4302212 – Física IV

Dilatação Temporal

Princípio da Relatividade

Em 1905, Einstein enunciou os seguintes postulados

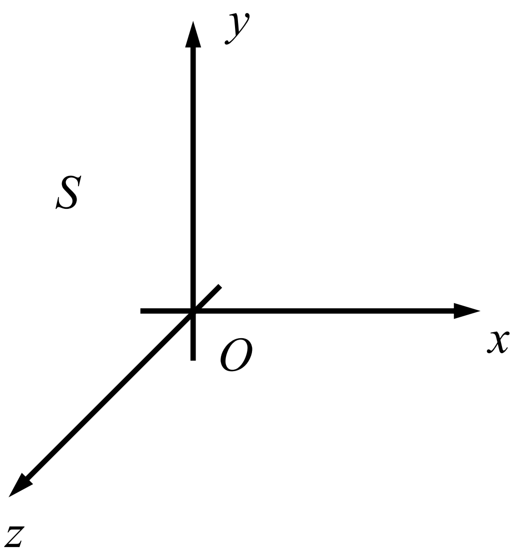
1) As Leis da Física são as mesmas em todos os referenciais inerciais.

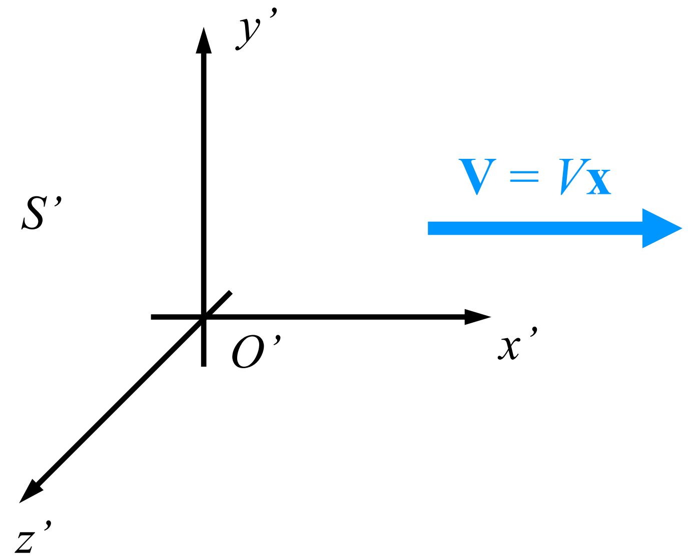
2) A velocidade da luz no vácuo é a mesma em todos os referenciais inerciais, independente da velocidade do observador ou da fonte de luz.

Evento: um ponto definido por coordenadas espaço-temporais ($\mathbf{r}$,t).

Eventos simultâneos em um referencial inercial **não são simultâneos em geral** (em outros referenciais inerciais). A simultaneidade não é absoluta, pois depende do estado de movimento do observador.

Transformação de Lorentz





$$x' = \gamma\,(x - Vt)$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = \gamma\left(t - \frac{V}{c^2}x\right)$$

