

# Instituto de Física da Universidade de São Paulo

Física II - 4300112

11ª Lista de exercícios - Relatividade Restrita - 2013

1. As equações de Maxwell resultam na seguinte equação de ondas eletromagnéticas:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = 0, \quad \text{onde} \quad \phi = E_i \quad \text{ou} \quad B_i.$$

(a) Mostre que esta equação não é invariante por transformações de Galileu:

$$x' = x - vt, \quad t' = t.$$

(b) Mostre que a invariância desta equação de onda pode ser obtida para

$$x' = \alpha(x - vt), \quad t' = \alpha(t - vx/c^2),$$

onde  $\alpha$  é um fator que depende apenas de  $\beta = v/cv$ . Obtenha a expressão para  $\alpha$ .

2. Uma barra que está colocada paralelamente ao eixo  $x$  de um sistema de referência  $S$  desloca-se ao longo deste eixo com velocidade  $\frac{4\sqrt{5}}{9} c \sim 0.993808 c$ . Seu comprimento de repouso é de 18 m. Qual será o comprimento medido no sistema  $S'$ ?

**R:** 2 m.

3. Uma barra de comprimento  $L'$  em repouso no referencial  $S'$  faz um ângulo  $\theta'$  com o eixo  $x'$ .

(a) Mostre que o comprimento  $L$  medido por um observador em um referencial  $S$ , para quem a barra se move com velocidade  $v$  na direção  $x$ , é dado por  $L = L' \sqrt{1 - \beta^2 \cos^2 \theta'}$ , onde  $\beta = v/c$ .

(b) Mostre que o ângulo  $\theta$  que esta barra em movimento faz com o eixo  $x$  do referencial  $S$  é dado por  $\text{tg} \theta = \gamma \text{tg} \theta'$ , onde  $\gamma$  é o fator de Lorentz, dado por  $\gamma = 1/\sqrt{1 - \beta^2}$ .

(c) Calcule  $L$  e  $\text{tg} \theta$  para  $L' = 1$  m,  $\cos \theta' = \frac{3}{4}$  e  $\beta = 0,8$ .

**R:** (c)  $L = 0,8$  m;  $\text{tg} \theta = \frac{5\sqrt{7}}{9}$ .

4. (French) Um evento ocorre nas coordenadas  $x' = 60$  m,  $t' = 8 \times 10^{-8}$  s de um referencial inercial  $S'$  ( $y' = 0, z' =$

0). O sistema  $S'$  move-se ao longo da direção  $x$  do sistema  $S$  com velocidade relativa  $\frac{3}{5}c$ . A origem dos sistemas coincidem no tempo  $t = 0, t' = 0$ ). Quais são as coordenadas do evento em  $S'$ ?

**R:**  $(x, t) = (93 \text{ m}, 75 \text{ m}/c)$ .

5. Quando visto de um sistema inercial  $S$ , um evento ocorre no ponto  $x_A$  sobre o eixo  $x$ , e  $10^{-6}$  s mais tarde um outro evento ocorre no ponto  $x_B$ , tal que  $x_A - x_B = 600$  m, quando visto de  $S$ .

(a) Existe um outro sistema inercial  $S'$ , movendo-se com uma velocidade menor do que  $c$  paralela ao eixo  $x$ , para o qual os dois eventos são simultâneos? Se assim for, qual é o módulo e o sentido da velocidade de  $S'$  com relação a  $S$ ?

(b) Repita a parte (a) para o caso em que  $A$  e  $B$  estão separados somente de 100 m quando vistos de  $S$ .

**R:** (a) Sim,  $\vec{v} = -0,5 c \hat{x}$ ; (b)  $\vec{v} = -3 c \hat{x}$ , impossível!

6. Um estudante vai realizar uma prova que deve durar 1 hora. Seu professor está em viagem e passará (sem parar) pela Terra com velocidade constante  $v = 0,6 c$ . O aluno propõe que a prova inicie quando o professor passar pela Terra e quando o professor, em seu próprio relógio, verificar que se passou 1 hora do início da prova ele envie um sinal luminoso à Terra. O aluno terminaria a prova quando recebesse o sinal luminoso.

(a) Quanto tempo o aluno teria para realizar a prova, de acordo com seu relógio?

(b) E quanto tempo o aluno teve para fazer a prova, de acordo com o relógio do professor?

(c) Qual desses intervalos de tempo realmente importa?

**R:** (a) 2 horas; (b) 2,5 horas; (c) O horário medido pelo aluno, claro!

7. Um trem de comprimento próprio  $L_0$  move-se com velocidade  $v = 0,8 c$  em relação à estrada e dirige-se para uma ponte com extensão  $d$ , medida no referencial da estrada ( $S$ ). No momento em que a dianteira do trem ( $A$ ) passa pelo ponto  $O$ , no início da ponte, dois flashes

de luz são disparados simultaneamente no referencial do trem ( $S'$ ), nas extremidades do trem ( $A$  e  $B$ ). Nesse instante, dois observadores, um em  $A$  e outro em  $O$ , sincronizam seus cronômetros em  $t = t' = 0$  com a origem dos sistemas de referência  $S$  e  $S'$  coincidentes.

(a) No referencial da estrada, qual o intervalo de tempo  $\Delta t$  entre os flashes de luz emitidos em  $A$  e  $B$ ?

(b) No referencial da estrada, em que instante  $t_1$  o flash emitido em  $A$  atinge o ponto  $B$ ?

(c) No referencial do trem, quanto tempo ele leva para percorrer completamente a ponte?

**R:** (a)  $|\Delta t| = \frac{4}{3} \frac{L_0}{c}$ ; (b)  $t_1 = \frac{1}{3} \frac{L_0}{c}$ ; (c)  $\delta t' = \frac{5L_0 + 3d}{4c}$ .