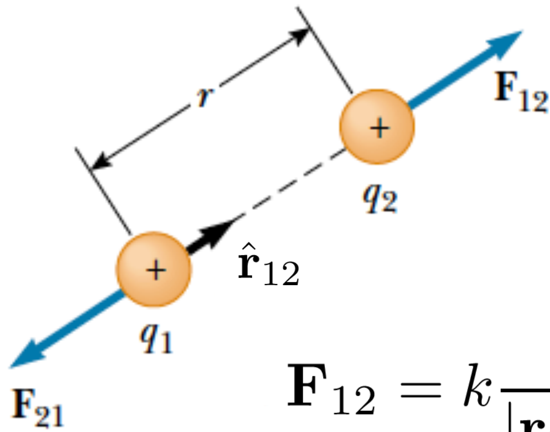
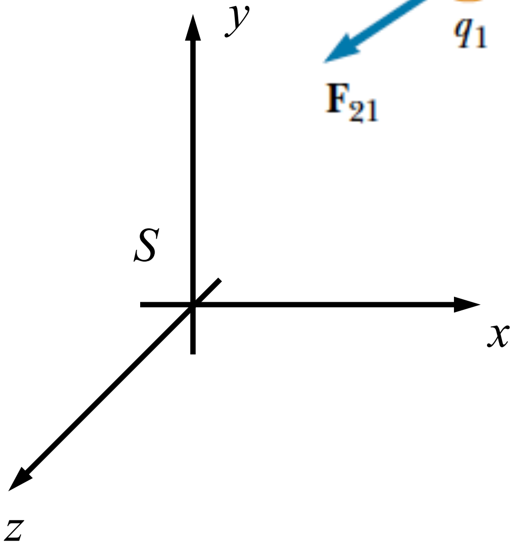
4302212 – Física IV

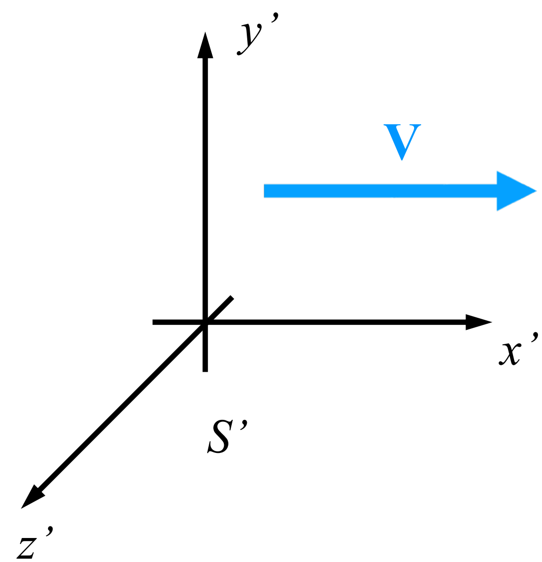
Momento Linear Relativístico





$$\mathbf{F}_{12} = k\frac{q_1 q_2}{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|}\hat{\mathbf{r}}_{12}$$

$$\mathbf{F}_{21} = -\mathbf{F}_{12}$$



Mecânica Clássica: forças entre partículas/corpos *distantes* atuando *simultaneamente* (Leio de Coulomb, Gravitação, Terceira Lei).

