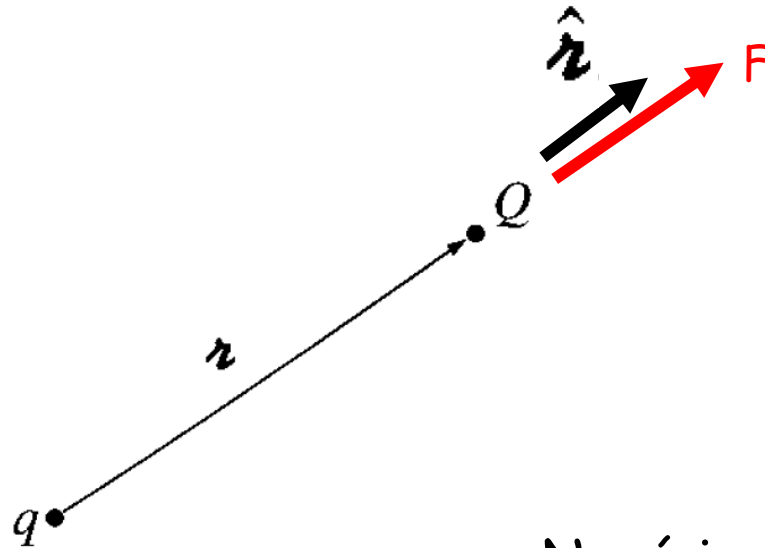
# Lei de Coulomb

$$F = k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{d^2}$$

A coordenada importante é a distância entre as duas cargas !

Vetor separação: "vai de quem cria para quem sente"

Duas cargas :



Força em Q :

$$\mathbf{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qQ}{r^2} \hat{r}$$

G59

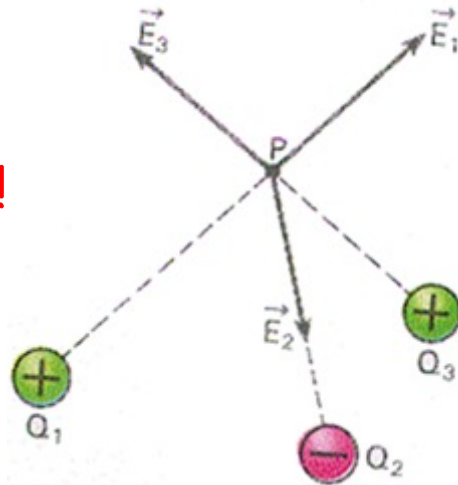
$$\mathbf{F} = QE,$$

Na gíria :

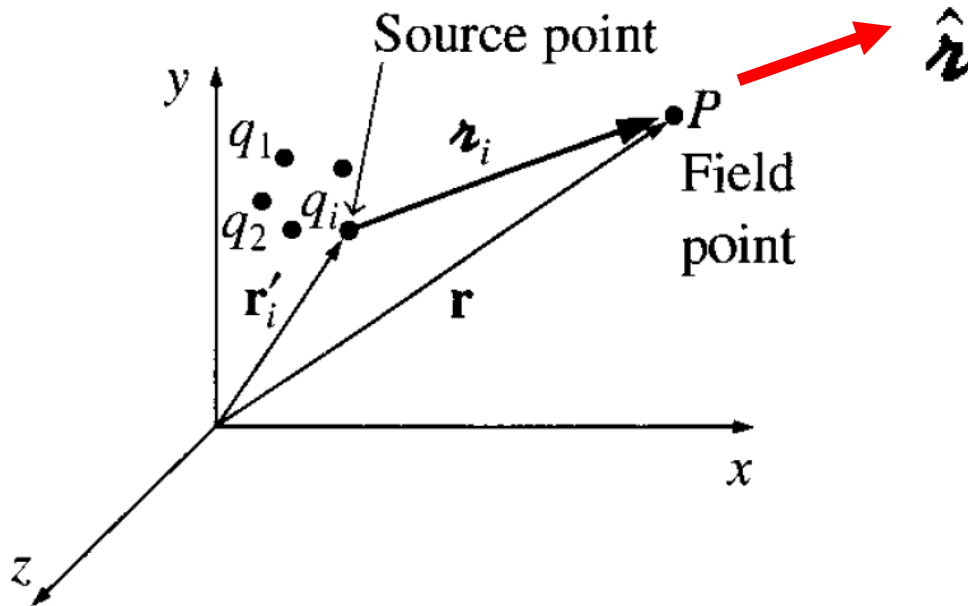
$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$$

# Cálculo do campo elétrico gerado por várias cargas

Princípio da superposição !



Fake !



Vetor de separação

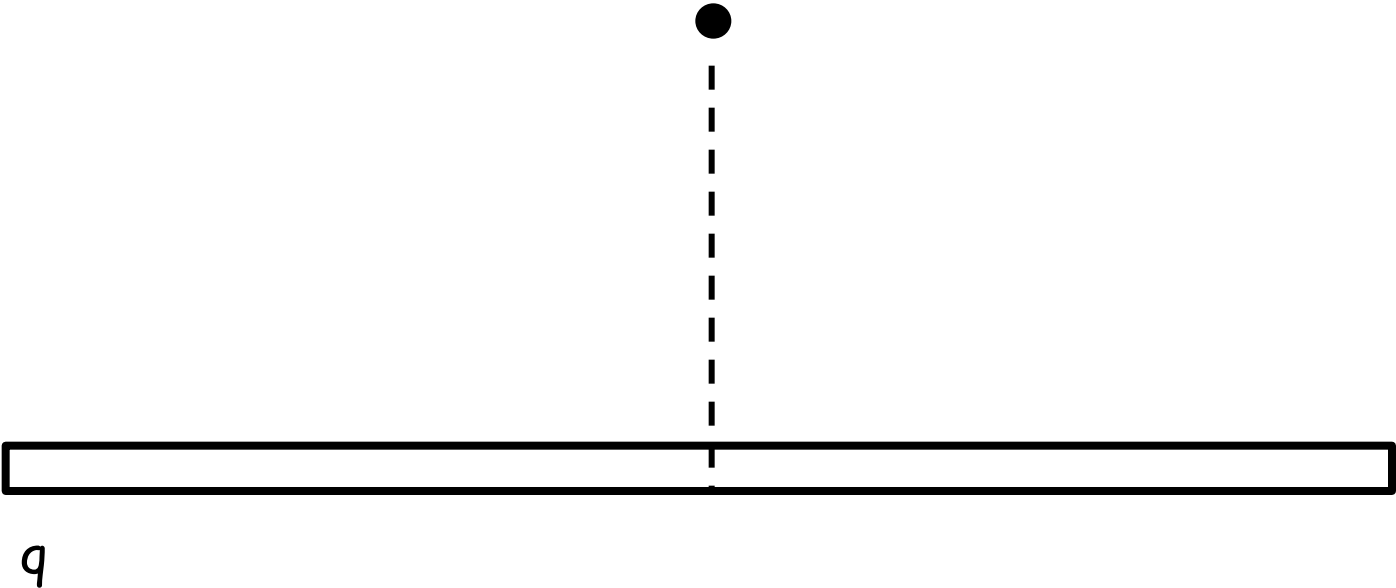
$$\mathbf{r} = \mathbf{r} - \mathbf{r}'$$

