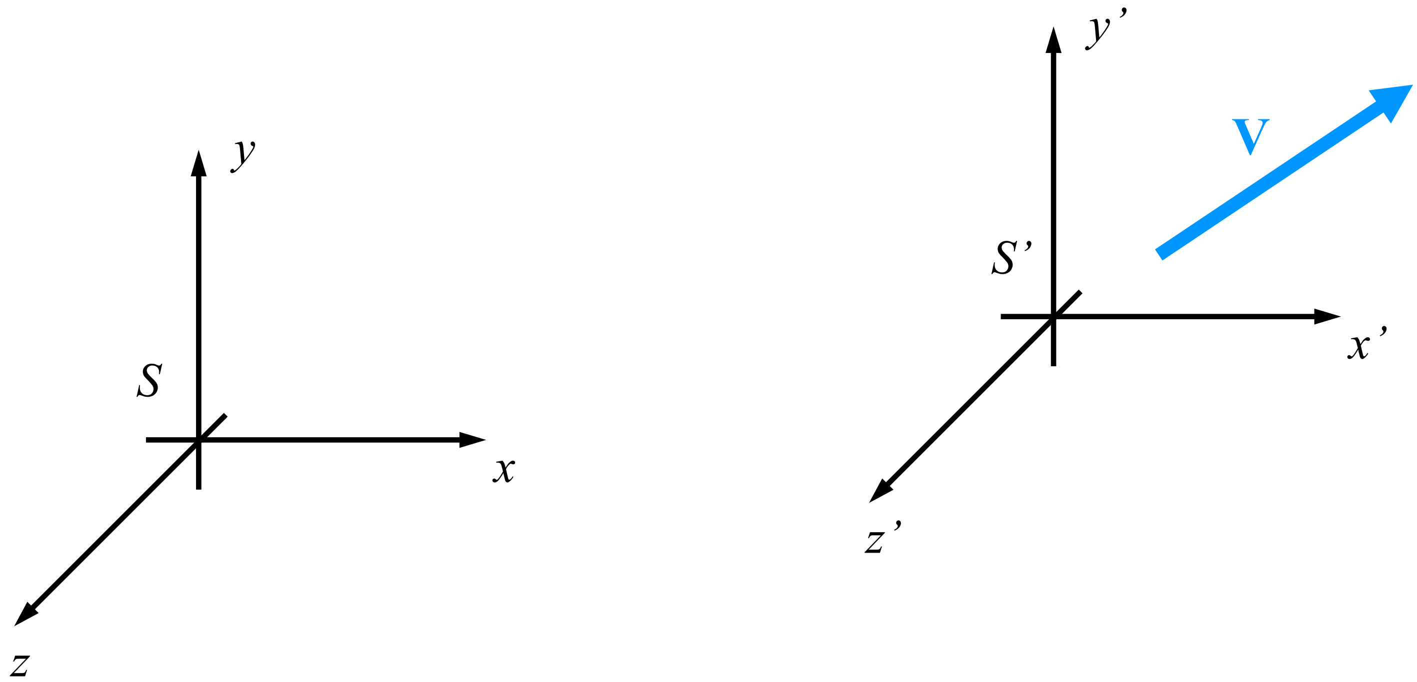
4302212 – Física IV

Experimento de Michelson-Morley

Transformação Galileana



$$\left.\begin{aligned} x' &= x - V_x t \\ y' &= y - V_y t \\ z' &= z - V_z t \end{aligned}\right\} \quad \mathbf{r}' = \mathbf{r} - \mathbf{V}t$$

$$t' = t$$

Invariantes frente à TG: posições relativas (portento distâncias e comprimentos), velocidades relativas.

$$\mathbf{r}_2' - \mathbf{r}_1' = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1 \qquad\qquad \mathbf{v}_2' - \mathbf{v}_1' = \mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1$$

Adição de velocidades: $\mathbf{v}'(t) = \mathbf{v}(t) - \mathbf{V}t$

Princípio da Relatividade Galileana (Clássica):

As Leis da Mecânica têm a mesma forma em qualquer referencial inercial.

É impossível detectar o movimento relativo entre referenciais inerciais por seu efeito sobre as Leis da Mecânica.

