

Instituto de Física da Universidade de São Paulo

Física II - 4300112

11ª Lista de exercícios - Relatividade Restrita - 2013

1. O tempo de vida média de múons encerrados numa caixa de chumbo num laboratório é de $2,2\mu s$. O tempo de vida média de múons saindo de um acelerador de partículas é de $\frac{8,8}{\sqrt{7}} \mu s \sim 3,3261 \mu s$. Determine a velocidade dos múons que saem do acelerador.

R: $v = \frac{3}{4} c = 0,75 c$.

2. A simetria espaço-tempo da relatividade é parcialmente oculta pelo fato das variáveis espaço e tempo serem medidas em unidades diferentes. Contudo, podemos introduzir uma nova variável tempo que tenha as mesmas unidades de medida que o espaço, ou seja, podemos medir o tempo em metros. Esta nova variável é geralmente denominada x_o e é definida como $x_o = ct$ (logo, por exemplo $1\mu s = 300m$). Mostre que, em termos desta nova variável, a primeira e a quarta equação das transformações de Lorentz podem ser escritas como:

$$\begin{aligned}x' &= \gamma(x - \beta x_o) \\x'_o &= \gamma(x_o - \beta x)\end{aligned}$$

as quais são certamente mais simétricas na aparência do que a representação padrão.

3. Mostre que o quadrado do intervalo espaço-tempo $(\Delta s)^2$ associado a dois eventos é um invariante sob transformações de Lorentz. Ou seja, mostre que

$$(c\Delta t)^2 - (\Delta x)^2 = (c\Delta t')^2 - (\Delta x')^2.$$

4. Imagine um jogo de futebol relativístico em um Universo onde $c = 50$ m/s. Um atacante move-se em direção ao gol adversário com velocidade $v = 30$ m/s (em relação ao campo de futebol). Em seu referencial, S' , este atacante passa pelo zagueiro adversário em t'_2 e observa seu companheiro a uma distância $x'_1 = -L_0$ lançar a bola à sua frente no instante t'_1 . No referencial S , o juiz e o zagueiro estão na grande área e em repouso com relação ao campo. Nesse referencial, as regras do futebol determinam que seja marcado impedimento se o atacante passar pelo zagueiro (instante t_2) antes de seu companheiro lançar a bola (instante t_1).

Obs: para efeitos de resolução deste problema, assumamos que as posições dos jogadores e do juiz permanecem colineares, com a mesma coordenada $y = y' = 0$.

(a) Para o atacante em S' , $L_0 = 50$ m e ele percebe que ultrapassou o zagueiro antes do lançamento de seu companheiro tal que $\Delta t' = t'_2 - t'_1 = -0,5$ segundos. O juiz deve marcar impedimento?

(b) No item anterior, existe um comprimento L_0 limite que determina a existência ou não do impedimento? Obtê-lo em caso positivo.

(c) Na continuação do lance, o juiz permanece junto ao zagueiro (ainda dentro da grande área) em $x = 0$, mas tem sua visão do lance encoberta por ele. No referencial S do juiz, o atacante cai 0,08 segundos após passar pelo zagueiro. Um movimento brusco do zagueiro sugeriu a intenção de derrubar o atacante. Como critério, o juiz marcaria pênalti se, no referencial S' do atacante, a queda ocorrer após a passagem do atacante pelo zagueiro. Neste caso, determine qual atitude o juiz deve tomar.

(d) No item anterior, existe uma velocidade limite de um observador externo onde o jogador cai antes de passar pelo zagueiro? Determine-a em caso positivo.

R: (a) não; (b) sim, $L_0 = \frac{125}{3}$ m $\approx 41,6$ m; (c) marcar o pênalti; (d) não.

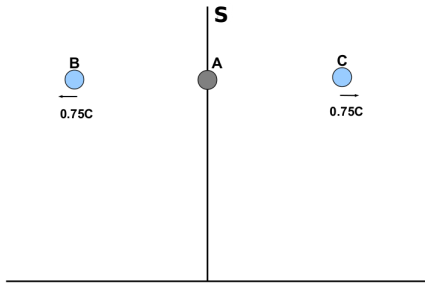
5. Uma partícula de raio cósmico aproxima-se da Terra ao longo de seu eixo com uma velocidade de $0,80 c$ em direção ao polo norte e uma outra, com velocidade $0,60 c$, em direção ao polo sul. Qual é a velocidade relativa de aproximação entre as duas partículas?

R: $0,9459 c$.

6. (French) Considere três galáxias A, B e C, esquematicamente representadas na figura abaixo. Um observador A, em repouso no referencial S , mede as velocidades de C e B, observando que estas se afastam cada uma com velocidade de $0,7c$ relativa à ele mesmo. De acordo as medidas *nesse sistema de referencia* a distância entre elas aumenta a uma taxa de $1,4c$.

(a) Qual é a velocidade de A medida por B?

(b) Qual é a velocidade de C observada por B?



R: (b) $|u| = 0.96c$.

7. Um observador em S vê uma estrela com uma elevação angular θ em relação à horizontal Ox . Um segundo observador S' caminha na direção Ox com velocidade v relativa a S .

- Calcule o ângulo de elevação θ' da estrela, visto por S' , em relação a $O'x'$, sem utilizar os resultados da Teoria da Relatividade Restrita (cálculo clássico, conhecido pelos astrônomos como “aberração da luz estelar”).
- Calcule novamente o ângulo θ' , desta vez utilizando a Teoria da Relatividade Restrita.
- Compare os resultados dos itens anteriores quando $\frac{v}{c} \ll 1$.

R: (a) $\tan(\theta') = \frac{\text{sen}(\theta)}{\cos(\theta) + \frac{v}{c}}$; (b) $\tan(\theta') = \frac{1}{\gamma} \frac{\text{sen}(\theta)}{\left[\cos(\theta) + \frac{v}{c}\right]}$.

8. Num referencial S duas espaçonaves A e B movem-se com velocidades de módulo $u = 0,5c$ na mesma direção, mas em sentidos opostos. Cada espaçonave tem comprimento próprio igual a 100 m. Quando a espaçonave A passa pela origem O , um feixe de luz é emitido partindo de O , formando um ângulo de $\theta = 60^\circ$ em relação ao eixo Ox .

- Determine a velocidade da espaçonave A em relação a B .
- Qual a inclinação θ' do feixe de luz medido pelo observador na espaçonave B ?
- Os resultados obtidos nos itens anteriores são compatíveis com os postulados da relatividade? Explique.

R: (a) $u'_a = 0,8c$; (b) $\theta' = \arctan\left(\frac{3}{4}\right)$; (c) Sim, é compatível: a velocidade escalar do raio de luz permanece sendo c .

9. Um satélite artificial deslocando-se com relação à Terra a uma velocidade de $0,90c$ comunica-se por transmissão numa frequência (medida no referencial do satélite) de 100 MHz. Para que frequência deve a Terra ajustar seus receptores para receber este sinal?

R: 22,94 MHz.

10. Observações da luz emitida por um certo quasar mostraram um deslocamento para o vermelho (“red shift”) de uma linha espectral de 130 nm para 500 nm. Ele está se aproximando ou se afastando de nós? Qual é a velocidade do quasar?

R: $0,873c$.