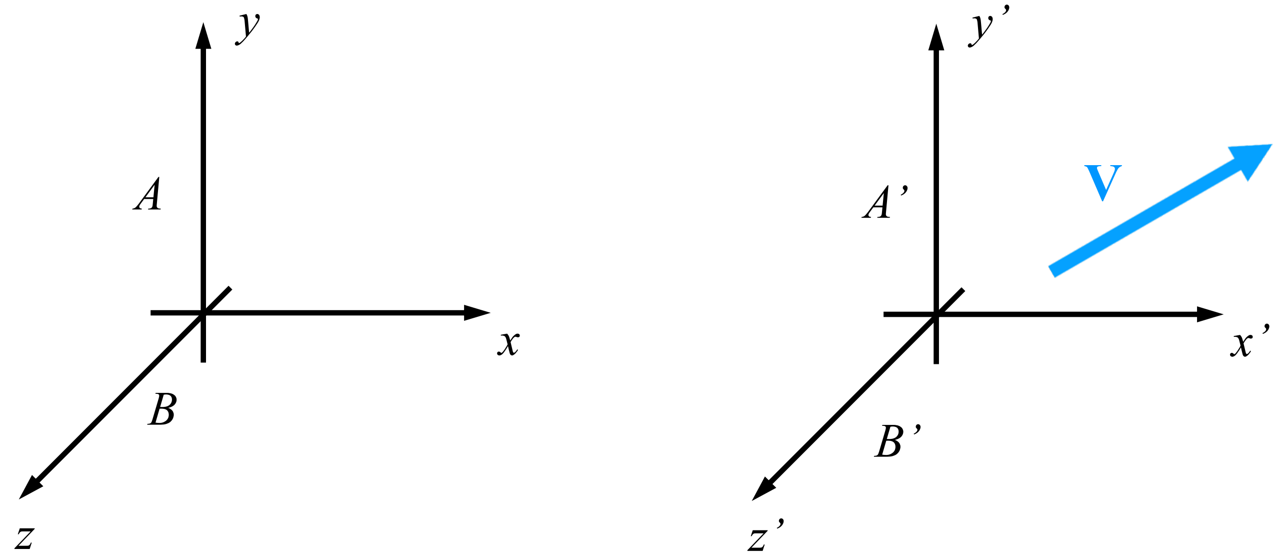
$$x = \gamma(x' + Vt')$$

$$y = y'$$

$$z = z'$$

$$t = \gamma\left(t' + \frac{V}{c^2}x'\right)$$

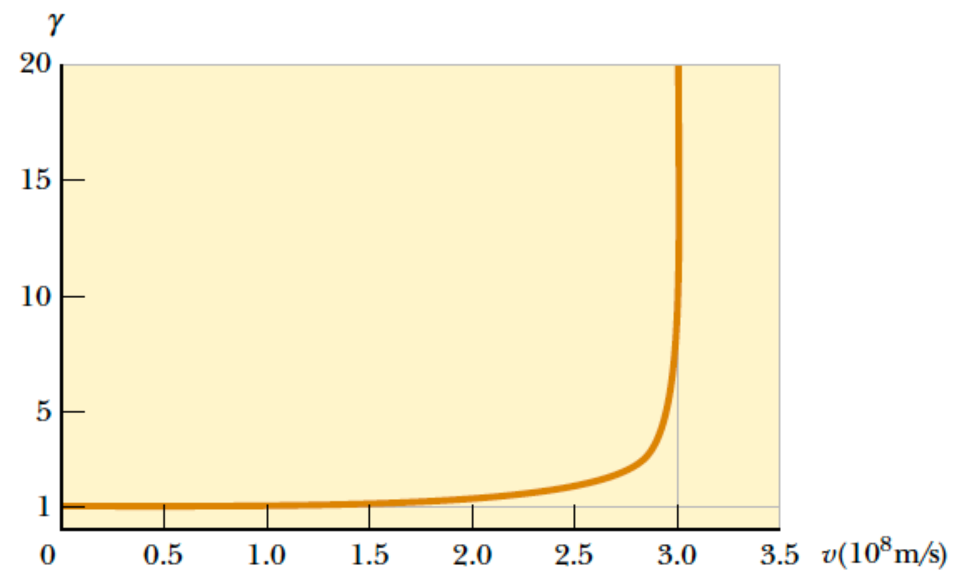
Transformação de Lorentz



$$\mathbf{r}'_{\parallel} = \gamma \left(\mathbf{r}_{\parallel} - \mathbf{V}t \right)$$

