4302212 – Física IV

Polarização – II

Equações de Maxwell

Vácuo: ausência de cargas ($\rho = 0$) e correntes ($\mathbf{j} = \mathbf{0}$) livres:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0 \qquad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \qquad \nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$

Dielétricos: ausência de cargas ($\rho = 0$) e correntes ($\mathbf{j} = \mathbf{0}$) livres:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0 \qquad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \qquad \nabla \times \mathbf{B} = \mu \epsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$

Ondas EM em Meios Dielétricos

Em vista das equações de Maxwell, todos os resultados discutidos anteriormente para o vácuo valerão em dielétricos, desde que

$$\mu_0 \to \mu \;\; ; \;\; \epsilon_0 \to \epsilon$$

Equação de Onda: Abaixo, indicamos as componentes $i = x, y, z$

$$\nabla^2 E_i - \mu\epsilon \frac{\partial^2 E_i}{\partial t^2} = 0 \qquad \nabla^2 B_i - \mu\epsilon \frac{\partial^2 B_i}{\partial t^2} = 0$$

Velocidade de Propagação: Para vários materiais, $\mu \approx \mu_0$

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}} = \frac{c}{n}$$

$$n = \sqrt{\frac{\mu\epsilon}{\mu_0\epsilon_0}} \approx \sqrt{\kappa}$$

(índice de refração resulta da polarização dielétrica)

Ondas EM em Meios Dielétricos

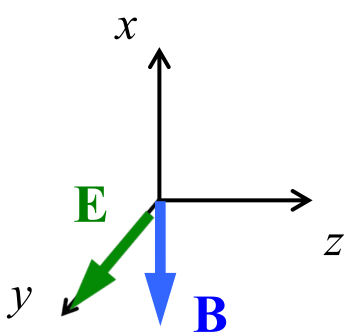
Ondas planas monocromáticas (ver Aula 2), com $v = c/n$:

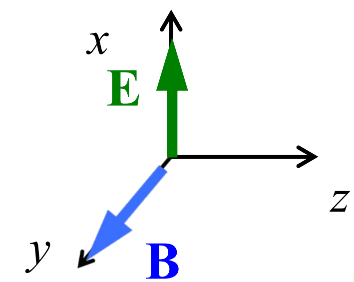
$$\mathbf{E} = E_y(z - ct)\,\hat{\mathbf{y}}$$

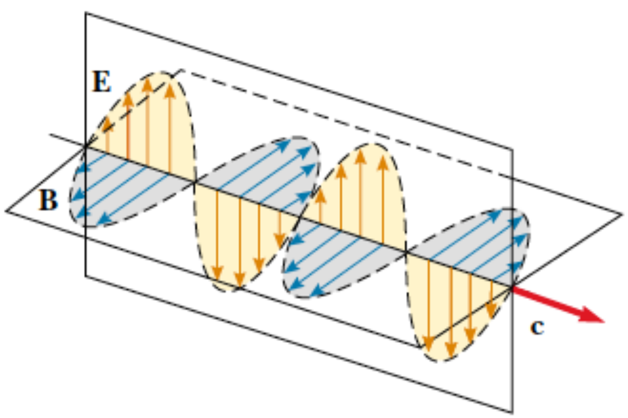
$$\mathbf{B} = \frac{1}{v}\hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{E}$$

$$\mathbf{E} = E_x(z - ct)\,\hat{\mathbf{x}}$$

$$\mathbf{B} = \frac{1}{v}\hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{E}$$







$$\mathbf{E}(z,t) = A\cos(kz - \omega t + \phi)\,\hat{\mathbf{e}}$$

$$k = nk_0$$

(k_0 é o número de onda no vácuo)

Ondas EM em Meios Dielétricos

$$\mathbf{E}_y = E_y(z-ct)\,\hat{\mathbf{x}} \qquad\qquad \mathbf{E}_x = E_x(z-ct)\,\hat{\mathbf{y}}$$

