aceleração gravitacional de um fio finito de comprimento $2a$ (7)

(ver esquema no ppt de atração gravitacional de formas simples)

$g_y(P) = 0 \rightarrow$ não tem massa ao longo do eixo y

$g_z(P) = 0 \rightarrow P$ está simétrico $\Rightarrow$ massa de $\emptyset$ a a é igual a massa de $\emptyset$ $-a$

$$\vec{g}(P) = -G\int_V \rho \frac{\hat{r}}{r^2}\, dV = -\vec{i}\, G\lambda x \int_{-a}^{a} \frac{1}{r^3}\, dz$$

$\lambda \rightarrow$ densidade linear em kg/m $\qquad r = \left[(x-x')^2 + (z-z')^2\right]^{1/2}$

$\measuredangle OPQ = \theta$

$$r = x\sec\theta = \frac{x}{\cos\theta}$$

$$z' = x\tan\theta = x\frac{\operatorname{sen}\theta}{\cos\theta}$$

$$dz' = x\sec^2\theta\, d\theta$$

$\measuredangle OPa = \theta_0$

$$\vec{g}(P) = -\vec{i}\, G\lambda x \int_{-\theta_0}^{\theta_0} \frac{1}{x^3\sec^3\theta} \cdot x\sec^2\theta\, d\theta =$$

$$= -\vec{i}\, G\lambda \frac{x}{x^2}\int_{-\theta_0}^{\theta_0} \frac{1}{\sec\theta}\, d\theta = -\vec{i}\, G\lambda \frac{1}{x}\int_{-\theta_0}^{\theta_0}\cos\theta\, d\theta = -\vec{i}\, \frac{2G\lambda}{x}\sin\theta_0$$

$$\vec{g}(P) = -\vec{i}\, G\lambda \frac{a}{x\sqrt{x^2+a^2}}$$

fio infinito $a \rightarrow \infty \quad \vec{g}(P) = -\vec{i}\,\frac{G\lambda}{x} \rightarrow \vec{g}(P) = \frac{-2G\lambda}{r}\hat{r}$

Potencial gravitacional de um fio finito de comprimento $2a$

$$V(P) = G\lambda \int_{-a}^{a} \frac{1}{r}\, dz'$$

$\theta = OPQ$

$\theta_0 = OPa$

$r = x\sec\theta$

$z' = x\tan\theta \qquad dz' = x\sec^2\theta\, d\theta$

$$V(P) = G\lambda \int_{-\theta_0}^{\theta_0} \frac{1}{x \sec\theta}\, x \sec^2\theta \, d\theta = G\lambda \int_{-\theta_0}^{\theta_0} \sec\theta \, d\theta$$

$$V(P) = G\lambda \ln\left(\frac{1 + \operatorname{sen}\theta_0}{1 - \operatorname{sen}\theta_0}\right) = G\lambda \ln\left[\frac{\sqrt{x^2+a^2} + a}{\sqrt{x^2+a^2} + a}\right]$$

$\oplus$

$$\oplus \quad \frac{1 + \frac{a}{\sqrt{x^2+a^2}}}{1 - \frac{a}{\sqrt{x^2+a^2}}} = \frac{\sqrt{x^2+a^2} + a}{\sqrt{x^2+a^2}} \cdot \frac{\sqrt{x^2+a^2}}{\sqrt{x^2+a^2} - a} = \frac{\sqrt{x^2+a^2} + a}{\sqrt{x^2+a^2} - a}$$

fio infinito $\Rightarrow a \to \infty \;\therefore\; V(P) \to \infty \Rightarrow$ viola a condição de que $V(P \to \infty) = 0$

por definição

$$V(P) = G\lambda \left[\ln\left(\frac{\sqrt{x^2+a^2} + a}{\sqrt{x^2+a^2} - a}\right) - \ln\left(\frac{\sqrt{1+a^2} + a}{\sqrt{1+a^2} - a}\right)\right]$$

constante p/ que:

$a \to \infty \quad V(P) = 2G\lambda \ln \frac{1}{x}$

P está num plano (x, y)

$$V(P) = 2G\lambda \ln \frac{1}{r}$$

$r = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}$ perpendicular ao fio

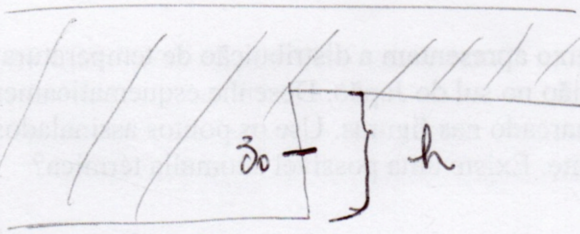
cilindro infinito de raio a. Potencial gravitacional perpendicular ao eixo do cilindro

$$V(P) = 2\pi a^2 \rho G \ln \frac{1}{r}$$

$$\vec{g}(P) = -2\pi a^2 G \rho \frac{1}{r} \hat{r}$$

camada fina $\Rightarrow$ caso infinito reduz-se ao platô de Bouguer sendo que t é a espessura da camada.

camada espessa



altura h

densidade ρ

centro em z_0

cálculo é como se fosse a soma de camadas finas de espessura dz.

a aproximação $g_z = G\Delta\rho\, h \left[\frac{\pi}{2} + \tan^{-1}\frac{x}{z_0}\right]$ tem erro de 2% supondo que $z_0 > 2h$.