$$\mathbf{r}'_{\perp} = \mathbf{r}_{\perp}$$

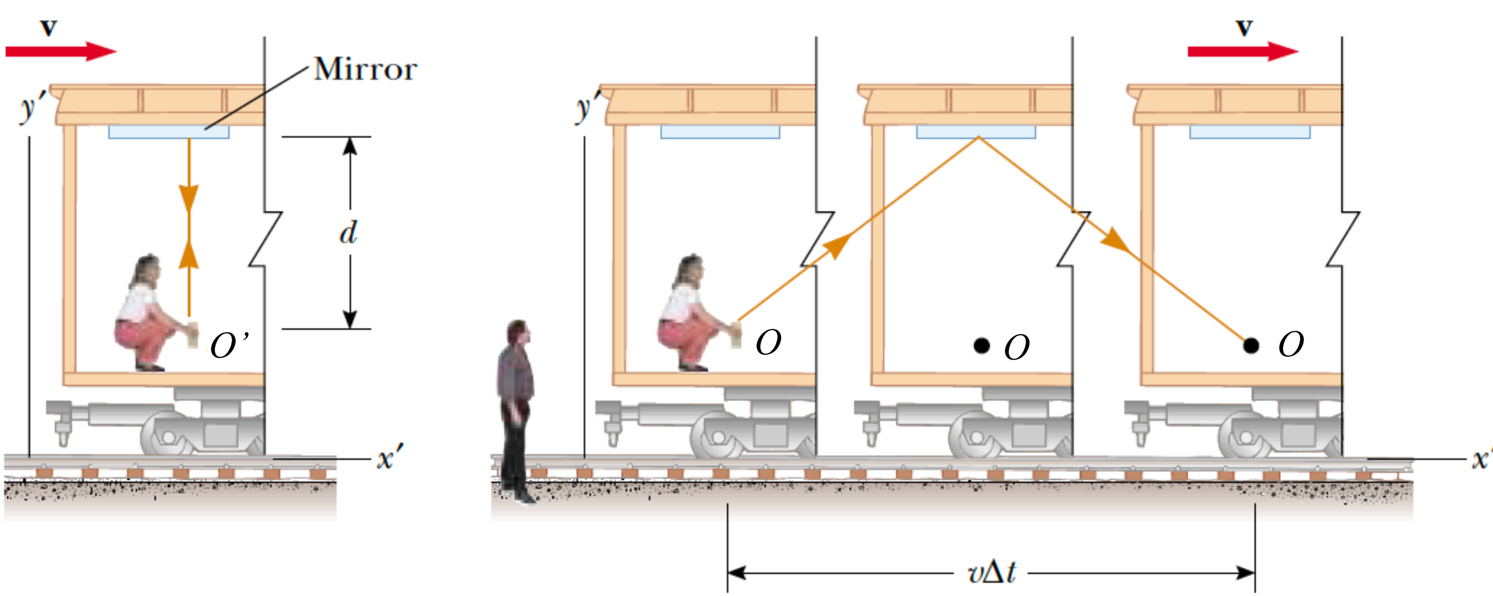
$$t' = \gamma \left(t - \frac{1}{c^2} \mathbf{V} \cdot \mathbf{r} \right)$$



Dilatação Temporal

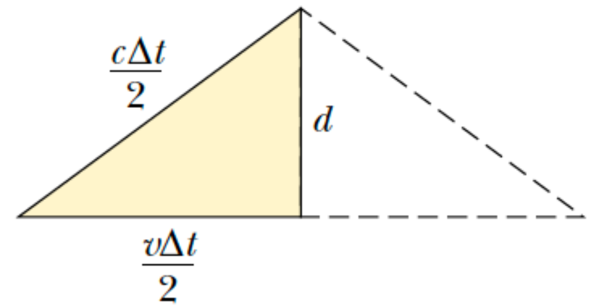
Vamos considerar o intervalo de tempo para que a luz reflita no espelho preso ao teto e retorne à origem *O*/*O*'.

Inicialmente, consideraremos que a plataforma é o referencial "estacionário" (*S*) e que o trem define o referencial *S*', que se move com velocidade **V**=*V***x** em relação a *S*.



