Instituto de Física da Universidade de São Paulo

Física II - 4300112

6ª Lista de exercícios - 2ª Lei da Termodinâmica - 2013

1. Considere um gás ideal, com capacidades térmicas molares C_V e $C_P = C_V + R$, inicialmente em um estado A e evoluindo termodinamicamente a um estado final B. Considere tal evolução no diagrama $P \times V$, através dois caminhos distintos. O primeiro caminho é um processo adiabático. O segundo caminho compreende uma diminuição isocórica da pressão, levando a um ponto intermediário C, seguido de um processo isobárico, levando o ponto C ao ponto B. Utilize os seus conhecimentos de energia interna, transformações isocóricas, transformações isobáricas e lei dos gases ideais, mas faça de conta que você ainda não sabe **nada** sobre transformações adiabáticas, exceto que nelas não devem ocorrer trocas de calor.

(a) Represente os dois caminhos no diagrama $P \times V$ e obtenha o trabalho do primeiro caminho W_{AB} em função dos calores Q_{AC}, Q_{CB} e dos trabalhos W_{AC}, W_{CB} do segundo caminho.

(b) Reescreva o resultado do ítem anterior apenas em termos das pressões e dos volumes no estado inicial (P_A, V_A) e final (P_B, V_B).

(c) Considere agora que os pontos A e B estejam infinitesimalmente muito próximos um do outro. Sendo que, nesse limite, o trabalho adiabático é dado por $P_A\, dV$, obtenha a relação PV^γ =constante, onde $\gamma = C_P/C_V$.

Dicas: para A infinitesimalmente próximo de B use $dV = V_B - V_A$ e $dP = P_B - P_A$. Obtenha a equação diferencial da pressão com relação ao volume e integre. Dica matemática: uma função $F(x)$ cuja derivada é ela mesma vezes uma constante dividida por x é um monômio em x (se você não sabe o que é um monômio, peça ajuda ao Google).

R: propositadamente sem resposta.

2. O ciclo de Carnot consiste em um fluído termodinâmico submetido a uma expansão isotérmica AB, uma expansão adiabática BC, uma compressão isotérmica CD, e uma compressão adiabática DA, retornando ao seu estado inicial A (esta última informação é redundante, pois trata-se de um ciclo!). Nas isotermas, as variações nos volumes são tais que $\frac{V_B}{V_A} = e^x$ e $\frac{V_C}{V_D} = e^y$, onde x e y são números reais positivos.

(a) Represente o ciclo no diagrama $P \times V$ e obtenha as variações da energia interna, calor e trabalho nos quatro processos acima mencionados.

(b) Identifique a quantidade total de calor que entra Q_{entra}, bem como a que sai Q_{sai} do ciclo.

(c) Calcule o rendimento deste ciclo. Demonstre que $x = y$ e discuta o resultado do rendimento.

(d) Considere agora um outro ciclo, onde as adiabáticas BC e DA são substituídas por isocóricas. Neste caso, obviamente que $x = y$ (reflita/explique!). Repita as contas dos ítens anteriores para este caso, e compare o rendimento deste ciclo com o caso anterior.

R: (d) $\eta = \frac{xR(T_A - T_C)}{xRT_A + C_V(T_A - T_C)}$.

3. O teorema de Clausius utiliza a idéia de que um processo reversível qualquer, levando um estado A a um estado B, pode ser aproximado por uma sequência de isotermas tão pequenas quanto se queira, cada isoterma compreendida entre duas adiabáticas. Analisemos essa idéia tomando como exemplo um processo isobárico entre A e B. Imaginem duas adiabáticas, passando respectivamente pelos pontos A e B, onde se situam dois outros pontos A' e B', estes últimos unidos por um processo isotérmico. Tal isoterma entre as duas adiabáticas assemelha-se à "parte de cima" de um ciclo de Carnot. Considere o caminho AA' (adiabático) + $A'B'$ (isotérmico) + $B'B$ (adiabático), cujo trabalho total $W_{AA'B'B}$ é igual ao trabalho W_{AB} realizado pelo processo isobárico.

(a) Represente todos os processos mencionados acima em um diagrama $P \times V$.

(b) Obtenha a variação de calor e trabalho em cada um dos processos, verificando que $Q_{A'B'} = Q_{AB}$.

