4302212 – Física IV

Dinâmica Relativística - II

Força e Aceleração

– Para uma partícula em um dado referencial inercial:

$$\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt} = \frac{dm}{dt}\mathbf{u} + m\underbrace{\frac{d\mathbf{u}}{dt}}_{\text{(aceleração)}}$$

$$\frac{dm}{dt} = \frac{1}{c^2}\frac{dK}{dt} = \frac{1}{c^2}\mathbf{F}\cdot\mathbf{u}$$

– Lembrando uma vez mais que $m = m_0/[1 - (u/c)^2]^{1/2}$:

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a} + \frac{(\mathbf{F}\cdot\mathbf{u})}{c^2}\mathbf{u}$$

(limite clássico: $\mathbf{F} = m_0\mathbf{a}$)

$$\mathbf{a} = \frac{1}{m}\mathbf{F} - \frac{(\mathbf{F}\cdot\mathbf{u})}{mc^2}\mathbf{u}$$

(em geral, **a** e **F** não têm a mesma direção)

Forças Paralela e Perpendicular

– Há dois casos em que força e aceleração se tornam paralelos: (i) quando a **força é paralela à velocidade** (por exemplo, carga puntiforme partindo do repouso sujeita a campo elétrico uniforme).

$$a_{\|} = \left(\frac{1}{m} - \frac{u^2}{mc^2} \right) F_{\|}$$

$$F_{\|} = \frac{m_0}{[1 - (u/c)^2]^{3/2}} \, a_{\|}$$

Forças Paralela e Perpendicular

– (ii) quando a **força é perpendicular à velocidade** (por exemplo, carga puntiforme sujeita à força magnética, $\mathbf{F} = q\mathbf{v}\times\mathbf{B}$).

$$\mathbf{a} = \frac{1}{m}\mathbf{F} - \cancelto{0}{\frac{(\mathbf{F}\cdot\mathbf{u})}{mc^2}}\mathbf{u}$$

$$F_\perp = \frac{m_0}{\sqrt{1-(u/c)^2}}\,a_\perp$$

– **Elétron em um campo magnético:** Assim como no caso clássico, um elétron que penetre uma região onde exista campo magnético (**B**) perpendicular à sua velocidade (**u**), irá descrever movimento circular uniforme:

$$\mathbf{a}_\perp = \frac{q}{m}\mathbf{u} \times \mathbf{B}$$

$$a_\perp = \frac{u^2}{r} = \frac{quB}{m}$$

$$r = \frac{mu}{qB} = \frac{1}{\sqrt{1-(u/c)^2}}\frac{m_0 u}{qB}$$

– **Exercício:** Considere elétrons com energia cinética K = 10.0 MeV, sujeitos ao campo B = 2.0 T perpendicular à sua velocidade inicial. Calcule os raios das trajetórias utilizando as expressões clássica e relativística.

$$q = e = 1.602\times10^{-19}\mathrm{C}$$
$$m_0 = 9.109\times10^{-31}\mathrm{kg}$$
$$m_0c^2 = 0.511\mathrm{MeV}$$

– Classicamente: $$r_0 = \frac{m_0 u}{qB} = \frac{p}{qB}$$

$$p = \sqrt{2m_0K} = [2 \times (0.511\mathrm{MeV}/c^2) \times (10.0\mathrm{MeV})]^{1/2} = 3.19\,\mathrm{MeV/c}$$

$$= (3.19\mathrm{MeV/c}) \times (1.602 \times 10^{-19}\mathrm{J/eV}) \times \frac{1}{2.998 \times 10^8\mathrm{m/s}} = 1.70 \times 10^{-21}\,\mathrm{kg.m/s}$$

$$r_0 = \frac{1.70 \times 10^{-21}}{(1.602 \times 10^{-19}) \times (2.0)} = 5.3 \times 10^{-3}\,\mathrm{m}$$

– Relativisticamente:

$$r_0 = \frac{m_0}{\sqrt{1-(u/c)^2}} \frac{u}{qB} = \frac{p}{qB}$$

$$p = \frac{1}{c}\sqrt{E^2 - m_0^2 c^4} = \frac{1}{c}\sqrt{(K + m_0^2 c^4)^2 - m_0^2 c^4}$$

$$= \frac{1}{c}\sqrt{(10.0\text{MeV} + 0.511\text{MeV})^2 - (0.511\text{MeV})^2} = 10.52\,\text{MeV}/c$$

$$= (10.52\text{MeV}/c) \times \frac{1.602 \times 10^{-19}\text{J/eV}}{2.998 \times 10^{8}\text{m/s}} = 5.62 \times 10^{-21}\,\text{kg.m/s}$$