– Em S, vamos admitir, por conveniência, que $t_0 = 0$ e $x_0 = 0$ (instante e posição da emissão da luz em S), de forma que $\Delta t = (t - t_0) = t$, e $\Delta x = (x - x_0) = x = V\Delta t$.

$$\left(\frac{c\Delta t}{2}\right)^2 = \left(\frac{V\Delta t}{2}\right)^2 + d^2$$



$$\Delta t = \gamma \frac{2d}{c}$$

– Em S':

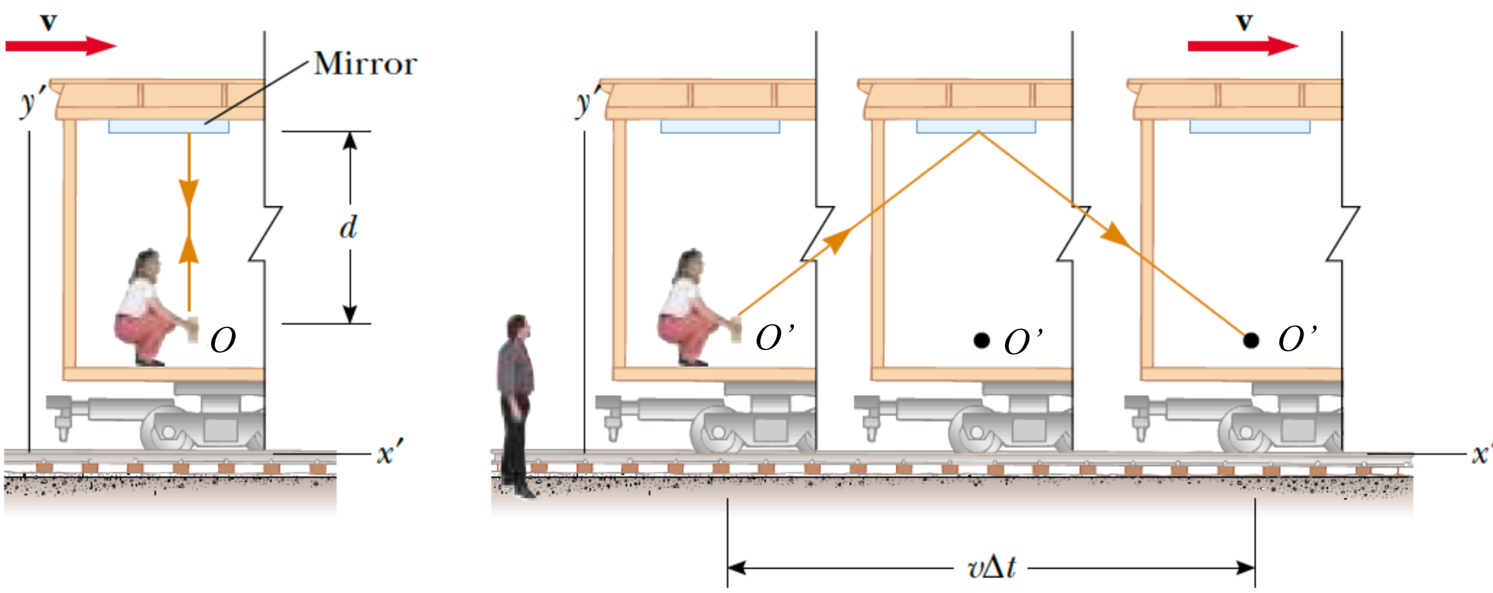
$$t'_0 = 0 \qquad\qquad t' = \gamma\left[t - \frac{V}{c^2}(Vt)\right] = \frac{1}{\gamma}t$$

$$\Delta t = \gamma \Delta t'$$

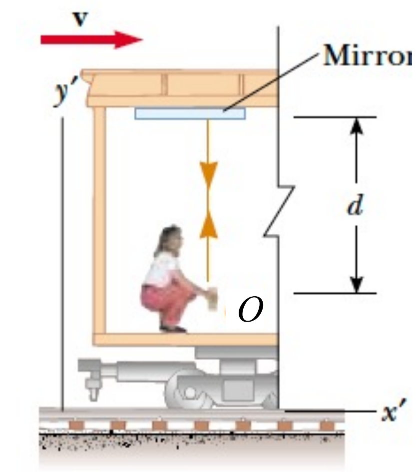
$$\Delta t' < \Delta t$$

(trem) (plataforma "estacionária")

Agora, consideraremos que o trem é o referencial "estacionário" (S) e que a plataforma define o referencial S', que se move com velocidade $\mathbf{V} = -V\mathbf{x}$ em relação a S.



