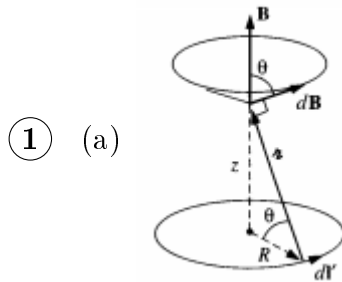


3ª Lista: Campos Magnéticos Soluções



O campo devido ao segmento de linha dl' aponta conforme mostrado na figura. Conforme integramos ao longo do círculo, as componentes horizontais cancelam, enquanto as verticais se somam, produzindo:

$$B(z) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{dl'}{r^2} \cos \theta = \frac{\mu_0 \cos \theta}{4\pi r^2} \int dl' = \boxed{\frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{(R^2 + z^2)^{3/2}}}$$



Na figura, $dl' \times \mathbf{r}$ aponta para fora da página, e tem intensidade:

$$dl' \sin \alpha = dl' \cos \theta.$$

Vemos ainda que $l' = s \tan \theta$ e $s = r \cos \theta$, logo:

$$dl' = \frac{s}{\cos \theta} d\theta, \quad \frac{1}{r^2} = \frac{\cos^2 \theta}{s^2}.$$

O campo magnético é então:

$$\begin{aligned} B &= \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{\cos^2 \theta}{s^2} \frac{s}{\cos^2 \theta} \cos \theta d\theta \\ &= \frac{\mu_0 I}{4\pi s} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \cos \theta d\theta = \frac{\mu_0 I}{4\pi s} (\sin \theta_2 - \sin \theta_1) \end{aligned}$$

Para um ponto sobre o centro do segmento de fio:

$$\sin \theta_1 = -\sin \theta_2 = \frac{L}{2r} = \frac{L}{2\sqrt{s^2 + L^2/4}},$$

Logo:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi s} \frac{L}{\sqrt{s^2 + L^2/4}}$$

- (c) Cada lado do quadrado contribui com um campo perpendicular ao plano do quadrado, todos apontando na mesma direção, e dados pela resposta do exercício anterior, com $s = l/2$ e $L = l$, assim, o campo resultante é:

$$B = \frac{2\sqrt{2}\mu_0 I}{\pi l}$$

- ② A corrente em cada fio é $I = \lambda v$. O campo magnético produzido pelo fio de cima sobre o de baixo aponta para fora da página e tem intensidade:

$$B = \frac{\mu_0 \lambda v}{2\pi d}$$

De modo que a força de Lorentz exercida sobre o fio de cima é atrativa e vale:

$$F_m = \lambda v \frac{\mu_0 \lambda v}{2\pi d} \int dl,$$

assim, a atração magnética por unidade de comprimento é:

$$f_m = \frac{\mu_0 \lambda^2 v^2}{2\pi d}$$

O campo elétrico produzido por um fio sobre o outro é:

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 d},$$

de modo que a repulsão elétrica por unidade de comprimento é:

$$f_e = \frac{\lambda^2}{2\pi\epsilon_0 d}$$

O balanço ocorre quando $f_m = f_e$, correspondendo à:

$$v = \frac{1}{\mu_0 \epsilon_0} = 3 \times 10^8 \text{ m/s.}$$

Ou seja, $v = c$, a velocidade da luz. De fato, como os fios possuem massa, essa situação é inatingível e a repulsão elétrica sempre dominará.

- ③ (a) Pelo princípio da superposição, e usando o campo de um loop circular obtido na questão 1a, o campo resultante num ponto z é vertical e tem intensidade:

$$B = \frac{\mu_0 I R^2}{2} \left\{ \frac{1}{[R^2 + (d/2 + z)^2]^{3/2}} + \frac{1}{[R^2 + (d/2 - z)^2]^{3/2}} \right\}$$

Derivando:

$$\frac{\partial B}{\partial z} = \frac{3\mu_0 I R^2}{2} \left\{ \frac{-(d/2 + z)}{[R^2 + (d/2 + z)^2]^{5/2}} + \frac{d/2 - z}{[R^2 + (d/2 - z)^2]^{3/2}} \right\},$$

substituindo $z = 0$, obtemos $\partial B/\partial z|_{z=0} = 0$.