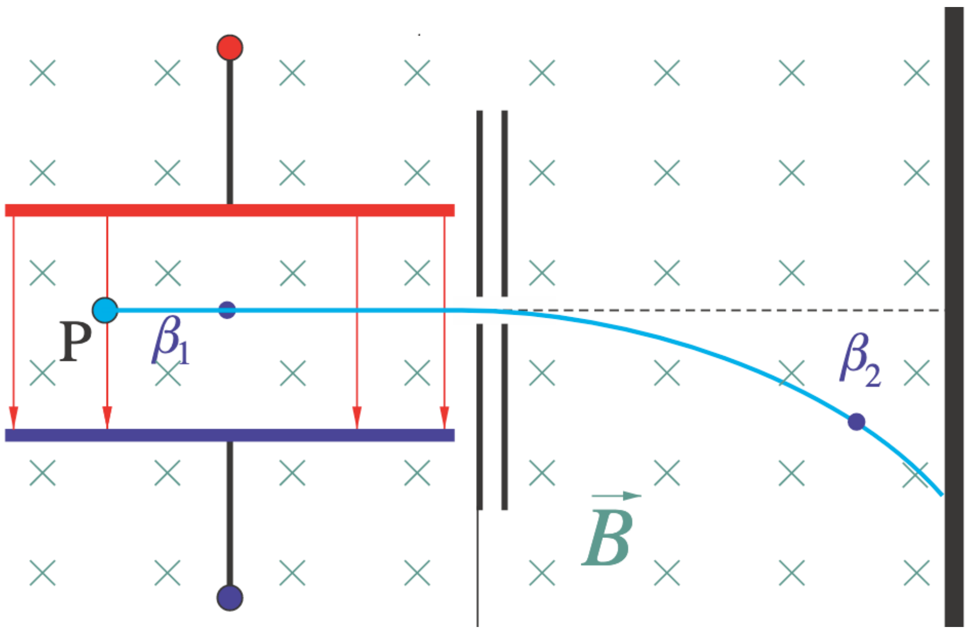
$$r = \frac{5.62 \times 10^{-21}\,\text{kg.m/s}}{(1.602 \times 10^{-19}) \times (2.00)} = 1.8 \times 10^{-2}\,\text{m}$$

Experimento de Bucherer (1909)

$$qE = quB$$

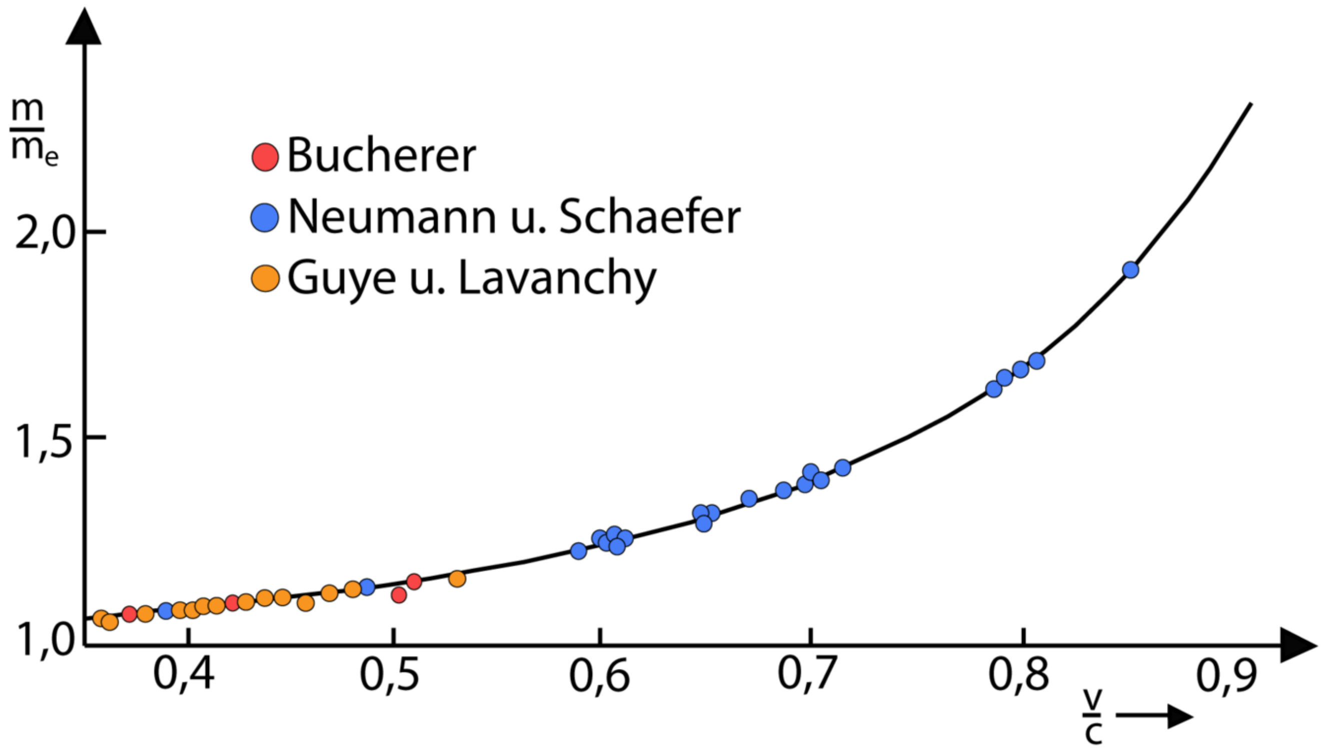
$$u = \frac{E}{B}$$

$$r = \frac{1}{\sqrt{1-(u/c)^2}}\frac{m_0 u}{qB}$$



https://www.leifiphysik.de/kern-teilchenphysik/radioaktivitaet-einfuehrung/ausblick/identifizierung-der-strahlungsarten

A combinação dos campos elétrico e magnético entre as placas do capacitor funciona como um seletor de velocidades. Assim, apenas elétrons com velocidades paralelas às placas chegam à região do detector, onde há apenas o campo magnético.



https://www.abiweb.de/physik-relativitaetstheorie/relativistische-dynamik/geschwindigkeitsabhaengigkeit-der-masse/relativistische-massenformel.html