– Em S, vamos admitir, por conveniência, que $t_0 = 0$ e $x_0 = 0$ (instante e posição da emissão da luz em S), de forma que $\Delta t = (t - t_0) = t$, e $\Delta x = (x - x_0) = x = V\Delta t$.



$$\Delta t = \frac{2d}{c}$$

– Em S’:

$x = x_0 = 0$

$$t'_0 = 0 \qquad\qquad t' = \gamma \left[t - \frac{(-V)}{c^2}\cancel{x} \right] = \gamma t$$

$$\Delta t' = \gamma \Delta t$$

$$\Delta t < \Delta t'$$

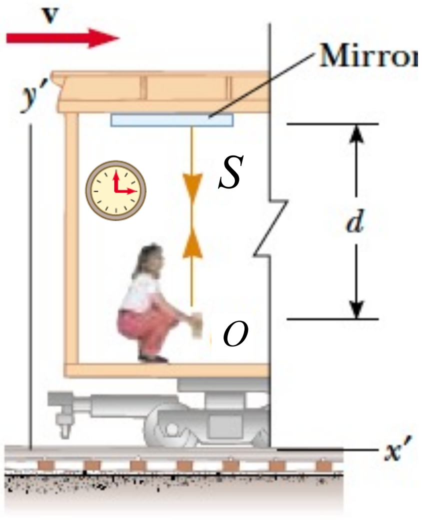
(trem “estacionário”) (plataforma)

Tempo Próprio

– Em geral, o **valor próprio** de uma grandeza física é medido em um referencial no qual o objeto associado a essa grandeza está em **repouso**.

– O relógio em repouso no trem mede um **tempo próprio** em S, pois está em repouso nesse referencial, assim como fonte de luz e o espelho.

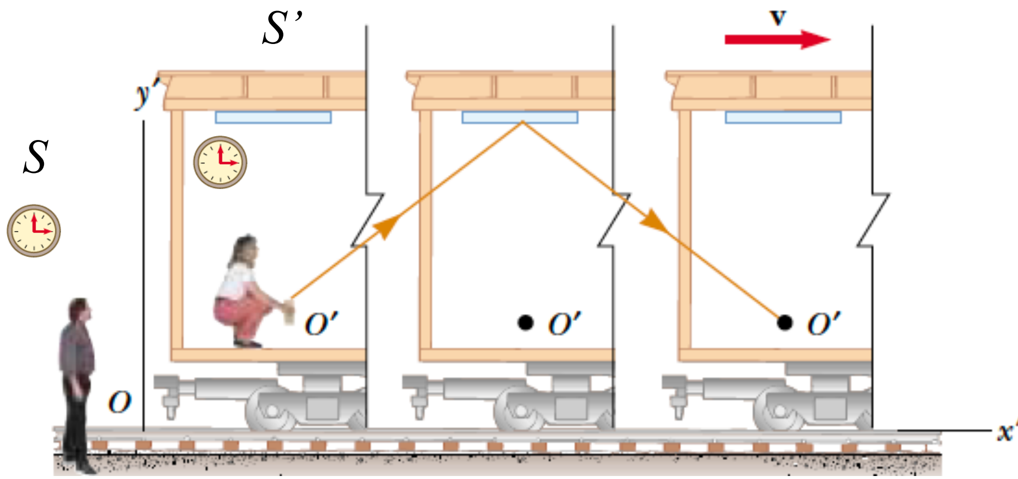
– Em outras palavras, o relógio em S mede o intervalo de tempo decorrido entre eventos cujas posições (x) são constantes, caracterizando um **tempo próprio**.