(c) Verifique explicitamente que a soma dos trabalhos $W_{AA'}$ e $W_{B'B}$, multiplicada por -1, corresponde à variação da energia interna do processo isobárico AB. Explique porquê isso ocorre.

(d) Obtenha a relação

$$P_{A'} V_{A'} \, \ln\left(\frac{V_{B'}}{V_{A'}}\right) = \frac{C_P}{R}\, P_A\,(V_B - V_A)\ .$$

4. (Moysés) Um mol de gás ideal diatômico ($\gamma = 7/5$) descreve um "ciclo quadrado" $ABCDA$ no diagrama PV, tal que: $P_A = P_D = 1$ bar; $V_A = V_B = 20$ litros; $P_B = P_C = 2$ bar; $V_C = V_D = 30$ litros (Obs: 1 bar=10^5 Pa; 1 litro=10^{-3} m^3).

(a) Desenhe o ciclo no diagrama PV e calcule a temperatura nos vértices A, B, C e D.

(b) Calcule a eficiência de um motor térmico operando segundo este ciclo.

(c) Compare o resultado (b) com a eficiência máxima ideal associada às temperaturas extremas do ciclo.

Dado: Constante dos gases ideais: $R = 8,31$ J/mol.K

R: (a) $T_A = 240,6$ K, $T_B = 481$ K, $T_C = 722$ K, $T_D = 361$ K; (b) $\eta = 1/12 \approx 8,3\%$; (c) $\eta_C = 2/3 \approx 66,7\%$.

5. (Moysés) O ciclo de Otto é uma esquematização idealizada do que ocorre num motor a gasolina de 4 tempos. O ciclo $ABCDA$ consiste de: AB - compressão rápida (adiabática) da mistura de ar com vapor de gasolina, de um volume inicial V_0 para um volume final V_0/r (onde r é a taxa de compressão); BC - aquecimento a volume constante devido à ignição; CD - expansão adiabática dos gases aquecidos, movendo o pistão; DA - queda de pressão a volume constante associada à exaustão dos gases da combustão. A mistura é tratada como um gás ideal de coeficiente adiabático γ.

(a) Desenhe o ciclo em um diagrama PV e mostre que o rendimento do ciclo é dado por

$$\eta = 1 - \frac{T_D - T_A}{T_C - T_B} = 1 - r^{1-\gamma}\,.$$

(b) Calcule η para $\gamma = 1,4$ e $r = 10$ (compressão máxima permissível para evitar pré-ignição).

R: (b) 60%.

6. (Moysés) Um fluido é submetido a um ciclo reversível. Se o ciclo é representado por um diagrama no plano (T, S), onde S é a entropia do fluido:

(a) Mostre que o trabalho associado ao ciclo é dado por $W = \oint T dS$, isto é, a área orientada por ele compreendida.

(b) Represente um ciclo de Carnot no plano (T, S). Verifique o resultado do ítem (a) neste caso.

(c) Calcule o rendimento do ciclo de Carnot da parte (b) diretamente a partir do diagrama (T, S).

7. (Moysés) Dois litros de ar ($\gamma = 1,4$) nas condições normais de temperatura e pressão, sofrem uma expansão isobárica até um volume 50% maior, seguida de um resfriamento a volume constante até baixar a pressão a 0,75 atm. De quanto varia a entropia deste sistema?

R: 0,52 J/K.

8. (Moysés) Um litro de água, inicialmente a 100°C, é totalmente vaporizado: (a) em contato com um reservatório térmico a 100°C; (b) em contato com um reservatório térmico a 200°C. O calor latente de vaporização da água é 2259 kJ/Kg. Calcule a variação total de entropia do universo devida exclusivamente ao processo de vaporização nos casos (a) e (b), e relacione os resultados com a reversibilidade ou não do processo.

R: zero; 1281 J/K (Irrev.).

9. (Moysés) Uma chaleira contém 1 litro de água em ebulição. Despeja-se toda a água numa piscina que está à temperatura ambiente de 20°C.

(a) De quanto variou a entropia da água da chaleira?

(b) De quanto variou a entropia do universo?

R: (a) -1009 J/K; (b) 132 J/K.

10. A capacidade térmica em função da temperatura absoluta T de um objeto sólido de uma certa substância é dado por $C(T) = a + bT$, onde a e b são constantes. Obtenha a expressão para a variação da entropia do objeto devida a uma variação de sua temperatura de T_i a T_f.

R: propositadamente sem resposta.