$$\mathbf{r} = S$$

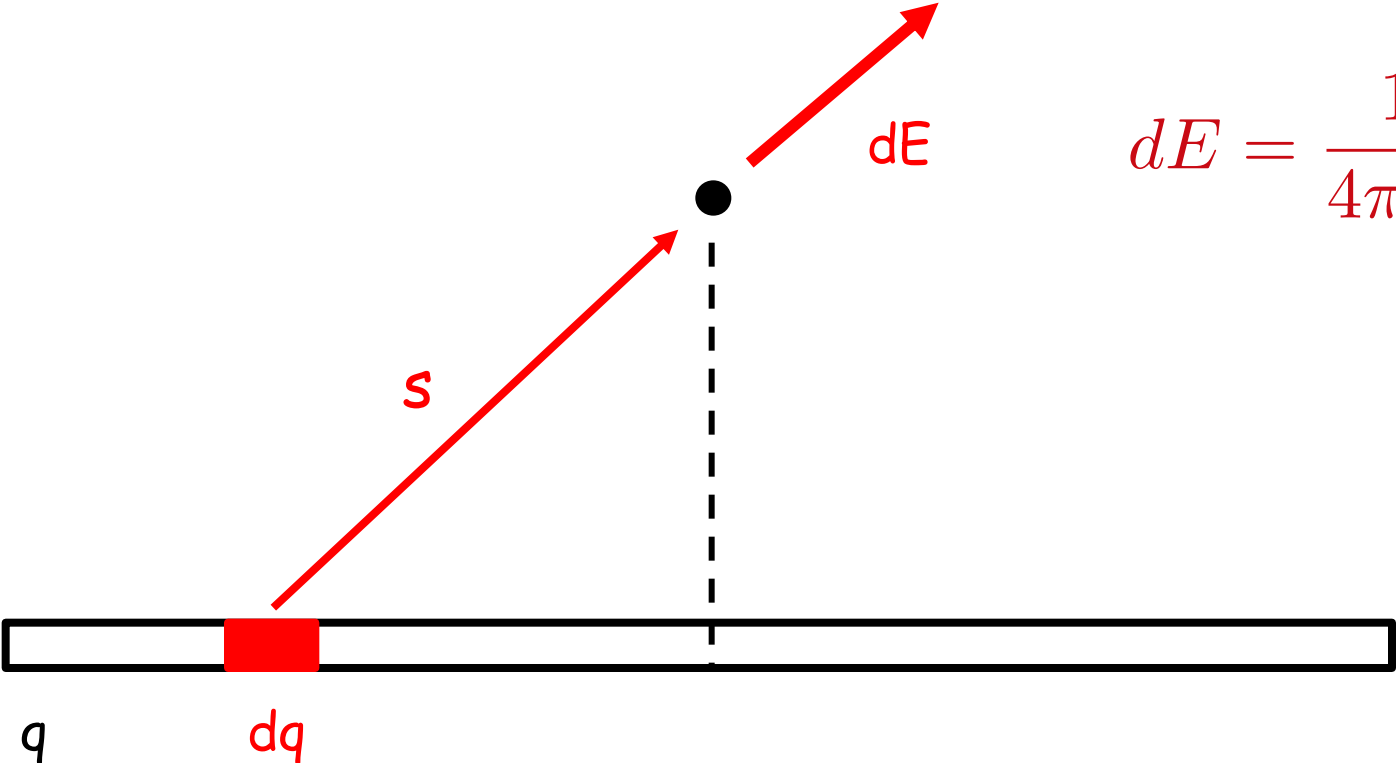
$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) \equiv \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_i^2} \hat{\mathbf{r}}_i$$



# Cálculo do campo elétrico gerado por uma distribuição contínua de cargas



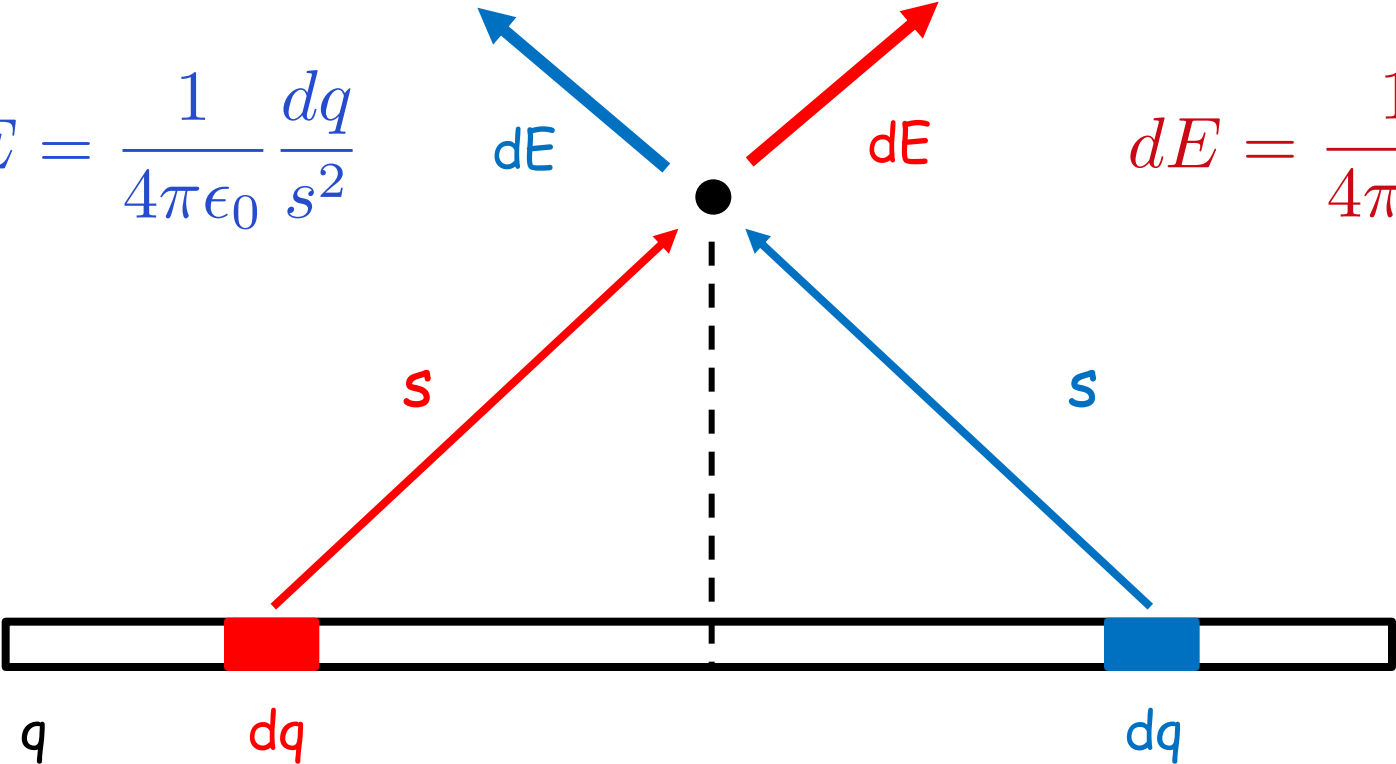
# Cálculo do campo elétrico gerado por uma distribuição contínua de cargas