A solução mais geral, em notação complexa, é dada por:

$$E_x(z,t) = A_x e^{i(kz+\phi_x)}\, e^{-i\omega t} \equiv \nu_x(z)\, e^{-i\omega t}$$

$$B_y(z,t) = \frac{1}{v} E_x(z,t)$$

$$E_y(z,t) = A_y e^{i(kz+\phi_y)}\, e^{-i\omega t} \equiv \nu_y(z)\, e^{-i\omega t}$$

$$B_x(z,t) = -\frac{1}{v} E_y(z,t)$$

Por conveniência:

$$\phi_x = 0 \qquad\qquad \delta \equiv (\phi_y - \phi_x) = \phi_y$$

Polarização Linear

Admitindo que as ambas as componentes tenham a mesma fase:

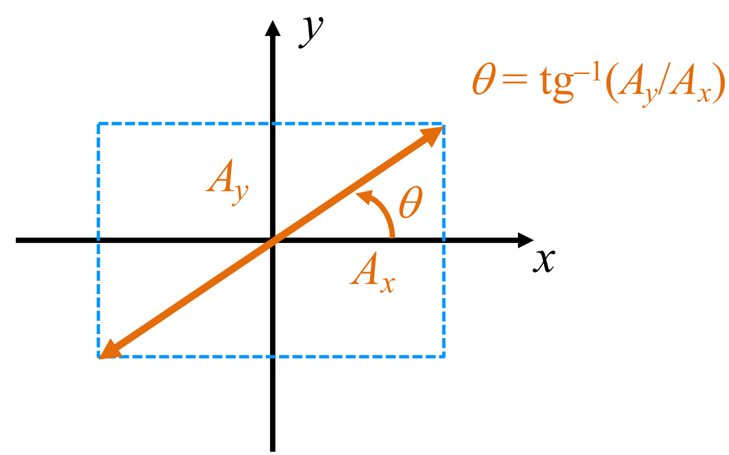
$$\delta = 2\pi m \ , \quad m = 0, \pm 1, \pm 2 \cdots$$

$$\mathbf{E}(z,t) = A_x e^{i(kz-\omega t)}\, \hat{\mathbf{e}}_x \;+\; A_y e^{i(kz-\omega t)}\, \hat{\mathbf{e}}_y$$

$$= (A_x\, \hat{\mathbf{e}}_x \;+\; A_y\, \hat{\mathbf{e}}_y)\, e^{i(kz-\omega t)}$$

Tomando um plano com fase $kz = 0$ (em geral, kz = constante)

$$\mathrm{Re}[\mathbf{E}] = \underbrace{(\mathrm{A_x}\hat{\mathbf{e}}_\mathrm{x} + \mathrm{A_y}\hat{\mathbf{e}}_\mathrm{y})}_{\text{(direção constante)}}\ \underbrace{\cos(\omega t)}_{\text{(magnitude/sentido variáveis)}}$$



(Nesse exemplo, A_x , $A_y > 0$)

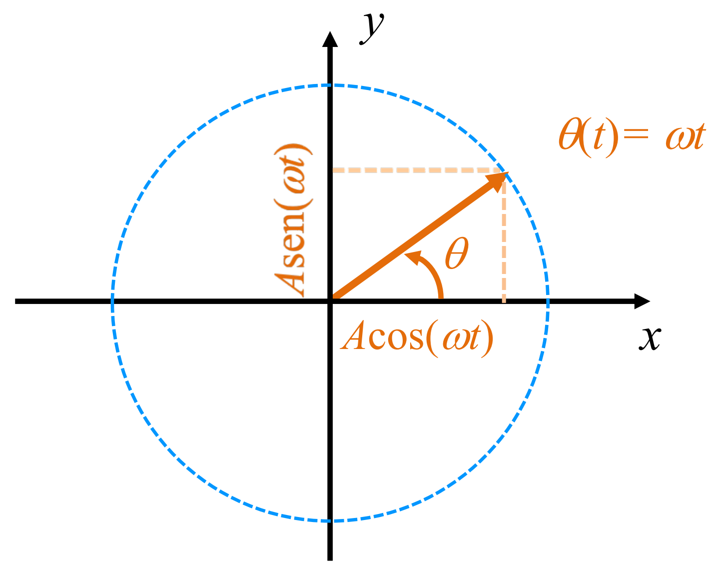
Polarização Circular

Admitindo que a diferença de fase entre as componentes seja um múltiplo de $\pi/2$:

$$\delta = \frac{(2m+1)}{2}\pi\ , \quad m = 0, \pm 1, \pm 2 \cdots$$

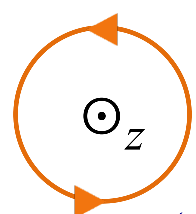
Caso particular de interesse:

$$\begin{cases} \delta = -\pi/2, -3\pi/2, -5\pi/2, \ldots \\ A_x = A_y = A \end{cases}$$



$$\begin{aligned} \mathrm{Re}[\mathbf{E}] &= \mathrm{A}\cos(\omega \mathrm{t})\hat{\mathbf{e}}_{\mathrm{x}} + \mathrm{Asen}(\omega \mathrm{t})\hat{\mathbf{e}}_{\mathrm{y}} \\ &\equiv \varepsilon_x(t)\hat{\mathbf{e}}_x + \varepsilon_y(t)\hat{\mathbf{e}}_y \end{aligned}$$

$$\varepsilon_x^2(t) + \varepsilon_y^2(t) = A^2$$



(polarização circular **dextrógira**)

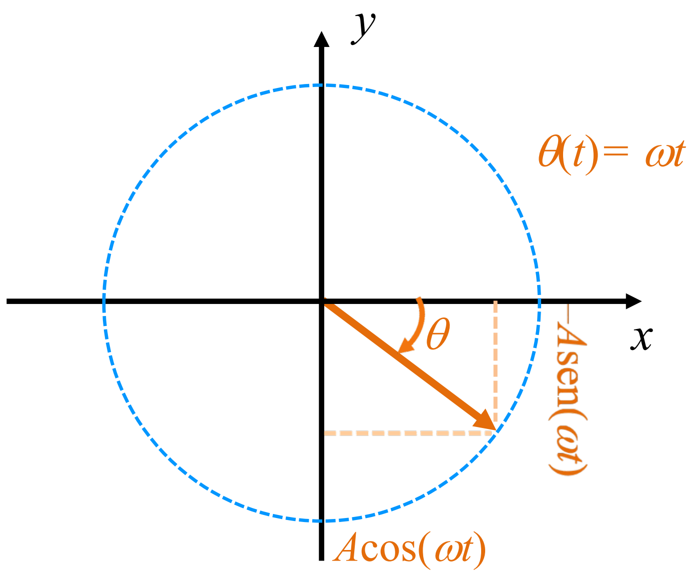
Polarização Circular

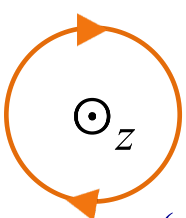
Caso particular de interesse:

$$\begin{cases} \delta = +\pi/2, +3\pi/2, +5\pi/2, \ldots \\ A_x = A_y = A \end{cases}$$

$$\mathrm{Re}[\mathbf{E}] = \mathrm{A}\cos(\omega \mathrm{t})\hat{\mathbf{e}}_{\mathrm{x}} - \mathrm{A}\mathrm{sen}(\omega \mathrm{t})\hat{\mathbf{e}}_{\mathrm{y}}$$
$$\equiv \varepsilon_x(t)\hat{\mathbf{e}}_x + \varepsilon_y(t)\hat{\mathbf{e}}_y$$

