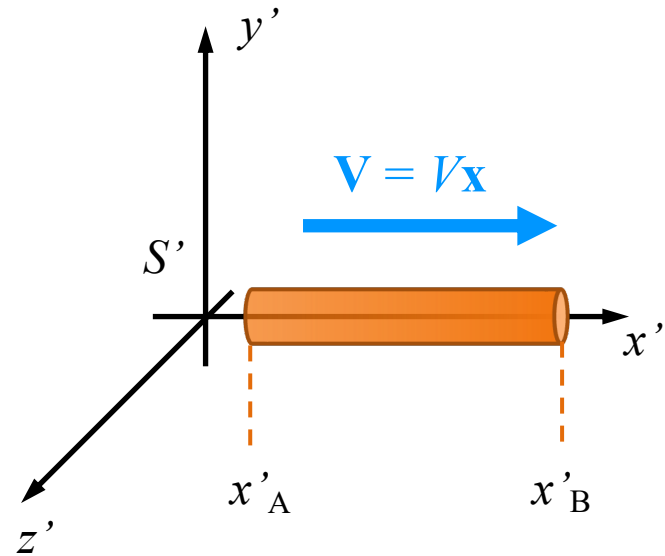
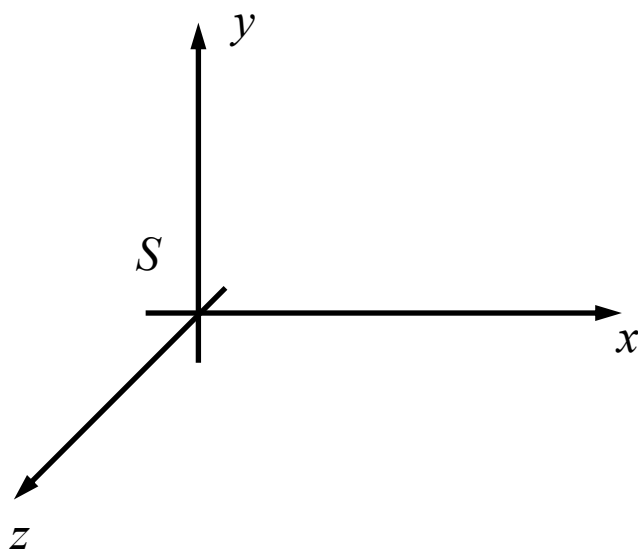




# 4302212 – Física IV

## Contração dos Comprimentos

Em  $S'$  (barra em repouso),  $L' = (x'_B - x'_A)$  é um comprimento próprio.

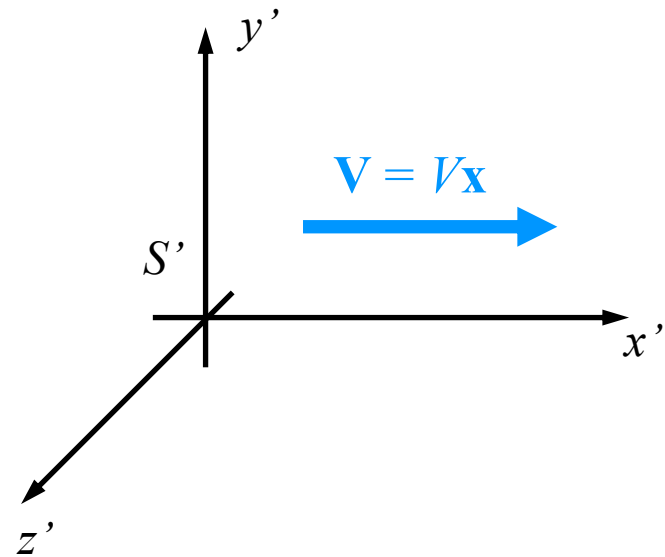
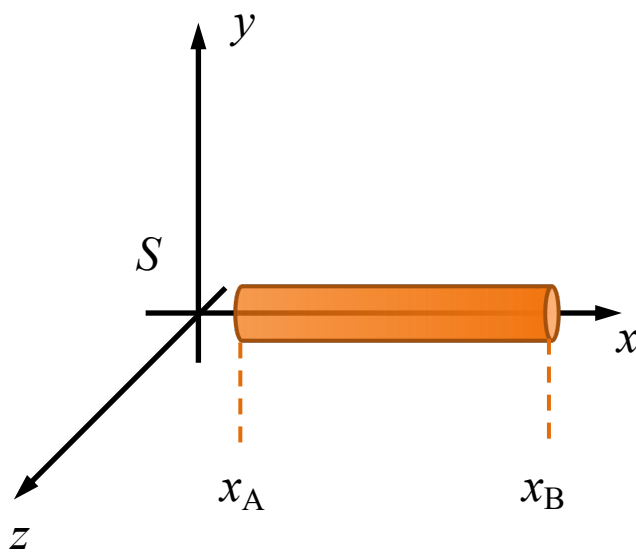