$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{s^2}$$

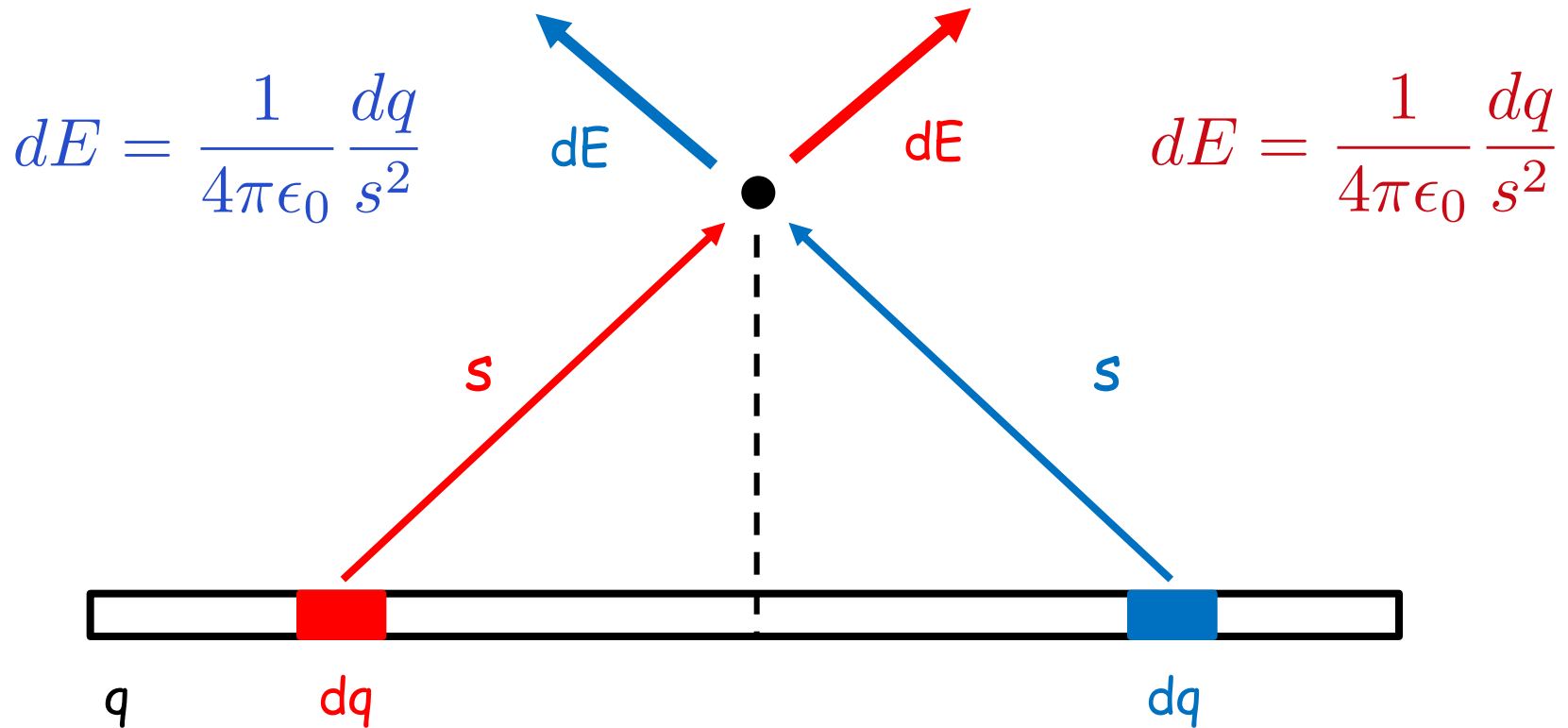
# Cálculo do campo elétrico gerado por uma distribuição contínua de cargas

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{s^2}$$



$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{s^2}$$

## Cálculo do campo elétrico gerado por uma distribuição contínua de cargas



O campo elétrico total é a soma dos "pequenos" campos infinitesimais.

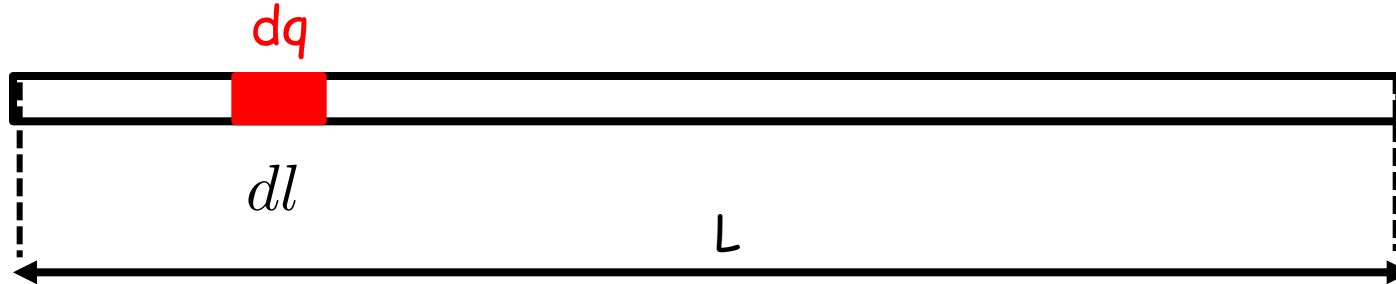
$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) \equiv \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_i^2} \hat{\mathbf{r}}_i \quad q_i \rightarrow dq \quad \longrightarrow \quad E \rightarrow dE$$

Percorremos a barra e somamos todos os dq's: **soma vira integral!**

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) \equiv \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_i^2} \hat{\mathbf{r}}_i \quad \longrightarrow \quad \mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{1}{r^2} \hat{\mathbf{r}} dq$$

Para fazer a integral vamos primeiro reescrever  $dq$  de acordo com o problema.