Equações de Maxwell

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \qquad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \qquad \nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j} + \frac{1}{c^2}\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$

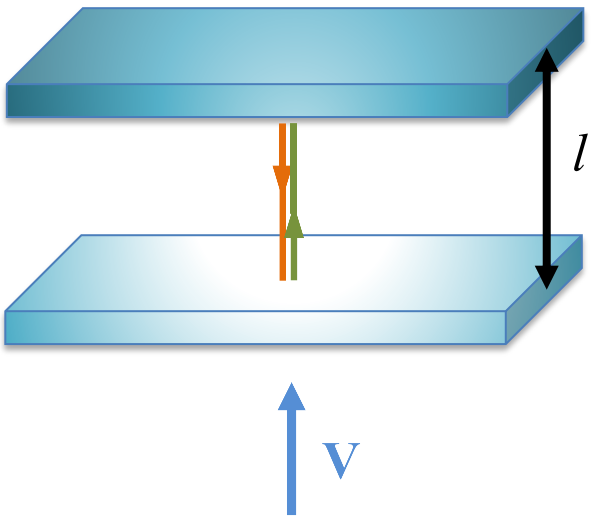
A adição de velocidades galileana deve valer para a luz. Como qualquer velocidade, essa **não** é invariante frente à TG

$$\mathbf{c}' = \mathbf{c} - \mathbf{v}$$

Hipótese: A Mecânica Newtoniana e o Eletromagnetismo de Maxwell são válidos, mas a validade do Princípio de Relatividade seria restrita. Assim, deve ser possível **detectar o movimento uniforme em relação ao éter**

Movimento Absoluto (em Relação ao Éter) da Terra

Vamos admitir que a velocidade absoluta da Terra (em relação ao éter), que é desconhecida, seja paralela aos raios de luz:



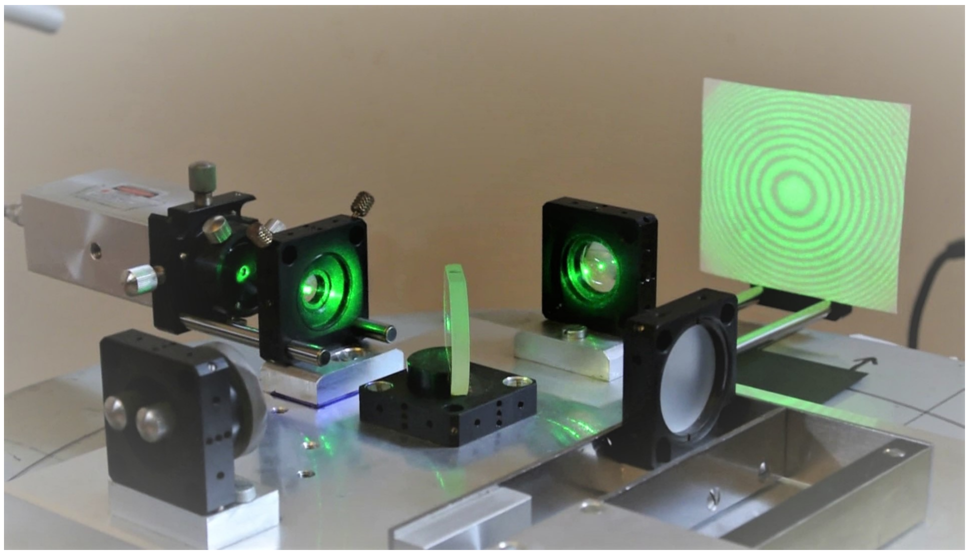
$$\Delta t = \frac{l}{c+V} + \frac{l}{c-V} = \frac{2l}{c}\left[\frac{1}{1-(\frac{V}{c})^2}\right]$$

A velocidade da Terra em relação ao Sol é ~30km/s. Admitindo que V tenha a mesma ordem de grandeza:

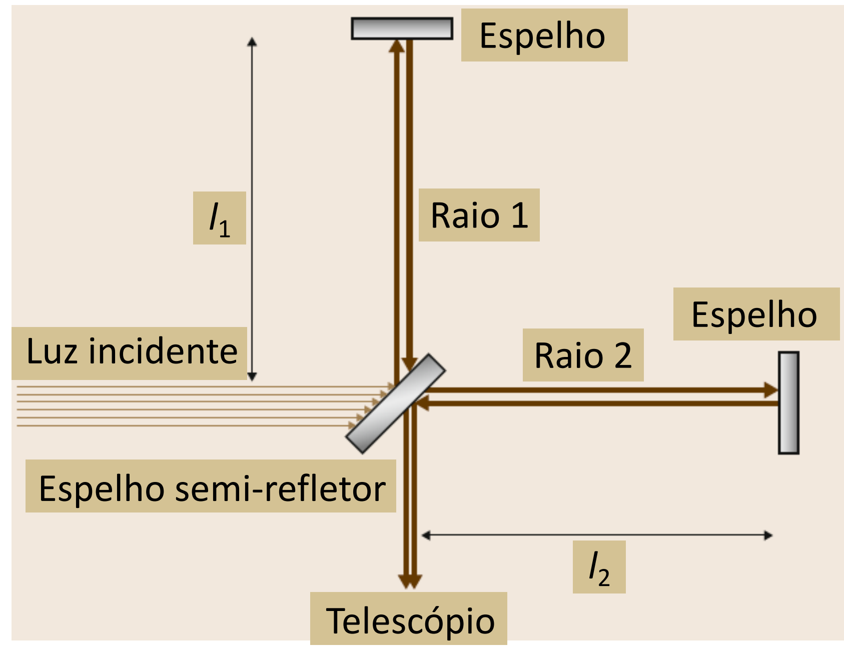
$$\frac{V}{c} \sim \frac{3\times 10^4}{3\times 10^8} = 10^{-4} \qquad \left(\frac{V}{c}\right)^2 \sim 10^{-8}$$

