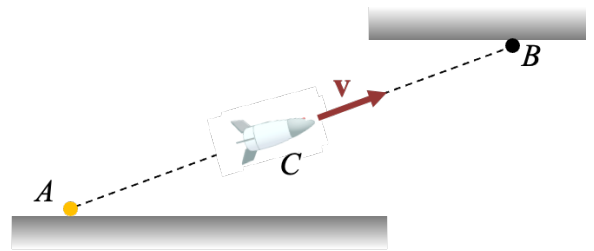
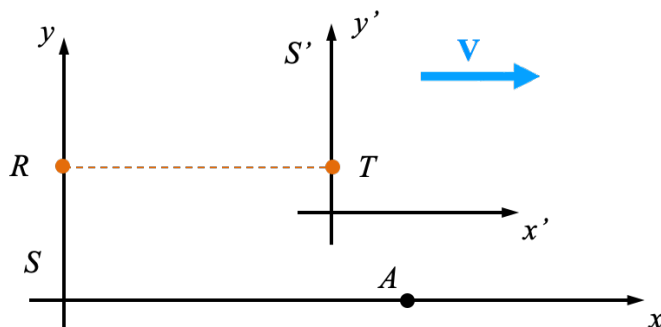


### Quarta lista de exercícios: Cinemática Relativística

- 1) A contração de Lorentz foi discutida considerando a transformação de comprimentos não próprios para comprimentos próprios. Aqui seguiremos o caminho inverso. Considere uma barra com comprimento próprio  $L = (x_B - x_A)$ , em repouso no referencial  $S$  e disposta ao longo do eixo  $Ox$ , bem como o referencial  $S'$  que se move com velocidade  $\mathbf{V} = V\hat{\mathbf{x}}$  em relação a  $S$ . (a) Em  $S'$ , as posições das extremidades da barra são  $x'_A(t'_A)$  e  $x'_B(t'_B)$ . Obtenha expressões para  $\Delta x' = (x'_B - x'_A)$  e  $\Delta t' = (t'_B - t'_A)$  em função das coordenadas espaço-temporais em  $S$ . (b) Imponha a condição de medições simultâneas em  $S'$ ,  $\Delta t' = 0$ . (c) Obtenha então a expressão do comprimento não próprio,  $L'$ , em função do comprimento próprio.
- 2) Um veículo espacial tem comprimento próprio  $L_p$ . Um observador na Terra constata que a passagem do veículo tem duração  $\Delta t$  (intervalo entre as passagens do nariz e da cauda pelo mesmo ponto). Qual a velocidade escalar do veículo em relação à Terra?
- 3) Dois sinais de luz, observados no referencial  $S$ , são emitidos em  $(x_A = 3.00 \text{ m}, t_A = 1.00 \times 10^{-9} \text{ s})$  e  $(x_B = 5.00 \text{ m}, t_B = 9.00 \times 10^{-9} \text{ s})$ . Outro referencial  $S'$  se move com velocidade  $\mathbf{V} = V\hat{\mathbf{x}}$  em relação a  $S$ . As origens dos referenciais coincidem em  $t = t' = 0$ , e a emissão dos sinais de luz ocorre na mesma posição em  $S'$ . (a) Qual a velocidade relativa entre  $S$  e  $S'$ ? (b) Em que posição os sinais de luz foram emitidos no referencial  $S'$ ? (c) Em que instante, no referencial  $S'$ , o sinal A foi emitido?
- 4) Um núcleo radioativo se move com velocidade  $\mathbf{v}_n = 0.050c \hat{\mathbf{x}}$  no referencial do laboratório ( $S$ ). O núcleo se desintegra emitindo um elétron com velocidade  $\mathbf{v}'_e = 0.800c \hat{\mathbf{x}}'$  no referencial  $S'$  do núcleo. (a) Qual a velocidade do elétron no referencial do laboratório? (b) Em uma repetição do experimento, o elétron é emitido com velocidade  $\mathbf{v}'_e = 0.800c \hat{\mathbf{y}}'$ . Qual a velocidade do elétron no referencial do laboratório?
- 5) Sinais de luz são emitidos do ponto A, sobre a Terra, a cada seis minutos. Esses sinais podem ser detectados na estação espacial B, estacionária em relação à Terra, e pela nave C, que viaja da posição A para a posição B com velocidade  $v = 0.6c$  em relação à Terra. (a) Em qual intervalo de tempo os sinais emitidos por A são detectados em B? (b) Em qual intervalo de tempo os sinais emitidos por A são detectados em C? (c) Admita que C também emita sinais de luz cada vez que detecta um sinal emitido por A. Em qual intervalo de tempo os sinais emitidos por C são detectados em B?





