

Instituto de Física da Universidade de São Paulo

Física II - 4300112 Lista de exercícios - Ondas - 2013

1. Mostrar explicitamente que as seguintes funções são soluções da equação de onda:

- (a) $y(x, t) = k(x + vt)$;
 (b) $y(x, t) = Ae^{ik(x-vt)}$, onde A e k são constantes e $i = \sqrt{-1}$;
 (c) $y(x, t) = \ln[k(x - vt)]$.

2. A função de onda de uma onda harmônica numa corda é

$$y(x, t) = 0,001 \text{ sen}[62,8x + 314t]$$

onde as unidades utilizadas são o metro e o segundo.

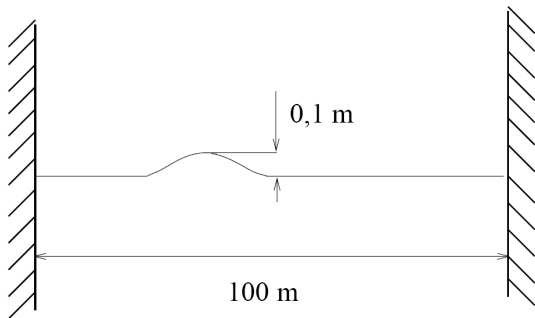
- (a) Em que direção a onda avança e qual a sua velocidade?
 (b) Calcular o comprimento de onda, a frequência e o período da onda.
 (c) Qual a aceleração máxima de um ponto da corda.

R: (a) A onda avança no sentido negativo do eixo x com velocidade $v = 5 \text{ m/s}$, (b) $\lambda = 10 \text{ cm}$, $T = 0,02 \text{ s}$ e $f = 50 \text{ Hz}$ e (c) $a_{max} = 98,6 \text{ m/s}^2$.

3. A figura mostra um pulso em uma corda de comprimento 100 m com as extremidades fixas. O pulso está se deslocando com velocidade de 40 m/s e é descrito pela seguinte função

$$y(x, t) = 0,1e^{-4(x-vt)^2},$$

onde x é dado em metros e t em segundos.



(a) Qual o valor de x , para o qual a velocidade transversal da corda é máxima, em $t = 0$?

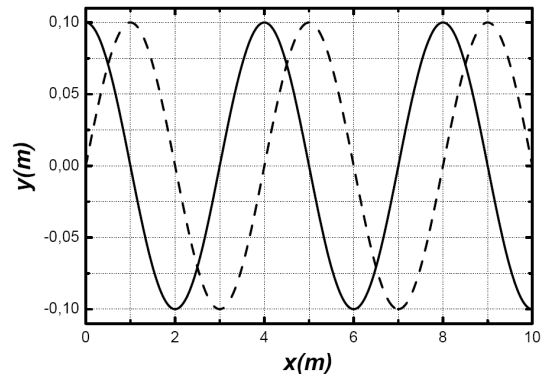
(b) Qual a função que representa o pulso refletido, em um instante t logo após sua primeira reflexão?

(c) Se a massa da corda é 2 kg, qual a tensão T nesta?

(d) Escreva uma equação $y(x, t)$ que descreve numericamente uma onda senoidal, com $\lambda = 5 \text{ m}$ e mesma amplitude da onda anterior, se deslocando na direção negativa de x em uma corda muito longa, feita do mesmo material, com a mesma tensão acima, e tal que $y(0, 0) = 0$.

R: (a) $x = \frac{1}{2\sqrt{2}} \text{ m}$, (b) $y(x, t) = -0,1e^{-4(x+vt)^2} \text{ m}$, (c) $T = 32 \text{ N}$ e (d) $y(x, t) = 0,1 \text{ sen}\left(\frac{2\pi}{5}x + 16\pi t\right) \text{ m}$.

4. A figura abaixo mostra duas fotografias tiradas em instantes de tempo diferentes de uma corda na qual se propaga, no sentido positivo do eixo x , uma onda harmônica transversal $y(x, t)$. A primeira fotografia (linha cheia) foi tirada no instante de tempo $t = 0$ e a segunda fotografia (linha tracejada) no instante de tempo $t = 0,50 \text{ s}$.



- (a) Determine a velocidade v de propagação da onda na corda;
 (b) Determine a amplitude, o número de onda, a frequência angular a constante de fase e escreva a equação do perfil de onda $y(x, t)$;
 (c) Determine a velocidade transversal máxima, V_m , de um ponto da corda.