Interferômetro de Michelson

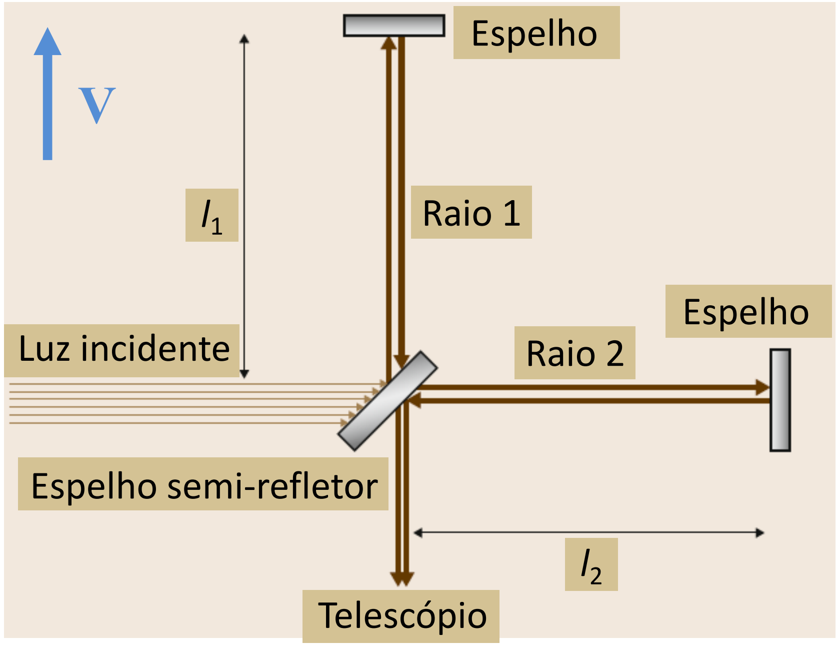
Tentativas de medir a velocidade absoluta da Terra: Hoek (1868), Airy (1871), Michelson (1881).



https://www.experimente.physik.uni-freiburg.de/Optik/interferenzundbeugung/interferenz/michelsoninterferometer



Springer Handbook of Spacetime



Vamos supor que a velocidade absoluta da Terra (**V**) seja paralela a um dos braços do interferômetro:

$$\Delta t_1 = \frac{l_1}{c+V} + \frac{l_1}{c-V}$$

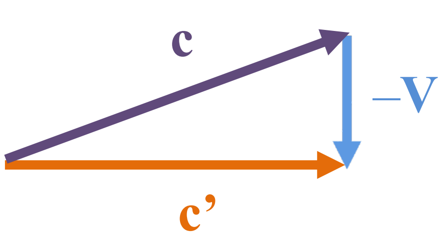
$$= \frac{2l_1}{c}\left(\frac{1}{1-\beta^2}\right)$$

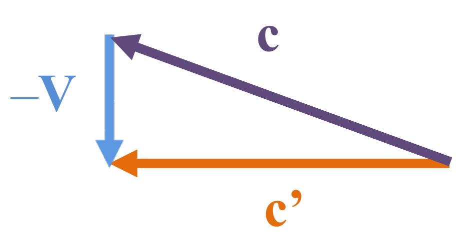
$$\beta \equiv \frac{V}{c}$$

Direção do raio 2: velocidade da luz no referencial terrestre:

$$c' = c\sqrt{1-\beta^2}$$

$$\Delta t_2 = \frac{l_2}{c\sqrt{1-\beta^2}} + \frac{l_2}{c\sqrt{1-\beta^2}}$$





$$= \frac{2l_2}{c}\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

A diferença entre os tempos de percurso será:

$$\Delta t = (\Delta t_1 - \Delta t_2) = \frac{2}{c\sqrt{1-\beta^2}}\left(\frac{l_1}{\sqrt{1-\beta^2}} - l_2\right)$$

