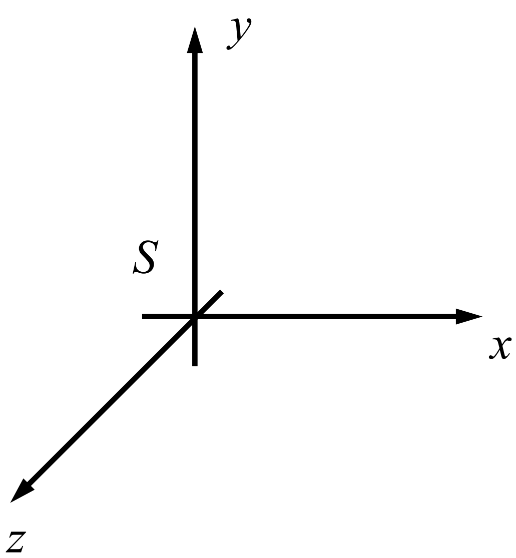
4302212 – Física IV

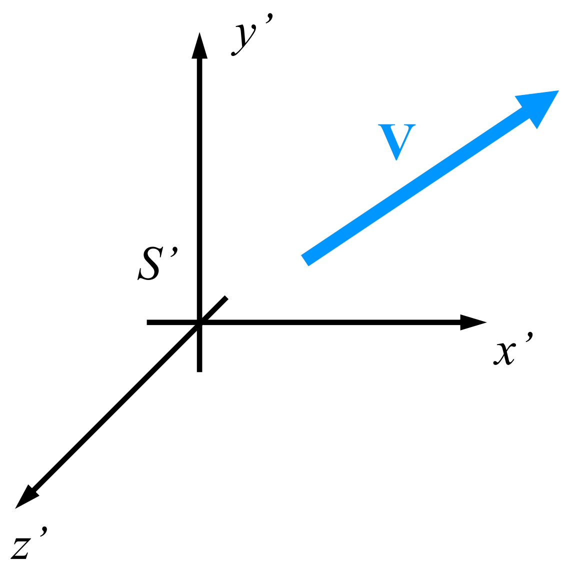
Relatividade Galileana

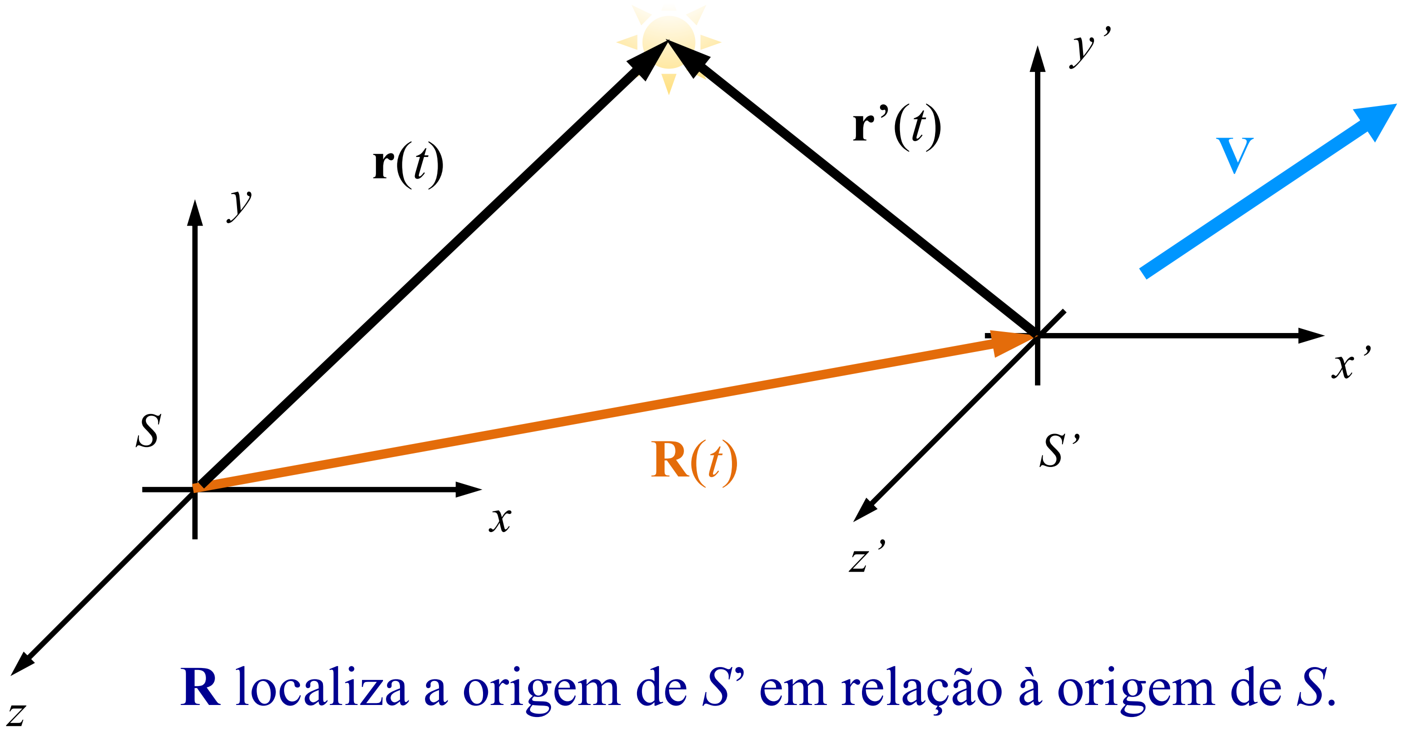
Referenciais Inerciais

Um **referencial** será dito **inercial** se nele valer a Primeira Lei de Newton: um corpo neste referencial permanecerá em repouso ou se moverá com velocidade constante (**v**) na ausência de forças.

Seja *S* um referencial inercial e *S*’ outro referencial inercial que se move com velocidade constante **V** em relação ao primeiro:







R localiza a origem de *S'* em relação à origem de *S*.

$$\mathbf{r}'(t) = \mathbf{r}(t) - \mathbf{R}(t) = \mathbf{r}(t) - \mathbf{V}t$$

$$\mathbf{v}'(t) = \mathbf{v}(t) - \mathbf{V}(t)$$

$$\mathbf{a}'(t) = \mathbf{a}(t)$$

Sendo $m' = m$:

$$\mathbf{F}' = m'\mathbf{a}' = m\mathbf{a} = \mathbf{F}$$

(As Leis da Mecânica são as mesmas em todos os referenciais inerciais)

Transformação Galileana

A Mecânica Clássica admite que intervalos de tempo são **invariantes** frente à mudança de referencial:

$$\Delta t = \Delta t'$$

Admitindo que os relógios em *S* e *S*' sejam sincronizados, teremos a **Transformação Galileana** das coordenadas espaço-temporais:

$$\left.\begin{aligned} x' &= x - V_x t \\ y' &= y - V_y t \\ z' &= z - V_z t \end{aligned}\right\} \quad \mathbf{r}' = \mathbf{r} - \mathbf{V}t$$