7) O transmissor  $T$ , fixo no sistema  $S'$ , emite sinais de radar com período próprio  $\tau_0$ . Os sinais são captados pelo receptor  $R$ , fixo no sistema  $S$ . O sistema  $S'$  se move com velocidade  $\mathbf{V} = V\hat{\mathbf{x}}$  em relação a  $S$ . (a) Qual o período  $\tau$  das *emissões* relativo a um observador no ponto  $A$ ? (b) Qual o intervalo de tempo  $\tau_R$  entre as *deteccões* em  $R$ ? (c) Se  $A$  e  $R$  estão em repouso no mesmo referencial  $S$ , por que as respostas dos itens (a) e (b) são

diferentes? Os resultados são compatíveis com o Efeito Doppler?

8) Considere os referenciais  $S$  e  $S'$ , sendo  $\mathbf{V} = V\hat{\mathbf{x}}$  a velocidade de  $S'$  em relação a  $S$ . No referencial  $S'$ , observa-se uma barra orientada ao longo da direção  $O'x'$ , que se move com velocidade  $\mathbf{u}' = u\hat{\mathbf{y}}'$  (mantendo sua orientação fixa em  $S'$ ). (a) Qual a orientação da barra no referencial  $S$  (ângulo com respeito à direção  $Ox$ )? (b) Seja  $S''$  o referencial no qual a barra está em repouso. Qual a velocidade de  $S''$  em relação a  $S$ ? (c) Os comprimentos da barra medidos em  $S$  e  $S'$  são próprios?

9) Mostre que a função  $\gamma = [1 - (V/c)^2]^{-1/2}$  satisfaz as seguintes propriedades:

(a)  $\gamma V = c[\gamma^2 - 1]^{1/2}$

(b)  $c^2 d\gamma = \gamma^3 V dV$

(c)  $d(\gamma V) = \gamma^3 dV$

(d) Esboce o gráfico de  $\gamma$  para  $0 \leq V < c$ .

### Respostas:

1) (a)  $\Delta x' = \gamma L - \gamma V \Delta t$ , onde  $\Delta t = (t_B - t_A)$ . Também  $\Delta t' = \gamma \Delta t - \gamma(V/c^2)L$ . (b)  $\Delta t = (V/c^2)L$ . (c)  $L' = L/\gamma$ .

2) 
$$V = \frac{L_P}{[(\Delta t)^2 + (L_P/c)^2]^{1/2}}$$

3) (a)  $V = 2.50 \times 10^8$  m/s. (b)  $x'_A = x'_B = 4.97$  m. (c)  $t'_A = -1.33 \times 10^{-8}$  s.

4) (a)  $\mathbf{v}_e = 0.817c\hat{\mathbf{x}}$  (b)  $\mathbf{v}_e = 0.050c\hat{\mathbf{x}} + 0.799c\hat{\mathbf{y}}$

5) (a) 6.00 min (b) 7.50 min (c) 9.38 min

6) (a) Da menor para a maior velocidade, os comprimentos de onda (em Angstrom) são 6569, 6629, 7265. (b) 5920 Angstrom.

7) (a)  $\tau = \gamma \tau_0$  (b)  $\sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} \tau_0$  (c) Reflita sobre a diferença entre os tempos de emissão e deteção no referencial  $S$ .

8) (a)  $\text{tg } \theta = -\gamma \frac{uV}{c^2}$  (b)  $\mathbf{u} = V\hat{\mathbf{x}} + (u/\gamma)\hat{\mathbf{y}}$  (c) Próprio apenas em  $S'$ .