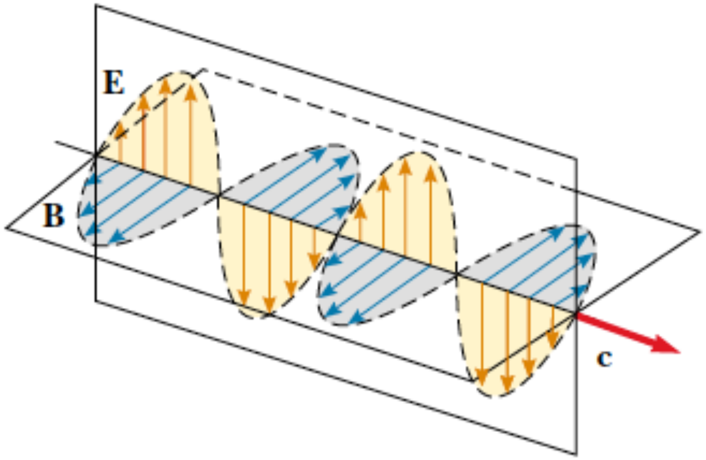
4302212 – Física IV

Polarização

Polarização vs Polarização

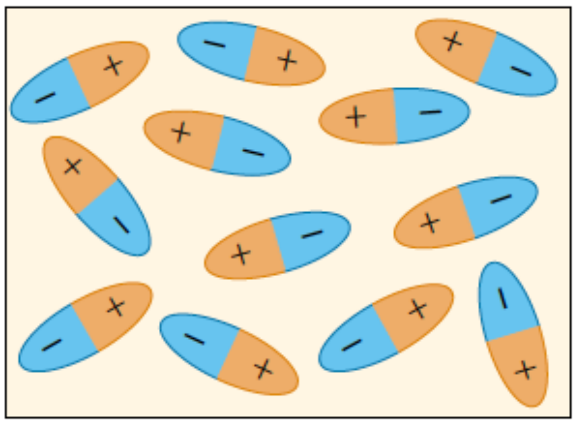
– Essa parte do curso será dedicada à **polarização de ondas EM**, isto é, à direção de seu campo elétrico

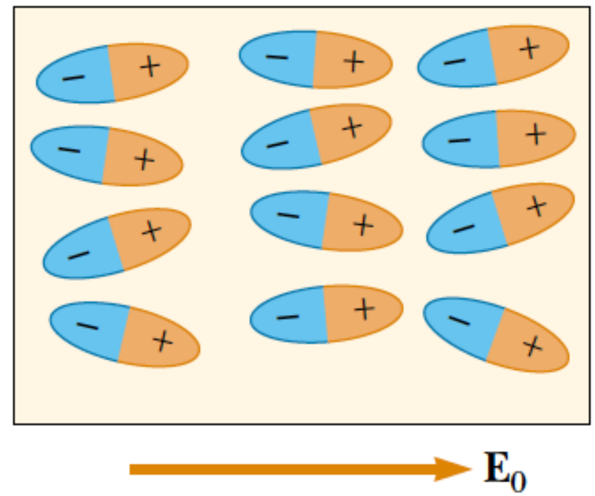


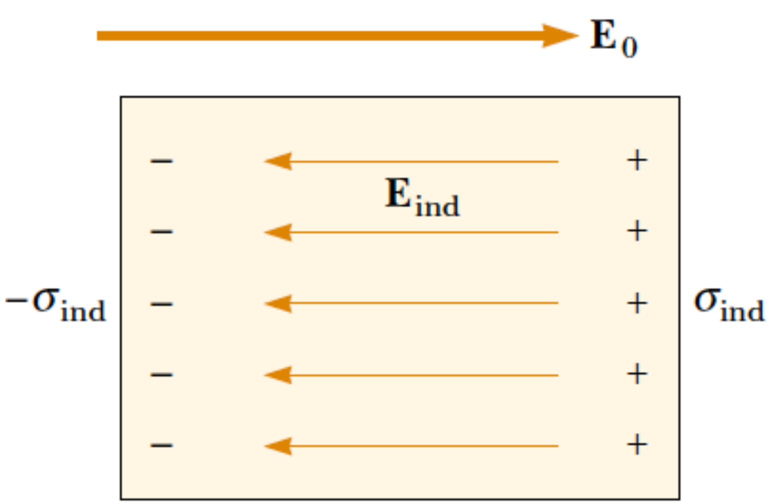
– Antes, iremos discutir momentos de dipolo induzidos em um material dielétrico, um fenômeno também denominado **polarização dielétrica**.

Polarização Dielétrica

– **Polarização:** Campo elétrico das placas induz momentos de dipolo microscópicos e/ou tende a alinhar esses dipolos.







– $\mathbf{E}_{ind}$: campo induzido opõe ao campo das placas.