Caso o interferômetro seja girado de 90º, a orientação relativa dos braços em relação a **V** será invertida:

$$\Delta t' = (\Delta t_1' - \Delta t_2') = \frac{2}{c\sqrt{1-\beta^2}}\left(l_1 - \frac{l_2}{\sqrt{1-\beta^2}}\right)$$

Em termos de diferenças de fase:

$$\Delta\phi = \omega\Delta t \qquad\qquad \Delta\phi' = \omega\Delta t'$$

A variação no padrão de interferência estará relacionado às diferenças de fase:

$$\Delta\phi' - \Delta\phi = \omega(\Delta t - \Delta t')$$

$$(\Delta t - \Delta t') = \frac{2}{c\sqrt{1-\beta^2}}(l_1 + l_2)\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1\right)$$

Sendo $\beta << 1$ realizamos uma expansão de Taylor em primeira ordem:

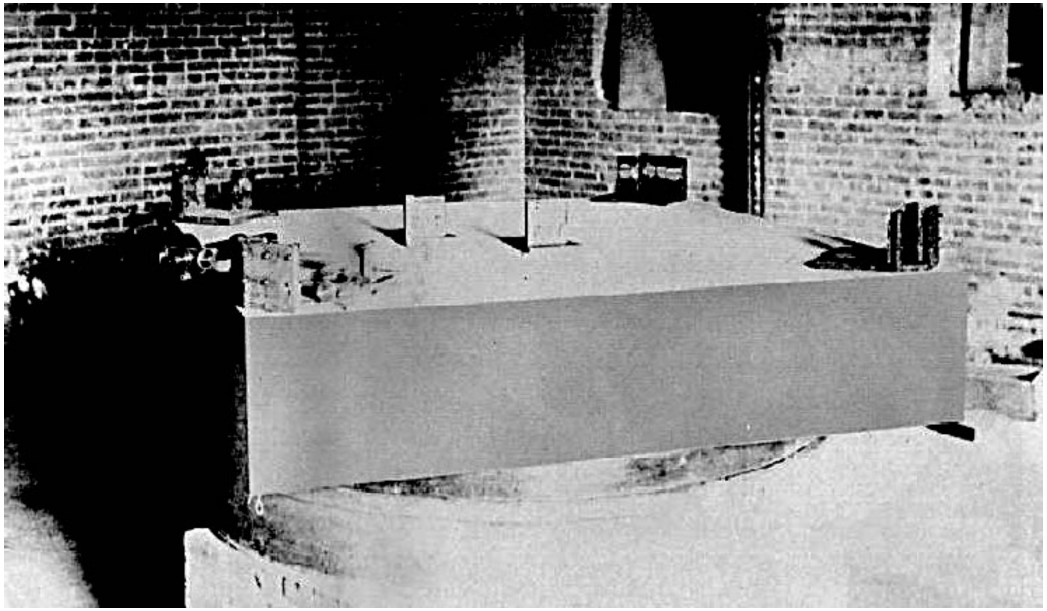
$$\Delta\phi' - \Delta\phi \approx \frac{\omega}{c}\beta^2(l_1 + l_2)$$

$$\underbrace{\frac{\Delta\phi' - \Delta\phi}{2\pi}}_{\text{(variação da fase em número de franjas)}} \approx \frac{\beta^2(l_1 + l_2)}{\lambda}$$

O experimento foi realizado repetidas vezes, tendo sido aprimorado por **Michelson e Morley**. Em 1887, as condições eram $l_1 \approx l_2 \approx 11$ m (reflexões múltiplas), utilizando luz amarela, $\lambda \approx 600$nm.

$$\frac{\Delta\phi' - \Delta\phi}{2\pi} \approx 0.4 \text{ franja}$$

Tendo observado o limite superior < 0.01 franja, concluíram: *Não há deslocamento de franjas de interferência. Assim, demonstramos que a hipótese de um éter estacionário é incorreta.*



(Imagem: wikipedia)

Contração de Lorentz-Ftizgerald

De forma independente, Fitzgerald (1889) e Lorentz (1892) postularam que os objetos em movimento no éter sofreriam contrações em seus comprimentos, na direção da velocidade absoluta, **V**.

Embora essa ideia **não** seja aceita, a contração seria $l' = \sqrt{1-\beta^2}\, l$ o que poderia explicar o resultado do experimento MM:

$$\Delta t = \Delta t' = \frac{2}{c}\frac{(l_1 - l_2)}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$\frac{\Delta\phi - \Delta\phi'}{2\pi} = 0$$