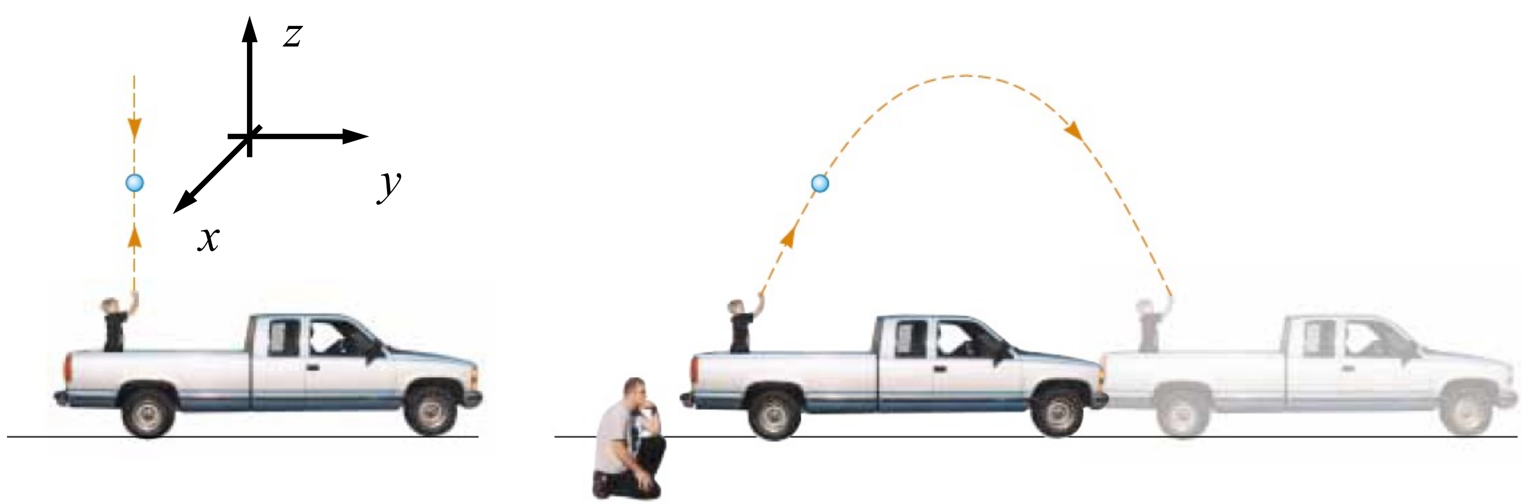
$$t' = t$$

Exercício: O automóvel se move com velocidade constante $V\hat{\mathbf{y}}$ em relação à Terra, admitida um referencial inercial. O movimento da bola em relação ao observador no automóvel é

$$x(t) = y(t) = 0$$

$$z(t) = z_0 + v_z t - \frac{1}{2} g t^2$$

Explorando a Transformação Galileana, descreva o movimento da bola em relação ao observador em repouso na Terra.



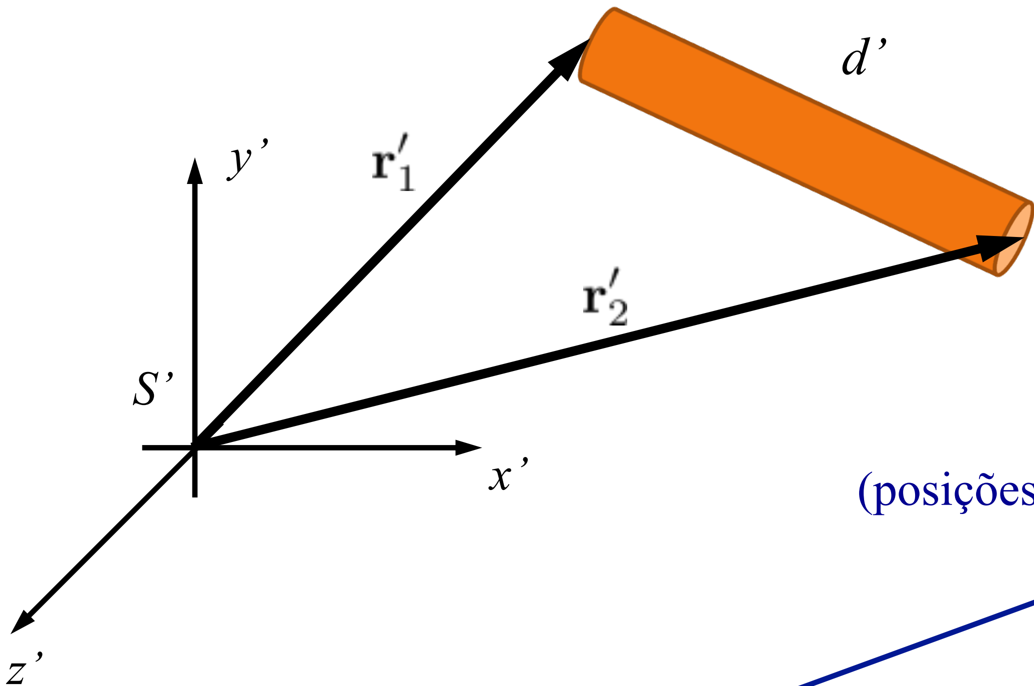
Sendo $\mathbf{V} = -V\hat{\boldsymbol{y}}$ a velocidade do observador na Terra (S') em relação ao observador no automóvel (S):

$$x'(t) = x(t) = 0$$

$$y'(t) = y(t) - (-V)t = Vt$$

$$z'(t) = z(t) = z_0 + v_z t - \frac{1}{2}gt^2$$

Distâncias e **comprimentos** são **invariantes** frente à Transformação Galileana (TG), uma vez que **posições relativas são invariantes**.