Se a carga está distribuída numa linha (um fio), podemos dizer que:



Carga total =  $q$

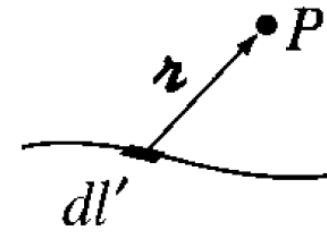
Comprimento =  $L$

Densidade linear de carga = carga / comprimento  $\lambda = \frac{q}{L}$   $q = \lambda L$

$$dq = \lambda dl' \quad \mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{\mathcal{P}} \frac{\lambda(\mathbf{r}')}{r^2} \hat{\mathbf{r}} dl'$$

A integração é no comprimento (eixo  $x$ )

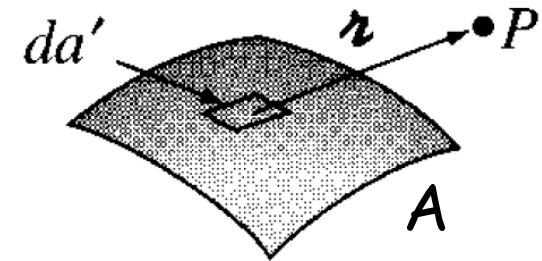
A expressão é geral e vale quando a linha não for reta:



A carga  $q$  pode estar distribuída numa área  $A$  :

Densidade superficial de carga = carga / área

$$\sigma = \frac{q}{A} \quad q = \sigma A \quad dq = \sigma da$$



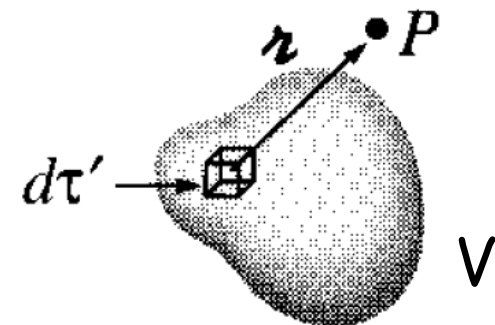
$$dq = \sigma da' \quad \mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_S \frac{\sigma(\mathbf{r}')}{r^2} \hat{\mathbf{n}} da'$$

A integração é sobre a área  $A$  (ou  $S$ )

A carga  $q$  pode estar distribuída num volume  $V$ :

Densidade volumétrica de carga = carga / volume

$$\rho = \frac{q}{V} \quad q = \rho V \quad dq = \rho dV$$



$$dq = \rho d\tau' \quad \mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\rho(\mathbf{r}')}{r^2} \hat{\mathbf{n}} d\tau'$$

A integração é sobre o volume  $V$

## Resumo

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{1}{r^2} \hat{\mathbf{r}} dq$$

$$dq = \lambda dl'$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{\mathcal{P}} \frac{\lambda(\mathbf{r}')}{r^2} \hat{\mathbf{r}} dl'$$

$$dq = \sigma da'$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_S \frac{\sigma(\mathbf{r}')}{r^2} \hat{\mathbf{r}} da'$$

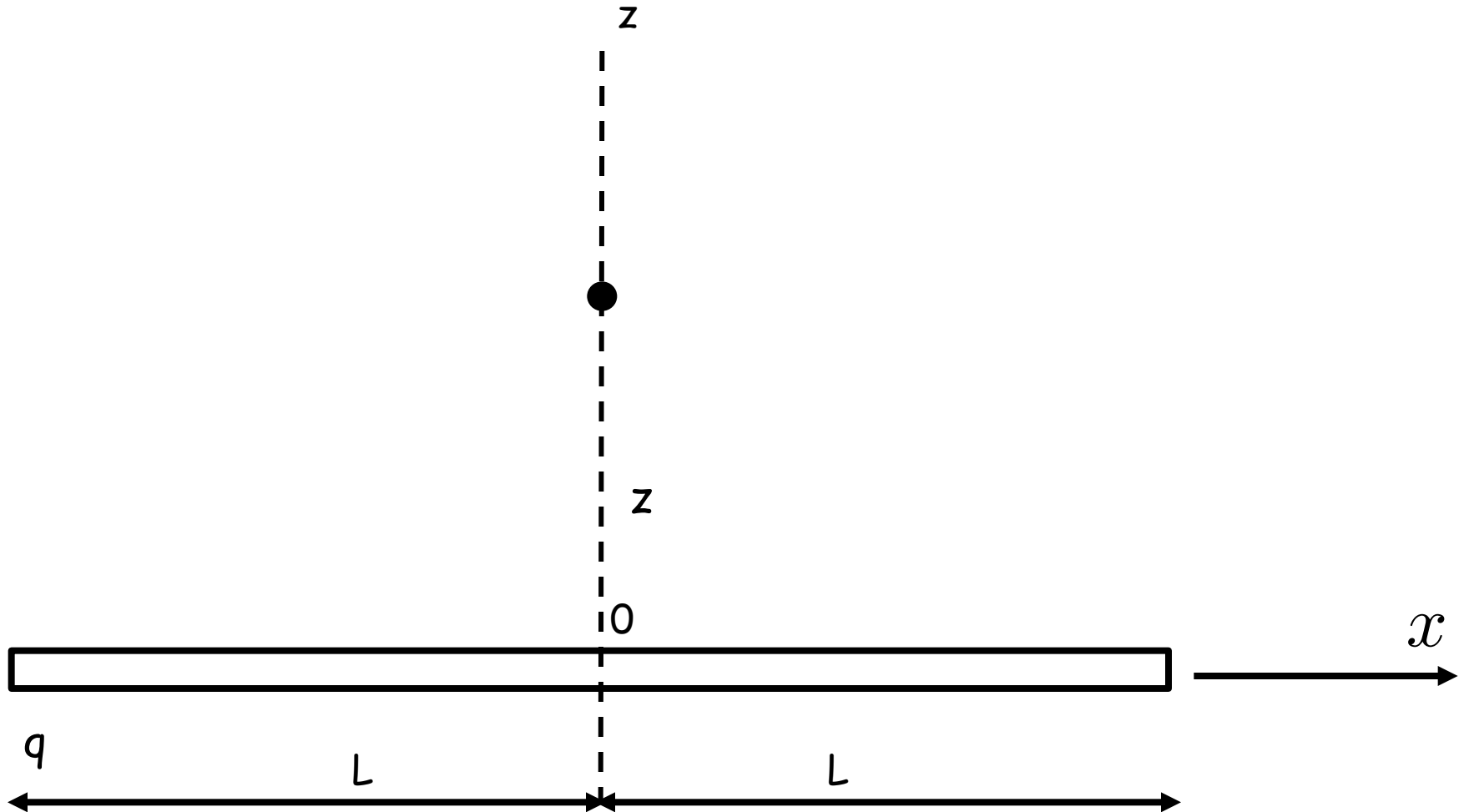
$$dq = \rho d\tau'$$

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\rho(\mathbf{r}')}{r^2} \hat{\mathbf{r}} d\tau'$$

## Exemplo de cálculo de campo elétrico

G62 (exemplo 2.1)

Encontre o campo elétrico num ponto a uma distância  $z$  do ponto central de um fio carregado de comprimento  $2L$  e densidade linear de carga  $\lambda$ .





