aceleração gravitacional de um fio finito de comprimento 2a (7)

$g_y(P) = 0 \rightarrow$ não tem massa ao longo do eixo y

$g_z(P) = 0 \rightarrow$ P está simétrico $\Rightarrow$ massa de $\phi \to a$ é igual a massa de $\phi \to -a$

$$\vec{g}(P) = -G\int_V \rho \frac{\hat{r}}{r^2}\, dV = -\vec{i}\, G \lambda x \int_{-a}^{a} \frac{1}{r^3}\, dz$$

$\lambda \Rightarrow$ densidade linear em kg/m $\qquad r = [(x-x')^2 + (z-z')^2]^{1/2}$

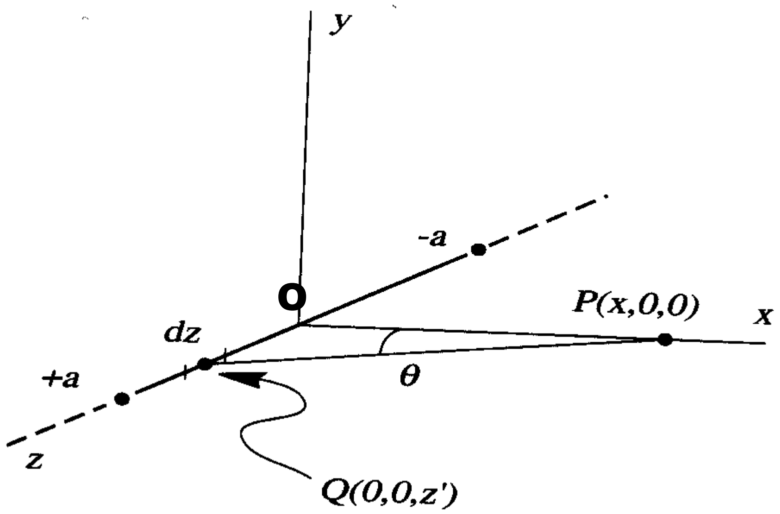
$\measuredangle OPQ = \theta$

$r = x \sec\theta = \frac{x}{\cos\theta}$

$z' = x \tan\theta = x \frac{\text{sen}\,\theta}{\cos\theta}$

$dz' = x \sec^2\theta\, d\theta$

$\measuredangle OP a = \theta_0$



gravidade em *P* devido a um fio ao longo do eixo *z* (Blakely, 1996).

$$\vec{g}(P) = -\vec{i}\, G \lambda x \int_{-\theta_0}^{\theta_0} \frac{1}{x^3 \sec^3\theta} \cdot x \sec^2\theta \, d\theta =$$

$$= -\vec{i}\, G \lambda \frac{x}{x^2} \int_{-\theta_0}^{\theta_0} \frac{1}{\sec\theta}\, d\theta = -i\, G \lambda \frac{1}{x} \int_{-\theta_0}^{\theta_0} \cos\theta \, d\theta = -\vec{i}\, \frac{2G\lambda}{x} \sin\theta_0$$

$$\vec{g}(P) = -\vec{i}\, G \lambda \frac{a}{x\sqrt{x^2 + a^2}}$$

fio infinito $a \to \infty$ $\quad \vec{g}(P) = -\vec{i}\, \frac{G\lambda}{x} \rightarrow \vec{g}(P) = \frac{-2G\lambda}{r}\, \hat{r}$

Potencial gravitacional de um fio finito de comprimento $2a$

$$V(P) = G \lambda \int_{-a}^{a} \frac{1}{r}\, dz'$$

$\theta = OPQ$

$r = x \sec\theta$

$\theta_0 = OPa$

$z' = x \tan\theta \quad dz' = x \sec^2\theta \, d\theta$

(8)

$$V(P) = G\lambda \int_{-\theta_0}^{\theta_0} \frac{1}{x \sec\theta}\, x \sec^2\theta \, d\theta = G\lambda \int_{-\theta_0}^{\theta_0} \sec\theta \, d\theta$$

$$V(P) = G\lambda \ln\left(\frac{1 + \operatorname{sen}\theta_0}{1 - \operatorname{sen}\theta_0}\right)_{(*)} = G\lambda \ln\left[\frac{\sqrt{x^2+a^2} + a}{\sqrt{x^2+a^2} + a}\right]$$

$$(*)\ \frac{1 + \frac{a}{\sqrt{x^2+a^2}}}{1 - \frac{a}{\sqrt{x^2+a^2}}} = \frac{\sqrt{x^2+a^2} + a}{\sqrt{x^2+a^2}} \cdot \frac{\sqrt{x^2+a^2}}{\sqrt{x^2+a^2} - a} = \frac{\sqrt{x^2+a^2} + a}{\sqrt{x^2+a^2} - a}$$

fio infinito $\rightarrow a \rightarrow \infty \therefore V(P) \rightarrow \infty \Rightarrow$ viola a condição de que $V(P \rightarrow \infty) = 0$

por definição

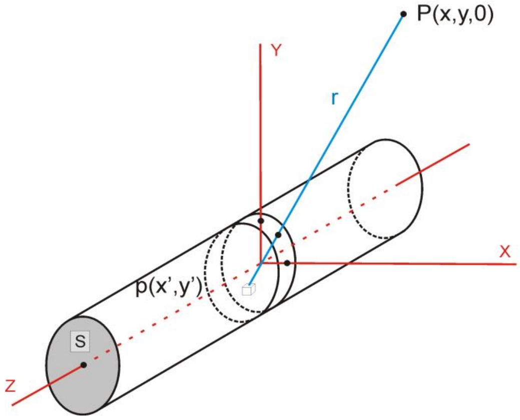
$$V(P) = G\lambda \left[\ln\left(\frac{\sqrt{x^2+a^2} + a}{\sqrt{x^2+a^2} - a}\right) - \underbrace{\ln\left(\frac{\sqrt{1+a^2} + a}{\sqrt{1+a^2} - a}\right)}_{\text{constante p/ que:}}\right]$$

$$a \rightarrow \infty \quad V(P) = 2G\lambda \ln\frac{1}{x}$$

P está num plano (x, y)

$$V(P) = 2G\lambda \ln\frac{1}{r}$$

$r = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}$ perpendicular ao fio efeito gravitacional observado no ponto *P* devido a um corpo infinito da direção *z* (Blakely, 1996).



cilindro infinito de raio a. Potencial gravitacional perpendicular ao eixo do cilindro

$$V(P) = 2\pi a^2 \rho G \ln \frac{1}{r}$$

$$\vec{g}(P) = -2\pi a^2 G \rho \frac{1}{r} \hat{r}$$