$$\varepsilon_x^2(t) + \varepsilon_y^2(t) = A^2$$





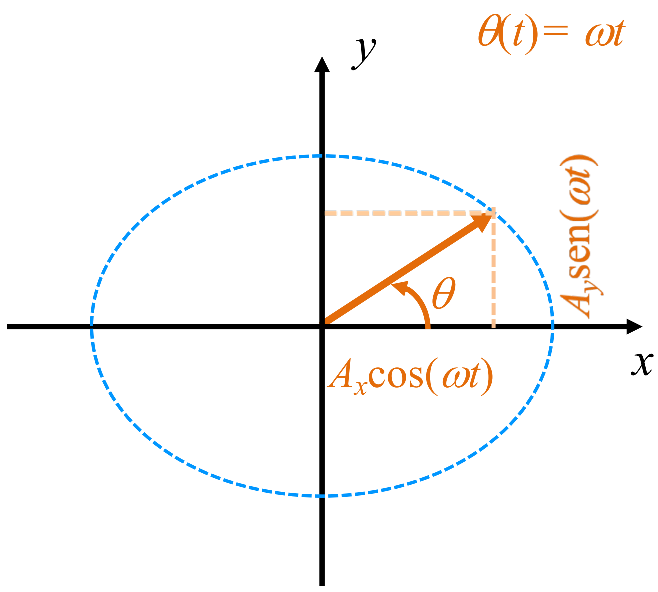
(polarização circular **levógira**)

Polarização Elíptica

Para as mesmas diferenças de fase admitidas na polarização circular, vamos considerar $A_x \neq A_y$:

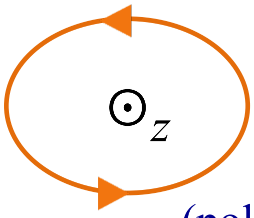
Caso particular de interesse:

$\delta = -\pi/2, -3\pi/2, -5\pi/2, \ldots$



$$\begin{aligned}\mathrm{Re}[\mathbf{E}] &= A_x \cos(\omega t)\hat{\mathbf{e}}_x + A_y \mathrm{sen}(\omega t)\hat{\mathbf{e}}_y \\ &\equiv \varepsilon_x(t)\hat{\mathbf{e}}_x + \varepsilon_y(t)\hat{\mathbf{e}}_y\end{aligned}$$

$$\frac{\varepsilon_x^2(t)}{A_x^2} + \frac{\varepsilon_y^2(t)}{A_y^2} = 1$$



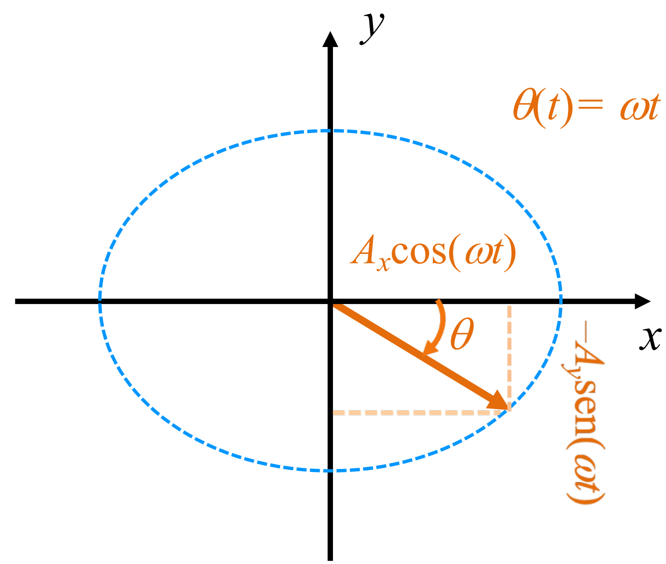
(polarização elíptica **dextrógira**)

Polarização Elíptica

Para as mesmas diferenças de fase admitidas na polarização circular, vamos considerar $A_x \neq A_y$:

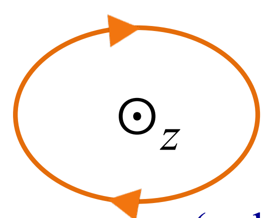
Caso particular de interesse:

$\delta = -\pi/2, -3\pi/2, -5\pi/2, \ldots$



$$\mathrm{Re}[\mathbf{E}] = A_x \cos(\omega t)\hat{\mathbf{e}}_x - A_y \mathrm{sen}(\omega t)\hat{\mathbf{e}}_y$$
$$\equiv \varepsilon_x(t)\hat{\mathbf{e}}_x + \varepsilon_y(t)\hat{\mathbf{e}}_y$$

$$\frac{\varepsilon_x^2(t)}{A_x^2} + \frac{\varepsilon_y^2(t)}{A_y^2} = 1$$



(polarização elíptica **levógira**)