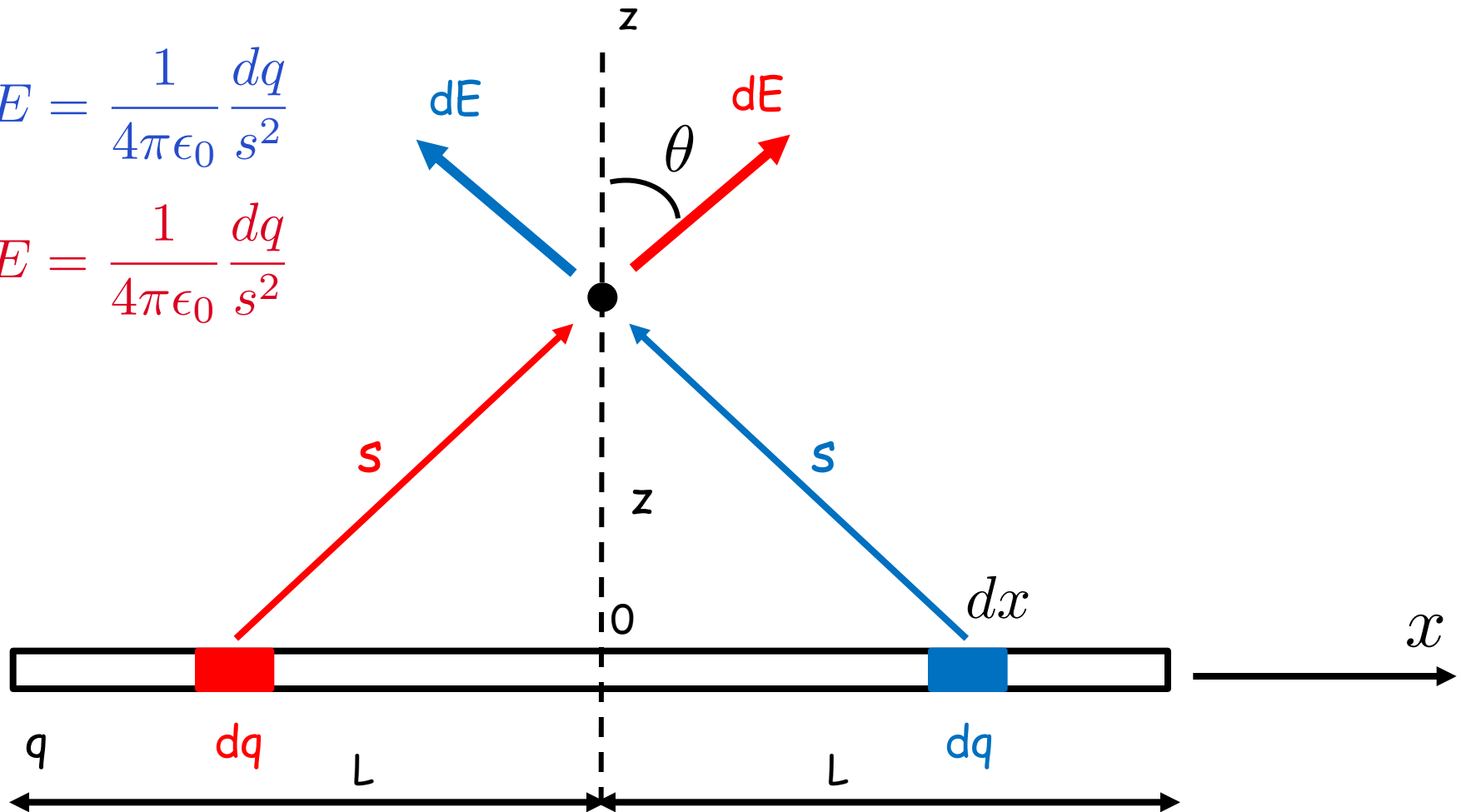
## Exemplo de cálculo de campo elétrico

G62 (exemplo 2.1)

Encontre o campo elétrico num ponto a uma distância  $z$  do ponto central de um fio carregado de comprimento  $2L$  e densidade linear de carga  $\lambda$ .