(b) Derivando novamente:

$$\frac{\partial^2 B}{\partial z^2} = \frac{3\mu_0 I R^2}{2} \left\{ \frac{-1}{[R^2 + (d/2 + z)^2]^{5/2}} + \frac{-(d/2 + z)(-5/2)2(d/2 + z)}{[R^2 + (d/2 + z)^2]^{7/2}} \right. \\ \left. + \frac{-1}{[R^2 + (d/2 - z)^2]^{5/2}} + \frac{-(d/2 - z)(-5/2)2(d/2 - z)}{[R^2 + (d/2 - z)^2]^{7/2}} \right\}.$$

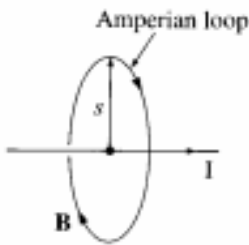
Assim, calculando em $z = 0$ chegamos à:

$$\frac{\partial^2 B}{\partial z^2} \Big|_{z=0} = \frac{3\mu_0 I R^2}{[R^2 + (d/2)^2]^{7/2}} (d^2 - R^2),$$

e portanto $\partial^2 B / \partial z^2 \Big|_{z=0} = 0$ para $d = R$. E o campo magnético é então, nesse caso:

$$B(0) = \frac{8\mu_0 I}{5^{3/2} R}.$$

④ (a)



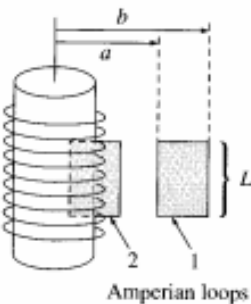
Sabemos que o campo magnético é "circunferencial" em torno do fio, e que sua magnitude só depende da distância, sendo então constante sobre o loop na figura. Desse modo, a Lei de Ampere no loop da figura fica:

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = B \oint dl = 2\pi s = \mu_0 I$$

Portanto:

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi s} \hat{\phi}$$

(b)



Sabemos que o campo magnético é paralelo ao eixo do solenoide, usando a curva 1 na figura, a lei de Ampere implica:

$$\oint \mathbf{b} \cdot d\mathbf{l} = [B(a) - B(b)]L = \mu_0 I_{enc} = 0,$$

de modo que B é o mesmo a qualquer distância do solenoide, e como infinitamente longe devemos ter $B = 0$, obtemos que:

$$\mathbf{B} = 0, \text{ Fora do solenóide.}$$

Para obter o campo no interior, usamos o loop 2 na figura, e como só há campo no lado interno do loop, a lei de Ampere fica:

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = BL = \mu_0 n I L,$$

e obtemos:

$$\mathbf{B} = \mu_0 n I \hat{\mathbf{z}}, \text{ Dentro do solenóide.}$$

(c) Como a corrente I está distribuída de tal forma que $J = cs$, com c constante, temos:

$$I = \int_0^a J da = \int_0^a cs(2\pi s) ds = \frac{2\pi ca^3}{3},$$

então, $c = 3I/2\pi a^2$.

Por simetria, sabemos que o campo magnético é "circunferencial" em torno do eixo do cilindro, então tomamos um caminho circular de raio s em torno do eixo e a lei de Ampere fica:

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = B2\pi s = \mu_0 I_{enc}.$$

Para $s > a$, $I_{enc} = I$, enquanto para $s < a$:

$$I_{enc} = \int_0^s J da = \int_0^s cs'(2\pi s') ds' = \frac{2\pi cs^3}{3} = I \frac{s^3}{a^3}$$

Assim, o campo magnético fica:

$$\mathbf{B} = \begin{cases} \frac{\mu_0 I s^2}{2\pi a^3} \hat{\phi}, & s < a \\ \frac{\mu_0 I}{2\pi s} \hat{\phi}, & s > a \end{cases}$$

(d) O campo de um solenóide é $\mu_0 n I$ em seu interior e 0 no exterior. Como as correntes estão em direções opostas, se o campo do solenóide interior aponta para a direita ($\hat{\mathbf{z}}$), o do exterior aponta para a esquerda ($-\hat{\mathbf{z}}$), e por sobreposição obtemos:

$$\mathbf{B} = \begin{cases} \mu_0 I (n_1 - n_2) \hat{\mathbf{z}}, & s < a \\ -\mu_0 I (n_2) \hat{\mathbf{z}}, & a < s < b \\ 0, & s > b \end{cases}$$