– Evento 1 (emissão em O): $(x = x_0,\ t = t_0)$

– Evento 2 (detecção em O): $(x = x_0,\ t = t_0 + \Delta t)$*

(*Relógios colocados nas posições de emissão, reflexão e detecção sempre podem ser mantidos sincronizados entre si e ao relógio da figura.)



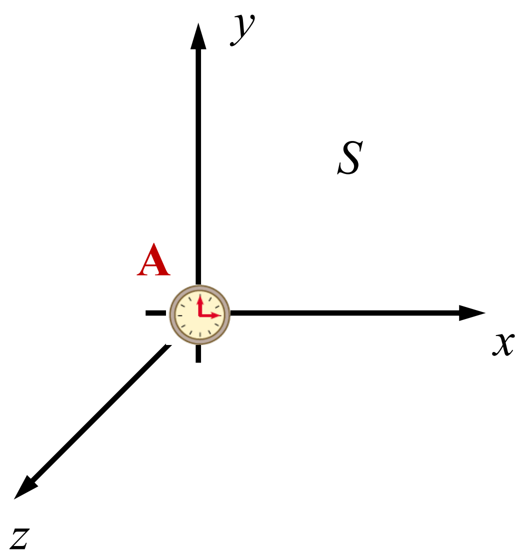
– O relógio em repouso na plataforma **não mede um tempo próprio**.

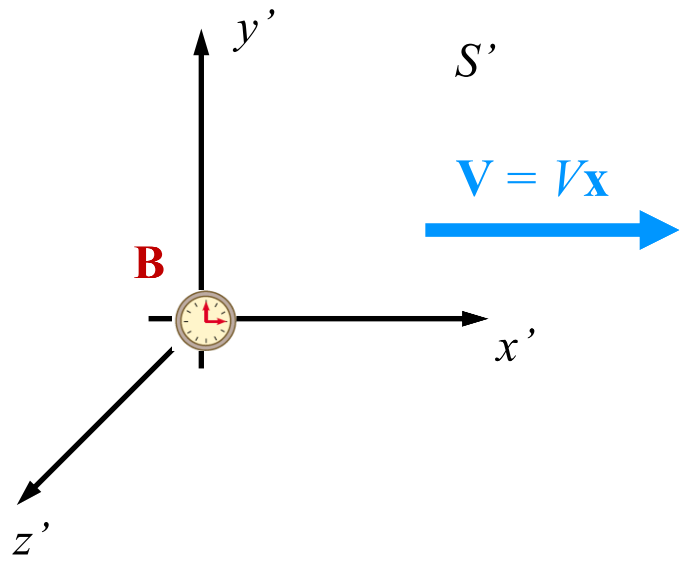
– Fonte de luz e espelho em movimento no referencial da plataforma.

– Evento 1 (emissão em *O'*): $(x = x_0, t = t_0)$
– Evento 2 (detecção em *O'*): $(x = x_0 + Vt, t = t_0 + \Delta t)$*

(*Relógios colocados nas posições de emissão, reflexão e detecção podem ser mantidos sincronizados entre si e ao relógio em repouso no vagão, mas **não** ao relógio em repouso na plataforma.)

Vamos admitir a sincronização usual, $t = t' = 0$ quando $O = O'$.





O relógio *A* mede um intervalo de tempo próprio Δt em *S*:

$$\begin{cases} x = x_0 \\ t = t_0 + \Delta t \end{cases}$$

$$\Delta t' = \gamma \Delta t$$

O relógio *B* mede um intervalo de tempo próprio $\Delta t'$ em *S'*:

$$\begin{cases} x' = x'_0 \\ t' = t'_0 + \Delta t' \end{cases}$$

$$\Delta t = \gamma \Delta t'$$

Questão: Múons praticamente em repouso no laboratório têm tempo de vida médio $\tau = 2.2\mu s$.

$$\mu^- \longrightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$$

Raios cósmicos produzem múons por colisões nas camadas mais altas da atmosfera, h ~ 15 km. Esses múons podem ser detectados na superfície da Tera.

a) Admita que múons muito rápidos seja produzidos, $v \approx c$. Admitindo o tempo de vida observado no laboratório, qual seria a distância percorrida por essas partículas?

b) Explique como é possível que os múons sejam detectados na superfície da Terra.