Em  $S$ , vamos expressar o comprimento da barra em termos de medidas simultâneas ( $t_A = t_B = t$ ) das extremidades,  $L = (x_B(t) - x_A(t))$ :

$$L' = x'_B - x'_A = \gamma(x_B(t) - Vt) - \gamma(x_A(t) - Vt)$$

$$L = \frac{1}{\gamma} L'$$

Em  $S$  (barra em repouso),  $L = (x_B - x_A)$  é um comprimento próprio.

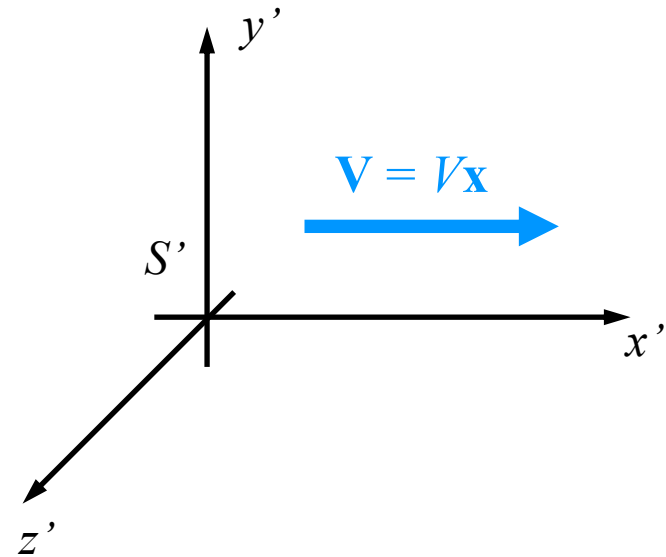
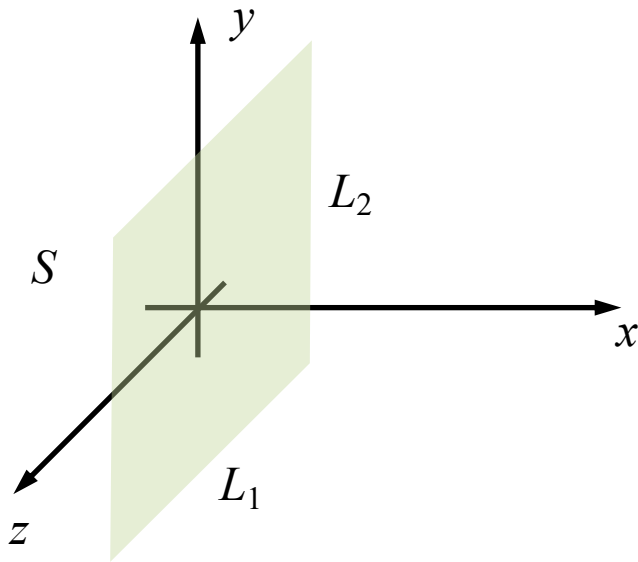


Em  $S'$ , vamos expressar o comprimento da barra em termos de medidas simultâneas das extremidades,  $L' = (x'_B(t') - x'_A(t'))$ :

$$L = x_B - x_A = \gamma(x'_B(t') + Vt') - \gamma(x'_A(t') + Vt')$$

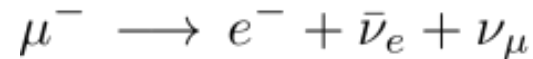
$$L' = \frac{1}{\gamma} L$$

## Dimensões transversais:



$$\begin{aligned} A &= L_1 L_2 = (z_B - z_A)(y_B - y_A) \\ &= (z'_B - z'_A)(y'_B - y'_A) = L'_1 L'_2 = A' \end{aligned}$$

**Questão:** Múons praticamente em repouso no laboratório têm tempo de vida médio  $\tau = 2.2\mu\text{s}$ .



Raios cósmicos produzem múons por colisões nas camadas mais altas da atmosfera,  $h \sim 15$  km. Esses múons podem ser detectados na superfície da Terra.