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{s^2}$$

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{s^2}$$



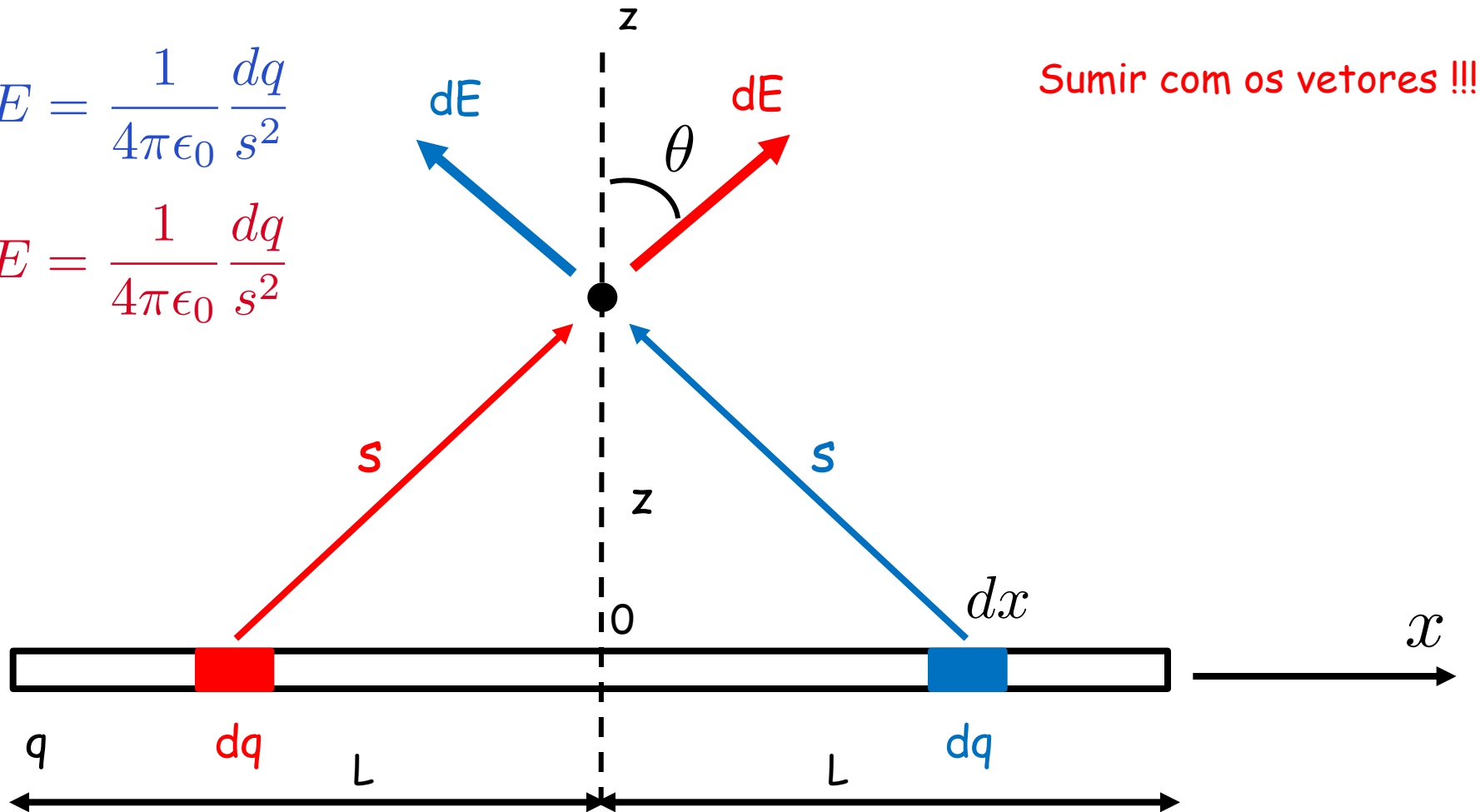
## Exemplo de cálculo de campo elétrico

G62 (exemplo 2.1)

Encontre o campo elétrico num ponto a uma distância  $z$  do ponto central de um fio carregado de comprimento  $2L$  e densidade linear de carga  $\lambda$ .

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{s^2}$$

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{s^2}$$



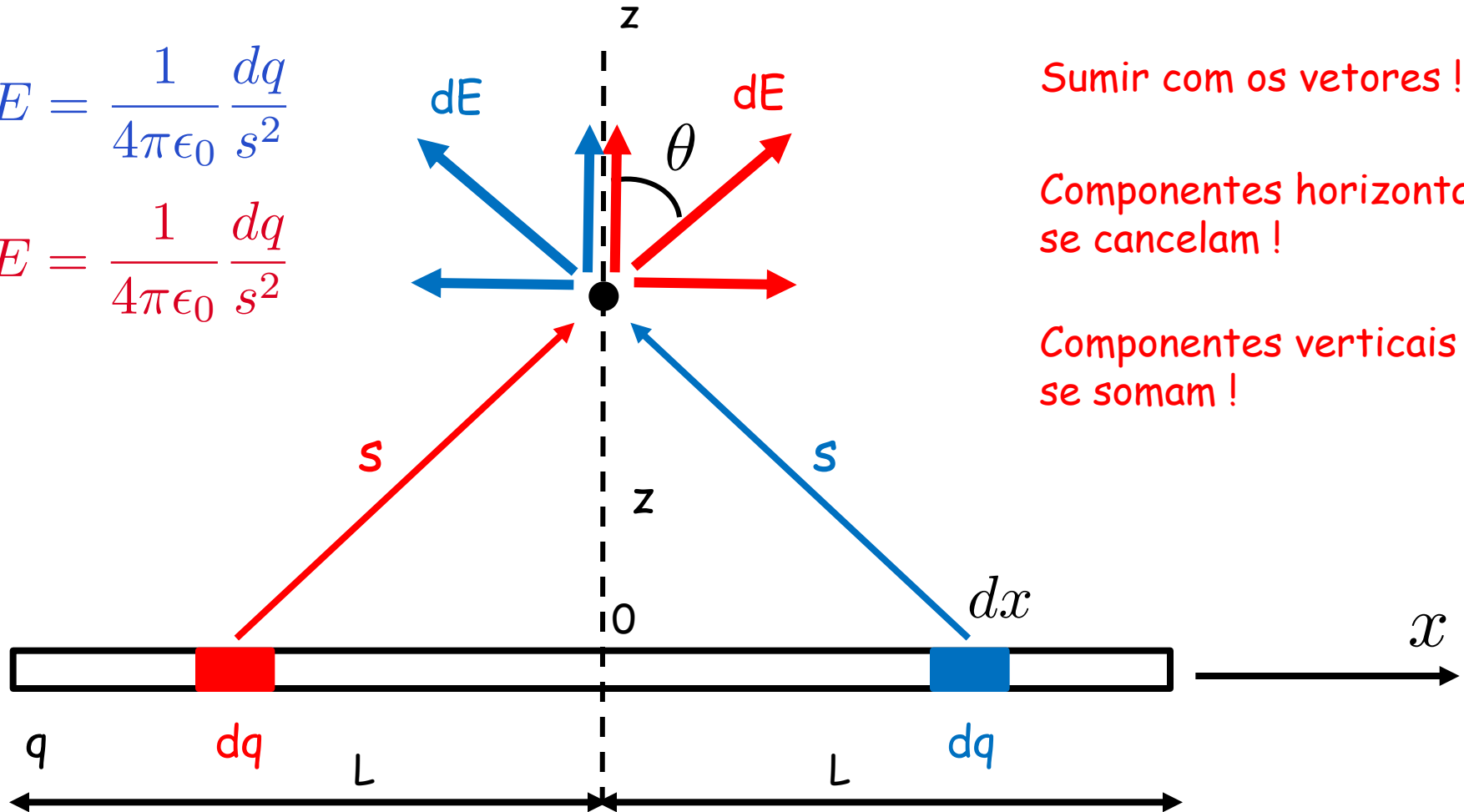
## Exemplo de cálculo de campo elétrico

G62 (exemplo 2.1)

Encontre o campo elétrico num ponto a uma distância  $z$  do ponto central de um fio carregado de comprimento  $2L$  e densidade linear de carga  $\lambda$ .