Momento Linear

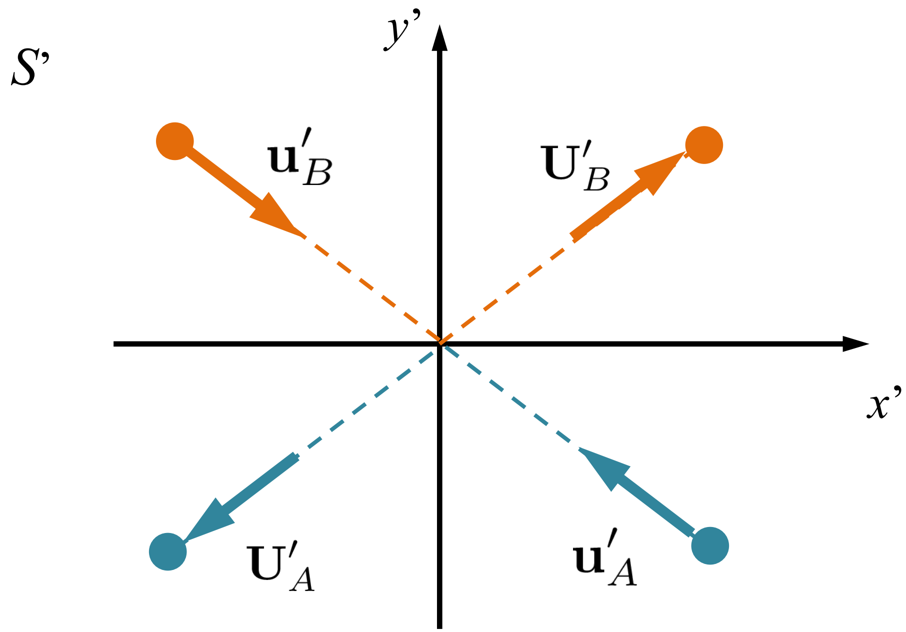
Vamos admitir:

1) Colisões regidas por forças instantâneas e de curto alcance ("contato").

2) O Princípio de Conservação do Momento Linear é válido em todos os referenciais inerciais.

3) Procuraremos generalizar a forma clássica do momento linear.

Colisão Elástica: Descrição Clássica



Partículas idênticas: $m_A = m_B = m$

S': referencial do CM

Velocidades iniciais: $\mathbf{u}'_A = -\,\mathbf{u}'_B$

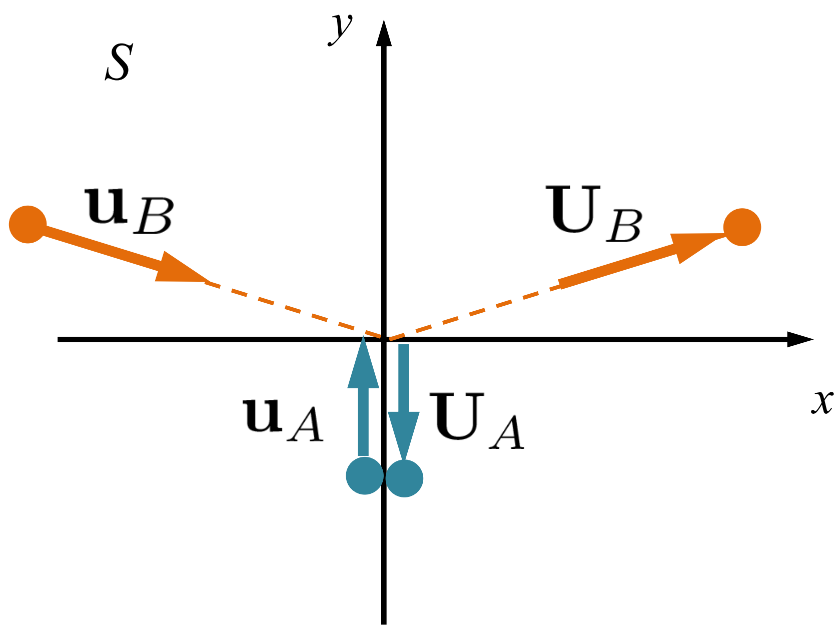
Colisão elástica

$$u'_{Ax} = U'_{Ax} = -u'_{Bx} = -U'_{Bx}$$

$$u'_{Ay} = U'_{By} = -u'_{By} = -U'_{Ay}$$

Colisão Elástica: Descrição Clássica

No referencial S, S' se move com: $\mathbf{V} = u'_{Bx}\,\mathbf{x} = -u'_{Ax}\,\mathbf{x}$



$$u_{Ay} = u'_{Ay} \qquad u_{Ay} = -U_{Ay}$$

$$u_{By} = u'_{By} \qquad u_{By} = -U_{By}$$

$$u_{Bx} = U_{Bx}$$

Transformação das Velocidades

A igualdade (clássica) entre as componentes y de velocidade nos referenciais S e S' não se verifica na Relatividade:

$$u_{Ay} = u'_{Ay}$$

$$u_{By} = u'_{By}$$

(T Galileana)

$$u'_{Ay} = \frac{u_{Ay}}{\gamma}$$

$$u'_{By} = \frac{u_{By}}{\gamma(1 - V u_{Bx}/c^2)}$$

(T Lorentz)