- a) Admita que múons muito rápidos seja produzidos,  $v \approx c$ . Considerando o tempo de vida observado no laboratório, qual seria a distância percorrida por essas partículas?
- b) Explique como é possível que os múons sejam detectados na superfície da Terra. Descreva a situação no referencial da Terra e no referencial do múon.
- c) Estime a velocidade mínima dos múons produzidos na atmosfera.

a) Estimativa da distância percorrida, admitindo  $\tau = 2.2\mu\text{s}$ :

$$c\tau = (3.00 \times 10^8) (2.2 \times 10^{-6}) = 660 \text{ m} \quad \text{(raciocínio equivocado!)}$$

b) No referencial da Terra, a distância  $h' \sim 15 \text{ km}$  é um comprimento próprio, mas o tempo de vida do múon ( $\tau'$ ) é dilatado em relação ao tempo próprio. Para que ocorra a detecção:

$$d' \approx c\tau' = \gamma c\tau \geq h'$$

No referencial do múon, tem-se o tempo de vida próprio ( $\tau$ ), mas a distância percorrida é um comprimento não próprio ( $h$ ):

$$d \approx c\tau \geq \frac{1}{\gamma} h'$$

c) Estimativa da velocidade para  $h' \approx 15\text{km}$ :

$$\gamma \approx \frac{h'}{c\tau} = 22.7 \quad v \approx 0.999c$$

**Questão:** Um astronauta parte em uma viagem do planeta A para o planeta B, distante 8 anos-luz. Sua nave viaja com velocidade  $0.8c$ , e completa a viagem em 6 anos (medidos na nave).

Como conciliar o tempo de viagem (6 anos) com a distância percorrida (8 anos-luz) ?

No referencial da nave, a duração de 6 anos é um tempo próprio, mas a distância entre os planetas ( $d$ ) é um comprimento não próprio (abaixo, ly = light-year = ano-luz):

$$d = \frac{1}{\gamma} \times 8 \text{ ly} = \sqrt{1 - (0.8)^2} \times 8 \text{ ly} = 4.8 \text{ ly}$$

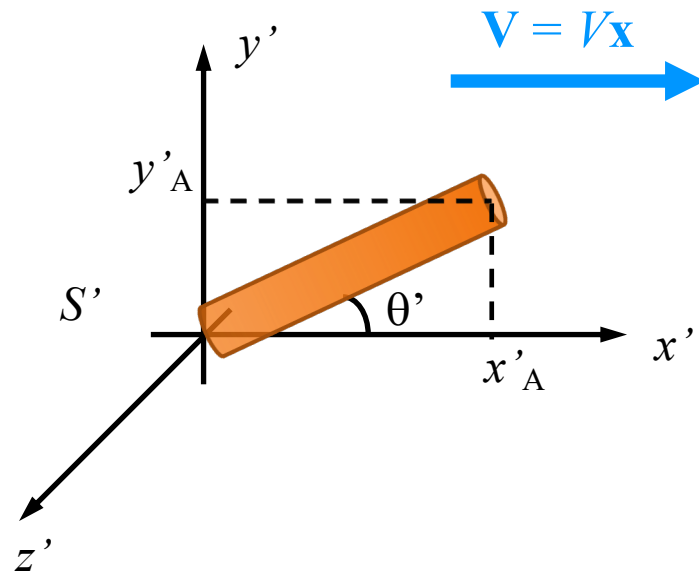
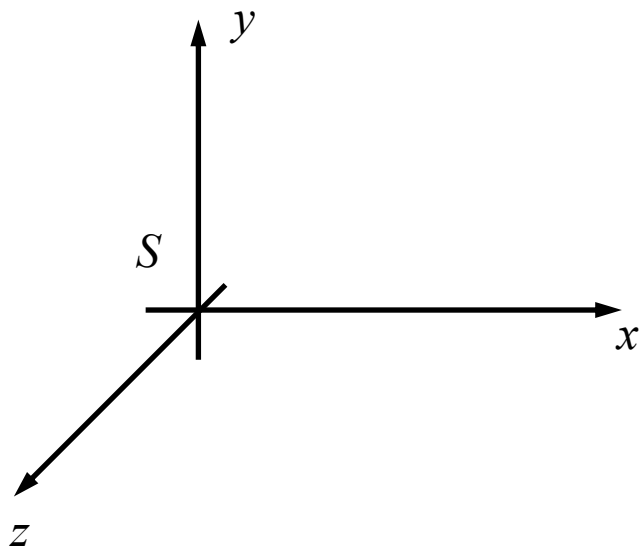
$$\Delta t = \frac{4.8 \text{ ly}}{0.8c} = 6 \text{ anos}$$

No referencial dos planetas (admitidos em repouso um em relação ao outro), a duração é um tempo não próprio, mas a distância é um comprimento próprio:

$$\Delta t' = \gamma \Delta t = \frac{6 \text{ anos}}{\sqrt{1 - (0.8)^2}} = 10 \text{ anos}$$

$$d' = 0.8c \times 10 \text{ anos} = 8 \text{ ly}$$





Qual o ângulo  $\theta$  entre a barra e a direção  $Ox$  no referencial  $S$ ?  
 Expresse o resultado em termos do ângulo medido no referencial próprio da barra,  $\theta'$ .