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{s^2}$$

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{s^2}$$



O campo elétrico resultante está na direção z apontando prá cima !

$$dE = dE_z + dE_z$$

$$dE_z = dE \cos \theta$$

$$dE_z = dE \cos \theta$$

$$dE = 2 dE \cos \theta$$

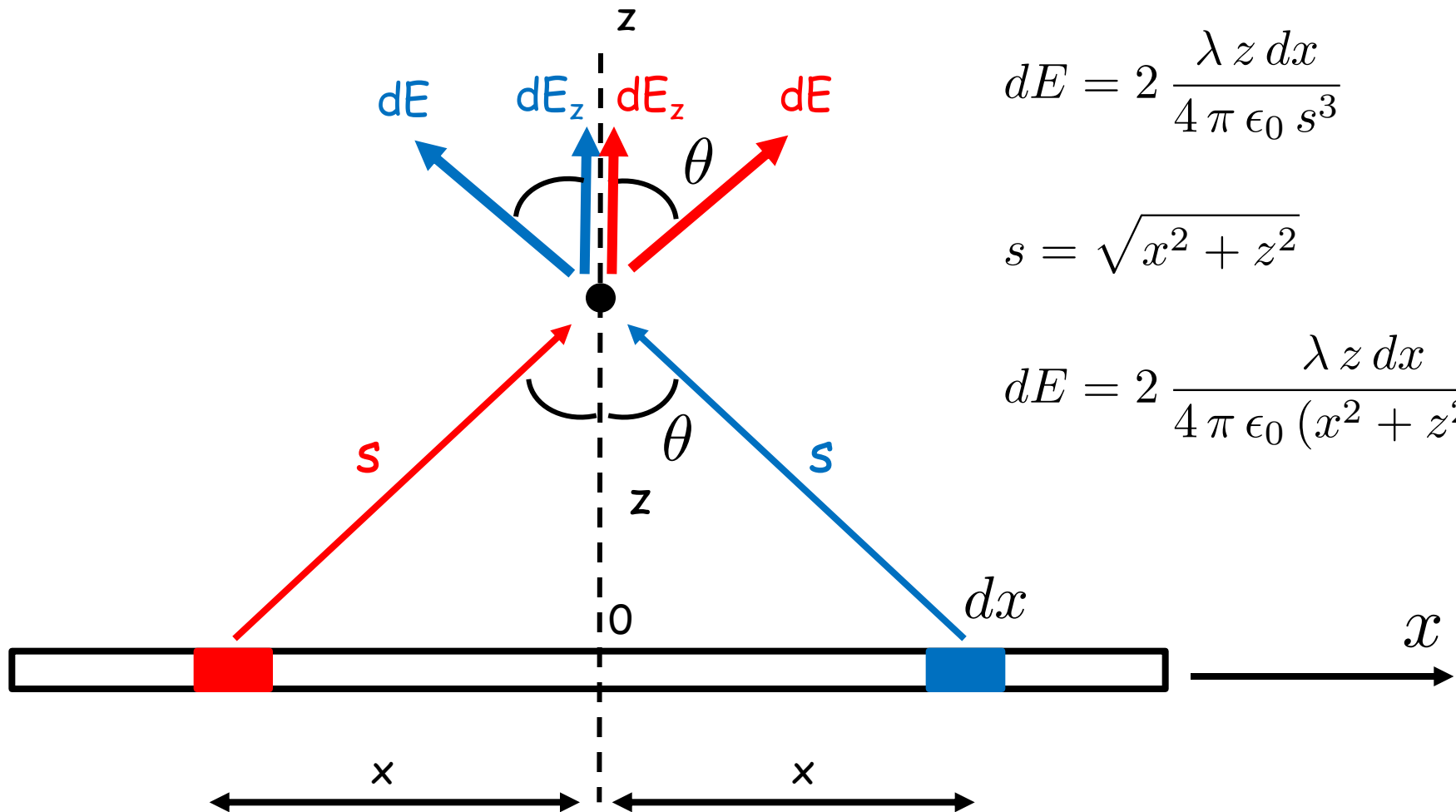
$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{s^2}$$

$$\cos \theta = \frac{z}{s} \quad dq = \lambda dx$$

$$dE = 2 \frac{\lambda z dx}{4\pi\epsilon_0 s^3}$$

$$s = \sqrt{x^2 + z^2}$$

$$dE = 2 \frac{\lambda z dx}{4\pi\epsilon_0 (x^2 + z^2)^{3/2}}$$



$$dE = 2 \frac{\lambda z dx}{4 \pi \epsilon_0 (x^2 + z^2)^{3/2}}$$

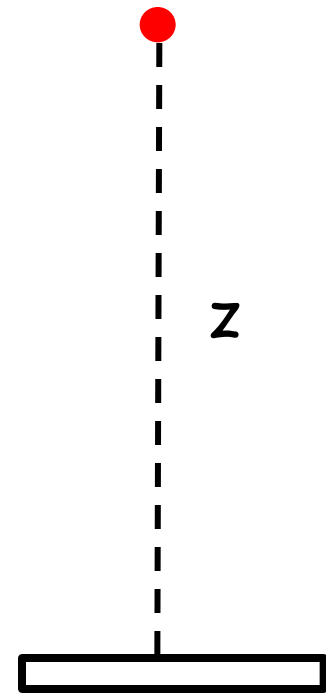
$$E = \int_0^L 2 \frac{\lambda z dx}{4 \pi \epsilon_0 (x^2 + z^2)^{3/2}}$$

$$= \frac{2\lambda z}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{x}{z^2 \sqrt{z^2 + x^2}} \right] \Big|_0^L$$

$$E = \frac{2\lambda L}{4\pi\epsilon_0 z \sqrt{L^2 + z^2}}$$

Quando  $z \gg L$

$$E \cong \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\lambda L}{z^2} \quad 2\lambda L = q$$



Tipo :

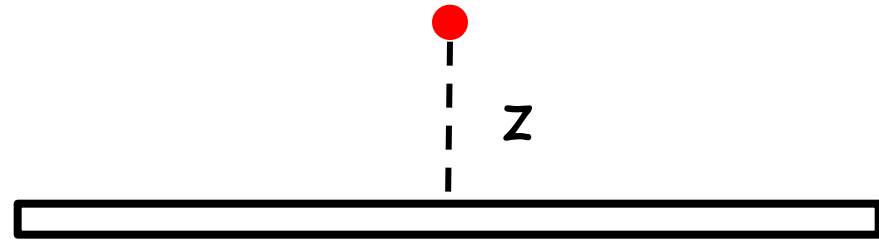
$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$$

Campo de uma carga puntiforme !