Conservação p_y:

$$2mu'_{Ay} = 2mu'_{By}$$

$$2mu_{Ay} = 2mu_{By}$$

Não há conservação simultânea de p_y e p'_y.

$$u'_{Ay} = u'_{By} \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow u_{Ay} = \frac{u_{By}}{1 - V u_{Bx}/c^2}$$

Momento Relativístico

Momento relativístico:

$$\mathbf{p} \equiv \alpha(u) m_0 \mathbf{u} \equiv m\mathbf{u}$$

Função escalar de u

massa de repouso (própria)

massa relativística $m = m(u)$

Conservação de p_y (em S):

$$2m_A u_{Ay} = 2m_B u_{By} \Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow m_B = \frac{m_A}{1 - V u_{Bx}/c^2}$$

Momento Relativístico

Lembrando que a TL foi definida por $V = u'_{Bx}$:

$$V = u'_{Bx} = \frac{u_{Bx} - V}{1 - V u_{Bx}/c^2}$$

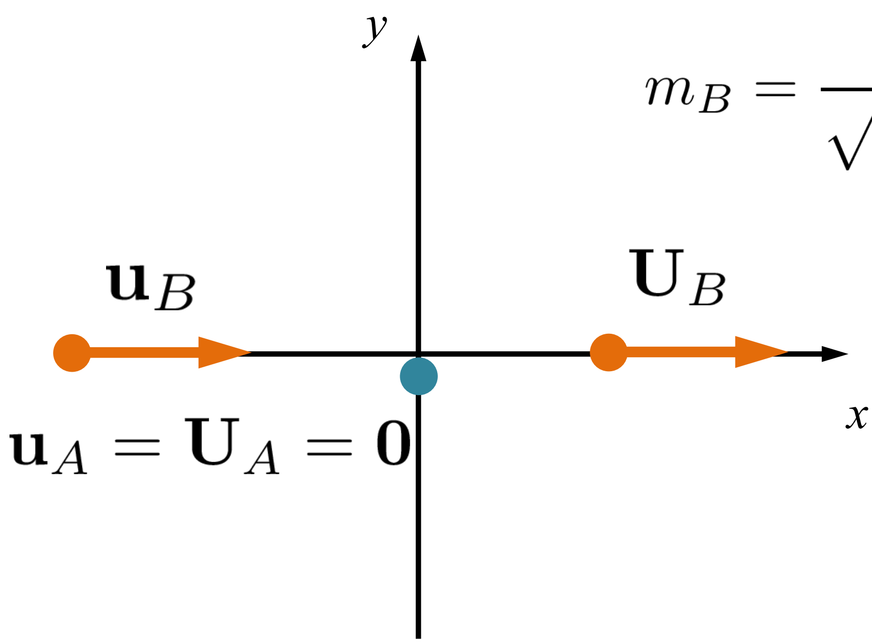
$$V = \frac{c^2}{u_{Bx}} \left[1 - \sqrt{1 - \left(\frac{u_{Bx}}{c} \right)^2} \right]$$

Finalmente:

$$m_B = \frac{m_A}{1 - V u_{Bx}/c^2} \implies$$

$$\implies m_B = \frac{m_A}{\sqrt{1 - (u_{Bx}/c)^2}}$$

Na discussão anterior, admitimos $v_{Ax} = 0$. Esse resultado deve valer para qualquer valor de v_{Ay}, inclusive no limite em que se torna desprezível:



$$m_B = \frac{m_A}{\sqrt{1-(u_{Bx}/c)^2}}$$

Postulamos assim o **momento linear relativístico** de uma partícula com massa de repouso (própria) m_0:

$$\boxed{\mathbf{p} = \frac{1}{\sqrt{1-(u/c)^2}} m_0 \mathbf{u}}$$