No referencial  $S'$ , podemos expressar

$$\text{tg}(\theta') = \frac{y'_A}{x'_A} \implies \theta' = \text{tg}^{-1} \left( \frac{y'_A}{x'_A} \right)$$

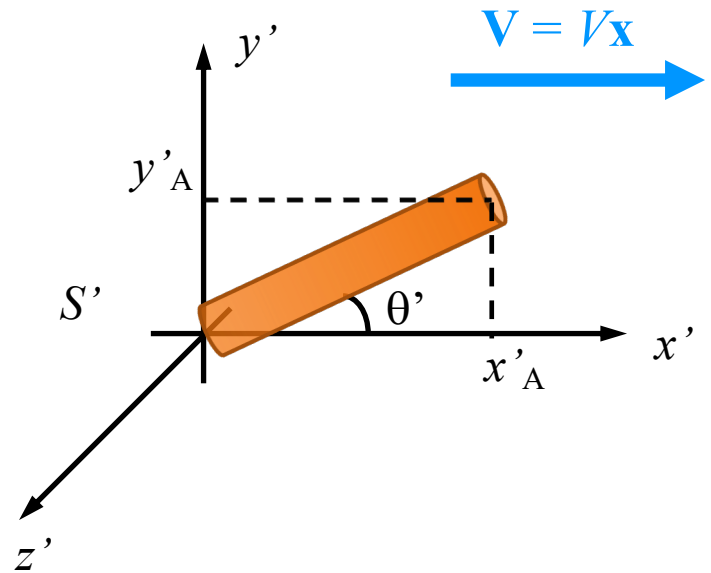
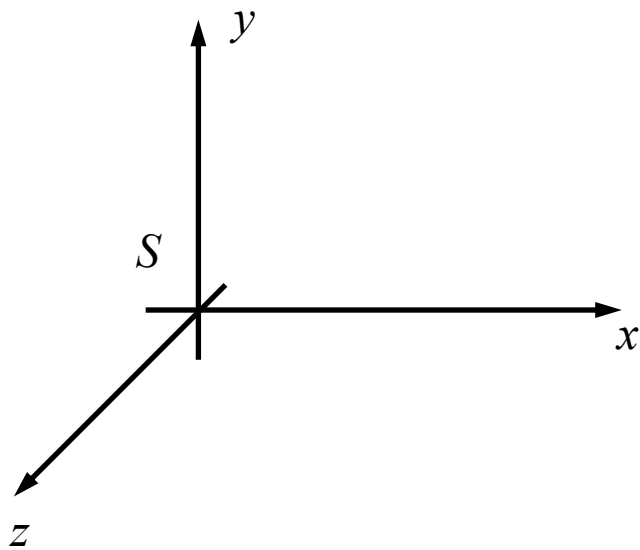
Denotando por  $x_O$  e  $x'_{O'}$  as posições da origem  $O'$  nos referenciais  $S$  e  $S'$ , teremos:

$$x'_A - \cancel{x'_{O'}}^0 = \gamma(x_A(t) - Vt) - \gamma(x_{O'}(t) - Vt) = \gamma(x_A(t) - x_{O'}(t))$$

$$y_A(t) = y'_A$$

$$\text{tg}(\theta) = \frac{y_A}{(x_A(t) - x_{O'}(t))} = \frac{\gamma y'_A}{x'_A} \implies \theta = \text{tg}^{-1} \left( \frac{\gamma y'_A}{x'_A} \right)$$

$$\text{tg}(\theta) = \gamma \text{tg}(\theta')$$



Obtenha a relação entre os comprimentos da barra nos referenciais  $S$  e  $S'$ .

No referencial  $S'$ , o comprimento  $l'$  é próprio. Vamos simplificar a notação utilizando  $\Delta x$  e  $\Delta x'$  para a projeção da barra sobre a direção  $x$ :

$$l^2 = (\Delta x)^2 + (y_A)^2 = \left( \frac{\Delta x'}{\gamma} \right)^2 + (y'_A)^2 = l'^2 - \beta^2 (\Delta x')^2$$

$$l = l' \sqrt{1 - \beta^2 \cos^2(\theta')}$$