(posições relativas são invariantes)

$$
\begin{aligned}
d'^{\,2} &= (x'_2 - x'_1)^2 + (y'_2 - y'_1)^2 + (z'_2 - z'_1)^2 \\
&= (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 \\
&= d^2
\end{aligned}
$$

Adição de Velocidades

De acordo com a discussão anterior, a **velocidade** de um objeto **não é invariante** frente à TG,

$$\mathbf{v}'(t) = \mathbf{v}(t) - \mathbf{V}t$$

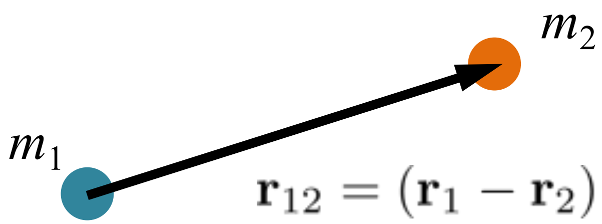
embora **velocidades relativas** sejam **invariantes**,

$$\mathbf{v}'_{\mathrm{rel}}(t) = \mathbf{v}'_2(t) - \mathbf{v}'_1(t) \; = \; \mathbf{v}_2(t) - \mathbf{v}_1(t) \; = \; \mathbf{v}_{\mathrm{rel}}(t)$$

Questão: massa e aceleração ("lado direito da Segunda Lei") são invariantes frente à TG. Mas forças que dependem de posições e velocidades, tais como a atração gravitacional e a força viscosa, são invariantes?

$$\mathbf{F}_{12} = -G\frac{m_1 m_2}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|^2}\hat{\mathbf{r}}_{12} \qquad\qquad \mathbf{F} = -b\mathbf{v}$$

O denominador da força gravitacional envolve uma distância (invariante). O numerador envolve uma constante e as massas (invariantes), além do vetor unitário $\hat{\mathbf{r}}_{12}$.



A posição relativa $\mathbf{r}_{12}$ é invariante, portanto o vetor unitário também é invariante.

Na expressão da força viscosa, $\mathbf{F} = -b\mathbf{v}$, aparece a velocidade da partícula em relação ao fluido (invariante).

Relatividade Galileana

Princípio da Relatividade Galileana (Clássica) pode ser assim enunciado: *As Leis da Mecânica têm a mesma forma em qualquer referencial inercial*.

O estado de movimento do referencial inercial **não** pode ser revelado por um experimento (repouso ou movimento uniforme?). Assim, o **Princípio da Relatividade Galileana** também pode ser enunciado como: *É impossível detectar o movimento relativo entre referenciais inerciais por seu efeito sobre as Leis da Mecânica*.

– Corpos livres de forças em movimento uniforme são indicativos de referenciais inerciais, mas forças "agem à distância"...

– Newton propôs as estrelas distantes como definidoras de um referencial em **repouso absoluto** (referencial privilegiado).

Equações de Maxwell

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \qquad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \qquad \nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j} + \frac{1}{c^2}\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$

A adição de velocidades galileana deve valer para a luz. Como qualquer velocidade, essa **não** é invariante frente à TG

$$\mathbf{c}' = \mathbf{c} - \mathbf{V}$$

A validade das equações de Maxwell estaria restrita a um referencial privilegiado, em que a velocidade da luz é *c* em todas as direções.

Éter Luminífero

– Na teoria de Fresnel, a luz era uma **onda mecânica** em um meio denominado **éter luminífero** (ou simplesmente **éter**).

– Maxwell entendia que as ondas EM se propagavam em um meio, identificado como o éter, e que a validade das equações estaria restrita a um referencial fixo nesse meio (como na equação de onda).

– O conceito de éter é anterior a Fresnel e foi relacionado a um **referencial privilegiado**.

– As propriedades do éter seriam intrigantes: intangível (essencialmente indetectável), rígido (ondas EM se propagam com grande velocidade), permeando todo o universo, ausência de atrito no movimento de corpos (planetas, estrelas, etc).

Relatividade Galileana vs Eletrodinâmica

A Relatividade Galileana é incompatível com a eletrodinâmica de Maxwell (equação não são invariantes frente à TG). Haveria três cenários:

(i) A Mecânica Newtoniana e o Eletromagnetismo de Maxwell são válidos, mas a validade do Princípio de Relatividade seria restrita.

(ii) A Mecânica Newtoniana e o Princípio de Relatividade têm validade geral, mas as Equações de Maxwell precisam ser modificadas.

(iii) As Equações de Maxwell e o Princípio de Relatividade têm validade geral, mas as Mecânica Newtoniana precisa ser modificada.

Admitindo que a hipótese (i) seja correta, deve ser possível **detectar o movimento uniforme em relação ao éter** (velocidade da luz diferente de c em um referencial que se move em relação ao éter).