R: (a) $v = 2 \text{ m/s}$, (b) $A = 0,1 \text{ m}$, $k = 0,5\pi \text{ m}^{-1}$, $\omega = \pi \text{ s}^{-1}$, $\delta = 0$, $y(x, t) = 0,1 \cos\left(\frac{\pi}{2}x - \pi t\right) \text{ m}$ e (c) $V_m = 0,1\pi \text{ m/s}$.

5. O perfil de uma onda transversal progressiva em uma corda muito longa é dado, em unidades do sistema internacional por:

$$y(x, t) = 2,0 \times 10^{-2} \cos[2\pi(0,5x + 10t)].$$

Sabendo que a tensão aplicada na corda é de 100 N, determine:

- (a) A amplitude de vibração desta corda;
- (b) O comprimento de onda e a frequência (em Hz);
- (c) O sentido e a velocidade de propagação da onda;
- (d) A distância, ao longo da corda, entre dois pontos cuja diferença de fase é $\pi/6$.

R: (a) $A = 2,0 \times 10^{-2}$ m, (b) $\nu = 10$ Hz, (c) $v = 20$ m/s no sentido negativo do eixo x . (d) $x_2 - x_1 = \frac{1}{6} = 0,17$ m

6. Determine a amplitude da onda resultante da combinação de duas ondas senoidais que se propagam no mesmo sentido, possuem mesma frequência, têm amplitudes de 3,0 cm e 4,0 cm, e a onda de maior amplitude está com a fase adiantada de $\frac{\pi}{2}$ rad.

R: $y(x, t) = 5,0 \sin(kx - \omega t + 0,93)$ cm.

7. Uma onda estacionária resulta da soma de duas ondas transversais progressivas dadas por:

$$y_1 = 0,05 \cos(\pi x - 4\pi t),$$

$$y_2 = 0,05 \cos(\pi x + 4\pi t),$$

onde x , y_1 e y_2 estão em metros e t em segundos.

- (a) Qual é o menor valor positivo de x que corresponde a um nó?
- (b) Em quais instantes no intervalo $0 \leq t \leq 0,5$ a partícula em $x = 0$ terá velocidade zero?

R: (a) $x = 0,5$ m e (b) $t = 0$ s, $0,25$ s e $0,5$ s.

8. Uma corda de comprimento L presa nas extremidades $x = 0$ e $x = L$, submetida a uma tensão de 96 N, oscila no terceiro harmônico de uma onda estacionária. O deslocamento transversal da corda é dado por

$$y(x, t) = 5 \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right) \sin(6\pi t),$$

onde x e y são dados em metros e t em segundos.

- (a) Qual é o comprimento L da corda?
- (b) Qual é a massa da corda?

- (c) Calcule a velocidade transversal máxima de um ponto situado sobre um ventre da onda.
- (d) Se a corda oscilar no quinto harmônico, qual será o período de oscilação?

R: (a) $L = 6$ m, (b) $m = 4,0$ kg, (c) $v_y^{max} = 30\pi$ m/s, (d) $T_5 = 0,2$ s.

9. Uma corda oscila de acordo com a equação

$$y(x, t) = \frac{1}{2} \sin\left(\frac{\pi}{3}x\right) \cos(40\pi t),$$

onde as unidades utilizadas são o centímetro e o segundo.

- (a) Quais são a amplitude e a velocidade escalar das ondas cuja superposição dá essa oscilação?
- (b) Qual é a distância entre os nós?
- (c) Qual é a velocidade escalar de uma partícula da corda na posição $x = 1,5$ cm quando $t = \frac{9}{8}$ s?

R: (a) $A = 0,25$ cm e $v = 120$ cm/s, (b) $D = 3$ cm e (c) $\frac{\partial y}{\partial t} = 0$.

10. Uma corda uniforme, de 20 m de comprimento e massa de 2 kg, está esticada sob uma tensão de 10 N. Faz-se oscilar transversalmente uma extremidade da corda, com amplitude de 3 cm e frequência de 5 oscilações por segundo. O deslocamento inicial da extremidade é de 1,5 cm para cima.

- (a) Ache a velocidade de propagação v e o comprimento de onda λ da onda progressiva gerada na corda.
- (b) Escreva, como função do tempo, o deslocamento transversal y de um ponto da corda situado à distância x da extremidade que se faz oscilar, após ser atingido pela onda e antes que ela chegue à outra extremidade.
- (c) Calcule a intensidade I da onda progressiva gerada.