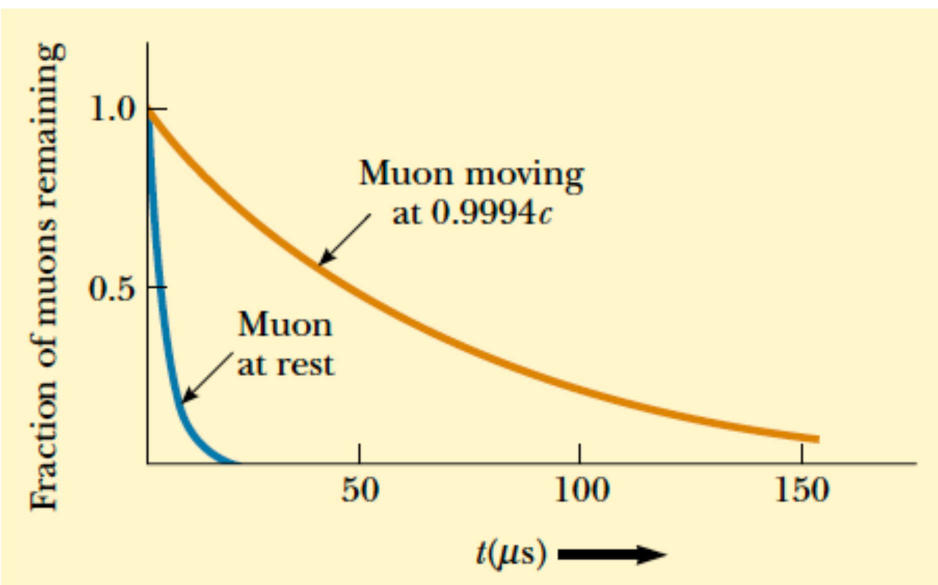
a) Distância percorrida admitindo $\tau = 2.2\mu s$:

$$d \approx c\tau = (3.00 \times 10^8)\,(2.2 \times 10^{-6}) = 660\,\mathrm{m}$$

(raciocínio equivocado!)

b) O tempo de vida medido no laboratório (múons praticamente em repouso) é um tempo próprio. Todavia, o tempo de vida observado na Terra de um múon formado no alto da atmosfera não é um tempo próprio. O cálculo correto deveria utilizar

$$\tau' = \gamma\,\tau$$



Experimento realizado no CERN (1976): o decaimento de múons rápidos ($0.9994c$) injetados em um anel de armazenamento foi observado pela detecção dos elétrons produzidos no decaimento.

$$\mu^- \longrightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$$

Questão: Suponha que você viaje de avião com velocidade constante de 250 m/s (900 km/h), e que o seu relógio indique que se transcorreram 2h de viagem (em velocidade de cruzeiro).

Na torre de controle (em repouso no referencial da Terra), qual o tempo correspondente?

O tempo medido na torre de controle (não próprio) será:

$$\Delta t' = \gamma \Delta t$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{250}{3.00\times10^8}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - 6.9 \times 10^{-13}}} \approx 1 + \frac{1}{2}6.9 \times 10^{-13}$$

$$\Delta t' = 2\mathrm{h}(1 + \frac{6.9}{2} \times 10^{-13}) = 2\mathrm{h} + 2.5\,\mathrm{ns}$$

Precisão necessária para resolver Δt e $\Delta t'$ (1 parte em 10^{13}):

$$\Delta t' = \underbrace{7200.00000000}_{\Delta t}25\,\mathrm{s}$$