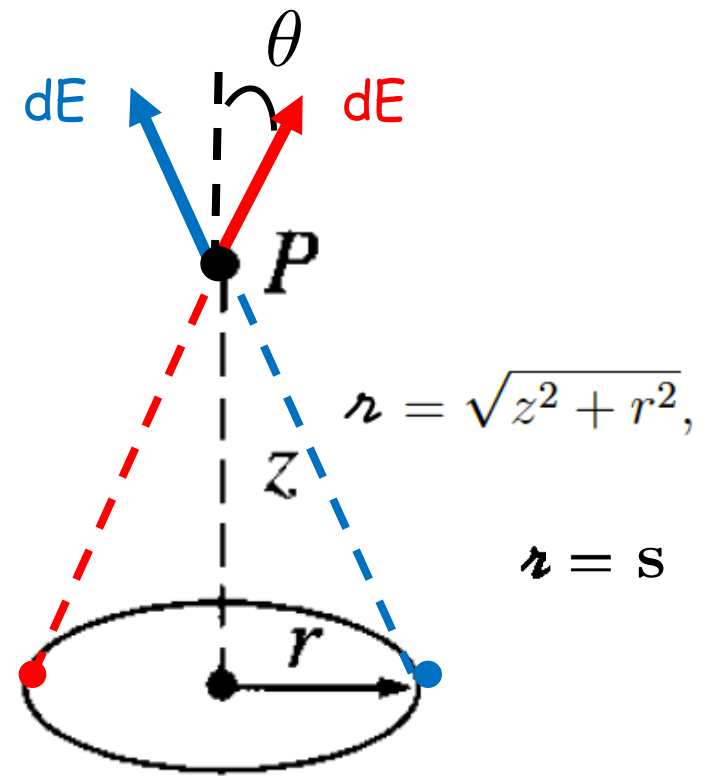
$$E = \frac{2\lambda L}{4\pi\epsilon_0 z \sqrt{L^2 + z^2}}$$

$$L \rightarrow \infty$$

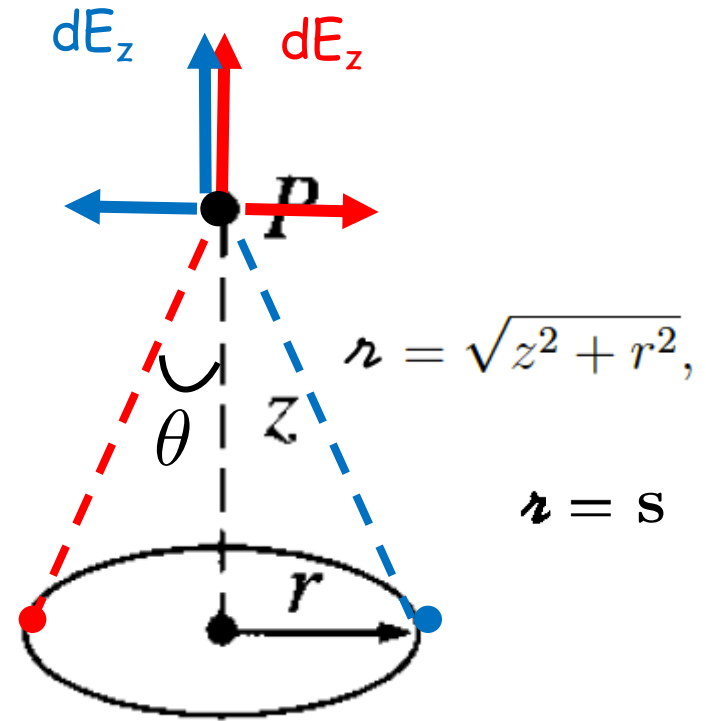
$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2\lambda}{z}$$



Campo elétrico de um  
anel circular carregado



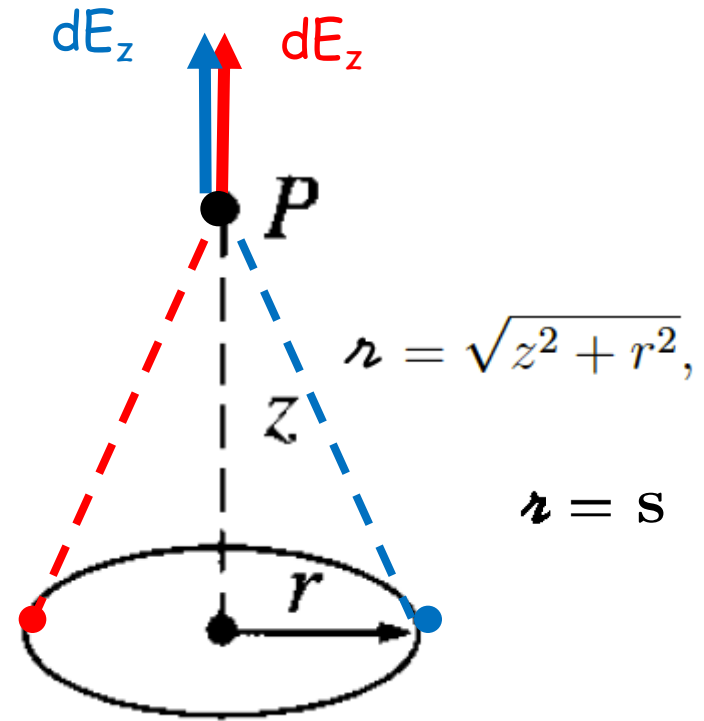
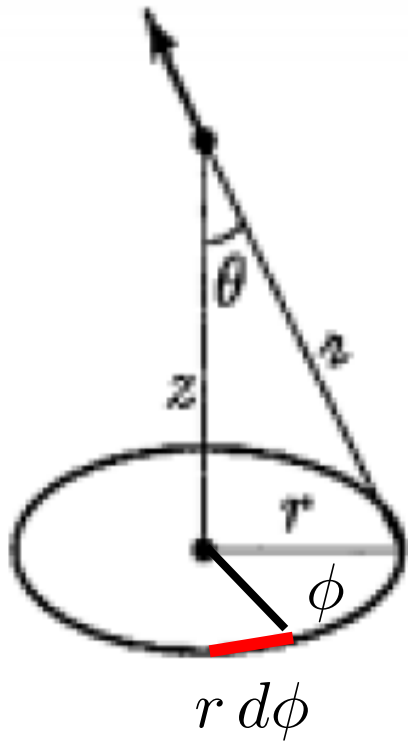
# Campo elétrico de um anel circular carregado



$$dE_z = dE \cos \theta = \frac{z dE}{\sqrt{z^2 + r^2}}$$



# Campo elétrico de um anel circular carregado



$$dE_z = dE \cos \theta = \frac{z dE}{\sqrt{z^2 + r^2}}$$

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{s^2} \quad dq = \lambda r d\phi.$$

$$E_z = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{2\pi} \frac{\lambda r d\phi}{z^2 + r^2} \frac{z}{\sqrt{z^2 + r^2}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda r z}{(z^2 + r^2)^{3/2}} \int_0^{2\pi} d\phi = \boxed{\frac{\lambda}{2\epsilon_0} \frac{r z}{(z^2 + r^2)^{3/2}}}.$$