R: (a) $v = 10$ m/s, $\lambda = 2,0$ m, (b) $y(x, t) = 0,03 \cos(\pi x - 10\pi t + \frac{\pi}{3})$ m e (c) $I = \frac{9\pi^2}{200}$ W.

11. A corda de um violino tem uma densidade linear de massa de 0,5 g/m e está sujeita a uma tensão de 80 N, afinada para uma frequência $\nu = 660$ Hz no primeiro harmônico.

- (a) Qual a velocidade de propagação de onda nessa corda?
- (b) Qual o comprimento da corda?
- (c) Para tocar a nota “lá”, cuja frequência é 880 Hz, prende-se a corda com um dedo, de forma a utilizar apenas uma fração f de seu comprimento. Qual o valor de f ?

R: (a) $v = 400 \text{ m/s}$, (b) $L = \frac{10}{33} \text{ m}$ e (c) $f = \frac{3}{4}$.

12. Uma corda sob tensão T_i oscila no terceiro harmônico com uma frequência f_3 , e as ondas na corda tem comprimento de onda λ_3 . Se aumentarmos a tensão da corda para $T_f = 4T_i$ de forma que a corda continue a oscilar no terceiro harmônico, qual será:

- (a) a frequência de oscilação em termos de f_3 ;
- (b) o comprimento da onda em termos de λ_3 ?

R: (a) $f = 2f_3$ e (b) $\lambda = \lambda_3$.

13. Uma corda de 120 cm de comprimento é esticada entre suportes fixos. Quais são os três comprimentos de onda mais longos para ondas estacionárias nesta corda? Esboce as ondas estacionárias correspondentes. O que muda em relação aos três comprimentos de onda mais longos se esta mesma corda estiver fixa em apenas um suporte, de forma que a outra extremidade é presa em um anel sem peso que pode deslizar ao longo de uma haste sem atrito?

R: Corda fixa nas duas extremidades: $\lambda_1 = 2,40 \text{ m}$, $\lambda_2 = 1,20 \text{ m}$ e $\lambda_3 = 0,80 \text{ m}$. Corda presa em uma extremidade: $\lambda_1 = 4,80 \text{ m}$, $\lambda_2 = 1,60 \text{ m}$ e $\lambda_3 = 0,96 \text{ m}$.

14. Uma corda, submetida a uma tensão de 200 N e presa em ambas as extremidades, oscila no segundo harmônico de uma onda estacionária. O deslocamento da corda é dado por:

$$y(x, t) = \frac{1}{10} \text{sen} \left(\frac{\pi x}{2} \right) \text{sen}(12\pi t)$$

onde $x = 0$ numa das extremidades da corda, x é dado em metros e t em segundos.

- (a) Qual é o comprimento da corda?
- (b) Qual é a velocidade escalar das ondas na corda?
- (c) Qual é a massa da corda?
- (d) Se a corda oscilar num padrão de onda referente ao terceiro harmônico, qual será o período de oscilação?

R: (a) $L = 4 \text{ m}$, (b) $v = 24 \text{ m/s}$, (c) $m = 1,39 \text{ kg}$ e (d) $T = 0,111 \text{ s}$.

15. Duas ondas transversais de mesma frequência $\nu = 100 \text{ s}^{-1}$ são produzidas num fio de aço de 1 mm de diâmetro e densidade 8 g/cm^3 , submetido a uma tensão $T = 500 \text{ N}$. As ondas são dadas por

$$y_1(x, t) = A \cos \left(kx - \omega t + \frac{\pi}{6} \right)$$

$$y_2(x, t) = 2A \text{sen}(\omega t - kx)$$

onde $A = 2 \text{ mm}$.

(a) Escreva a expressão da onda harmônica progressiva resultante da superposição dessas duas ondas.

(b) Calcule a intensidade da onda resultante.

(c) Se fizermos variar a diferença de fase entre as duas ondas, qual é a razão entre os valores máximo e mínimo possíveis da intensidade da onda resultante?

R: (a) $y(x, t) = 5,29 \times 10^{-3} \cos(2,23x - 628t + 1,24)$,
(b) $I = 9,8 \text{ W}$ e (c) $\frac{I_{max}}{I_{min}} = 9$.