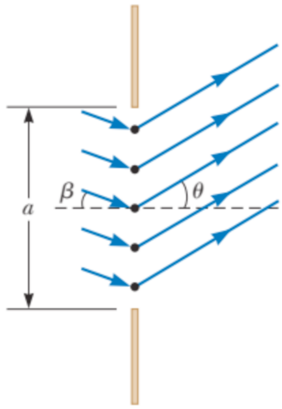
Terceira lista de exercícios: Difração e Polarização

1) Um padrão de difração é formado em anteparo situado a 120 cm de distância de uma fenda estreita, com abertura de 0.400 mm, e utilizando luz com comprimento de onda de 546.1 nm. Calcule a razão I/I_0 para o ponto sobre a tela situado a 4.10 mm do centro do máximo principal.

2) Suponha que a luz incida sobre uma fenda estreita formando o ângulo β com a direção perpendicular, como mostrado na figura ao lado. Mostre que a condição para franjas escuras sobre um anteparo distante é dada por

$$\operatorname{sen}\theta = m\left(\frac{\lambda}{a}\right) - \operatorname{sen}\beta,$$

onde θ é a posição angular da franja sobre o anteparo (em relação à direção perpendicular), e λ é o comprimento de onda da luz.



3) A figura mostra um quadro do impressionista Georges Seurat que o utiliza o Pontilhismo. Nessa técnica, a pintura é composta por grande número de pontos com diâmetro aproximado de 2.00 mm. A partir de qual distância não é mais possível distinguir pontos individuais? Em sua estimativa, admita o comprimento de onda λ = 500 nm e que a pupila tem diâmetro de 4.00 mm.

4) Uma fonte emite luz nos comprimentos de onda 531.62 nm e 531.81 nm. (a) Qual o número mínimo de linhas para que uma grade de difração resolva os comprimentos de onda em primeira ordem (m = 1)? (b) Se a grade tem 1.32 cm de extensão, que separação entre linhas é compatível com a resposta do item anterior?

5) Dois comprimentos de onda próximos, λ e λ + δλ (δλ << λ), incidem sobre uma grade de difração. Mostre que a separação angular (δθ) entre os máximos principais de ordem m é dada por

$$\delta\theta = \frac{\delta\lambda}{\sqrt{\left(\frac{d}{m}\right)^2 - \lambda^2}}$$

6) Considere a intensidade de difração por uma fenda,

$$I = I_0 \frac{\operatorname{sen}^2(\beta/2)}{(\beta/2)^2}.$$

Sendo $x = (\beta/2)$, mostre que os máximos secundários do padrão de difração são dados pela condição $x_n = \operatorname{tg}(x_n)$, onde o índice n indica um conjunto discreto de soluções. Esboce um gráfico indicando as soluções dessa equação transcendental.

7) Em uma grade de difração, a separação entre as fendas é o dobro da largura de cada fenda. Mostre que todos os máximos de ordem par estarão ausentes no padrão de difração.

8) Considere que a luz que se propague em um meio com índice de refração n_1, e incida sobre a interface com um meio com índice de refração n_2, formando o ângulo θ com a normal à superfície. (a) Se o ângulo entre a direção de propagação da luz refletida e refratada é β, mostre que

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{n_2 \operatorname{sen}\beta}{n_1 - n_2 \cos\beta}$$

(b) Mostre que θ corresponde ao ângulo de Brewster quando $\beta = 90^\circ$.

9) No caso da polarização **perpendicular** ao plano de incidência, as amplitudes de reflexão e transmissão (refração) são dadas por

$$\tilde{E}_{0T} = \left(\frac{2}{1+\alpha\beta}\right)\tilde{E}_{0I} \qquad \tilde{E}_{0R} = \left(\frac{1-\alpha\beta}{1+\alpha\beta}\right)\tilde{E}_{0I}$$

onde $\alpha = (\cos\theta_T \,/\, \cos\theta_I)$ e $\beta = (\mu_1 v_1)/(\mu_2 v_2)$. (a) Mostre que neste caso não existe o ângulo de Brewster, para o qual a amplitude de reflexão é nula (<u>Dica</u>: imponha essa condição e discuta suas implicações). (b) Mostre que sempre há defasagem por reflexão, caso $n_2 > n_1$. (c) Obtenha os coeficientes de reflexão (R) e transmissão (T) e mostre que $R + T = 1$.

10) De acordo com a discussão da Aula 17, ondas monocromáticas com polarização circular dextrógira (R) e levógira (L), se propagando na direção z, podem ser escritas na forma

$$\tilde{\mathbf{E}}_R = Ae^{i(kz-\omega t)}\tilde{\mathbf{e}}_R \quad \text{e} \quad \tilde{\mathbf{E}}_L = Ae^{i(kz-\omega t)}\tilde{\mathbf{e}}_L$$

sendo as polarizações dadas por

$$\tilde{\mathbf{e}}_R = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{\mathbf{x}} - i\hat{\mathbf{y}}) \quad \text{e} \quad \tilde{\mathbf{e}}_L = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{\mathbf{x}} + i\hat{\mathbf{y}})$$

(a) Mostre que as seguintes combinações resultam em polarizações lineares nas direções x e y:

$$\mathbf{e}_x = \frac{1}{\sqrt{2}}(\tilde{\mathbf{e}}_L + \tilde{\mathbf{e}}_R) \quad \text{e} \quad \mathbf{e}_y = -\frac{i}{\sqrt{2}}(\tilde{\mathbf{e}}_L - \tilde{\mathbf{e}}_R)$$

O fenômeno conhecido como **atividade ótica** consiste na rotação do eixo de polarização da luz (linearmente polarizada) quando atravessa um meio constituído por moléculas (ou cristais) com determinadas propriedades de simetria. Essas moléculas existem em duas formas que são imagens especulares uma da outra (isômeros óticos ou enantiômeros). A atividade ótica pode ser entendida como uma forma de **birrefringência**, isto é, os índices de refração para as componentes circularmente polarizadas são diferentes, $n_R \neq n_L$.

(b) Uma onda linearmente polarizada em um meio oticamente ativo pode ser escrita como

$$\tilde{\mathbf{E}}(z) = \frac{A}{\sqrt{2}}e^{i(k_L z-\omega t)}\tilde{\mathbf{e}}_L + \frac{A}{\sqrt{2}}e^{i(k_R z-\omega t)}\tilde{\mathbf{e}}_R$$

onde $k_L = n_L k$ e $k_R = n_R k$. Mostre que, ao se propagar entre $z = 0$ e $z = d$ no meio oticamente ativo, o campo elétrico será dado por,

$$\tilde{\mathbf{E}}(d) = \mathrm{A}e^{i\bar{n}kd}\left[\cos\left(\frac{\delta n}{2}kd\right)\hat{\mathbf{x}} - \sin\left(\frac{\delta n}{2}kd\right)\hat{\mathbf{y}}\right]$$

onde $\bar{n} = \frac{1}{2}(n_L + n_R)$ e $\delta n = (n_L - n_R)$. Perceba que a direção de polarização foi girada por $\theta = -\frac{1}{2}kd(\delta n)$. (<u>Dica</u>: ver Moyses, vol. 4, Sec. 5.4).

Respostas:

1) (a) $\frac{\mathrm{I}}{\mathrm{I}_0} = 0.016$

3) cerca de 13 metros

4) (a) N = 2798 fendas. (b) d = 4.71 μm.

9) (c) $R = \left(\frac{1-\alpha\beta}{1+\alpha\beta}\right)^2$ e $T = \alpha\beta\left(\frac{2}{1+\alpha\beta}\right)^2$