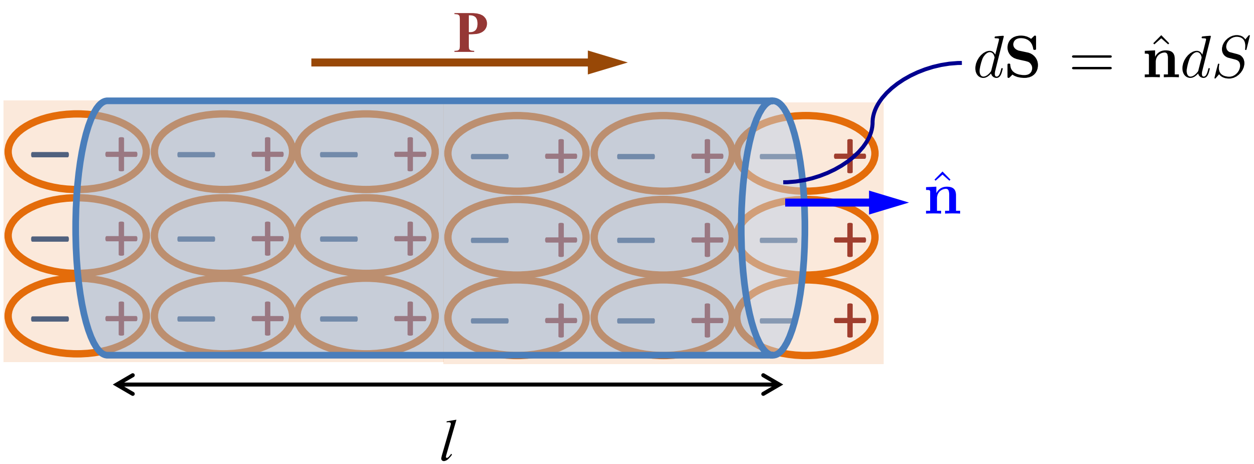
– σ_{ind}: densidade de carga superficial induzida.

Polarização Dielétrica

– **Polarização Dielétrica (P):** Momento de dopolo elétrico por unidade de volume

$$d\mathbf{p} = \mathbf{P}\, dv$$

(momento de dipolo) (polarização dielétrica)



1) Polarização homogênea: A carga de polarização que atravessa a superfície (dq) pode ser expressa em termos do fluxo de um vetor (**P**):

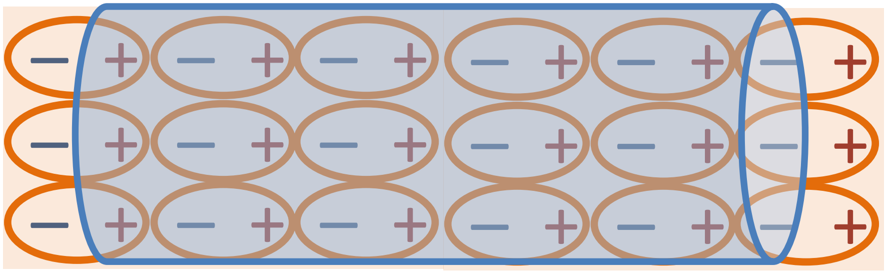
$$dq \equiv \mathbf{P} \cdot \hat{\mathbf{n}} dS = \sigma_{\text{ind}} dS$$

$$\sigma_{\text{ind}} = \mathbf{P} \cdot \hat{\mathbf{n}}$$

(σ_{ind}: densidade de carga superficial de polarização)

Polarização Dielétrica

2) Polarização inomogênea: Produz densidade de carga volumétrica de polarização.



$$q_{\text{pol}} = -\int_{\nu} \nabla \cdot \mathbf{P}\, dv$$

$$\rho_{\text{p}} = -\nabla \cdot \mathbf{P}$$

ρ_{p}: densidade de carga de polarização ("cargas ligadas", pois não têm mobilidade).

Lei de Gauss

No interior de um material dielétrico, poderemos ter cargas livres e cargas de polarização:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{1}{\epsilon_0}(\rho + \rho_{\mathrm{P}}) = \frac{\rho}{\epsilon_0} - \frac{1}{\epsilon_0}\nabla \cdot \mathbf{P}$$

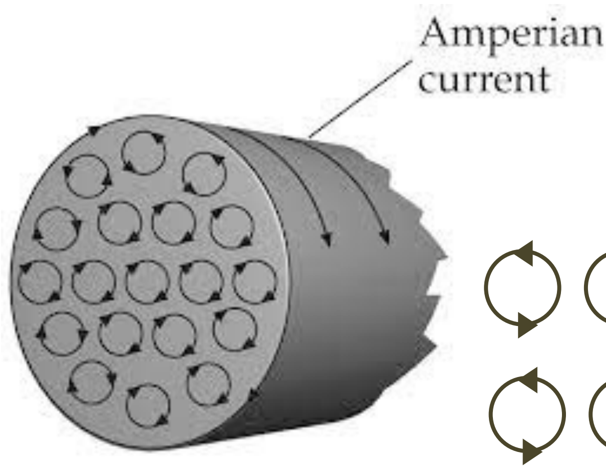
Vetor deslocamento elétrico:

$$\mathbf{D} \equiv \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}$$

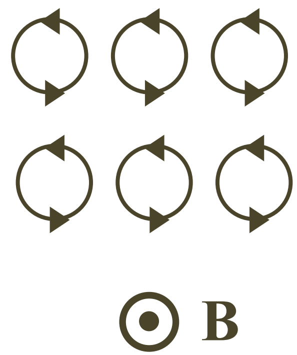
$$\boxed{\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho}$$

(cargas livres)

Magnetização



https://www.physics.purdue.edu/



– Ampère **conjecturou** que as propriedades em materiais magnéticos (ímãs permanentes) seriam resultado de **correntes elétricas microscópicas** (correntes amperianas).

– Essa teoria é superada (Mecânica Quântica), mas permite discussão qualitativamente correta.

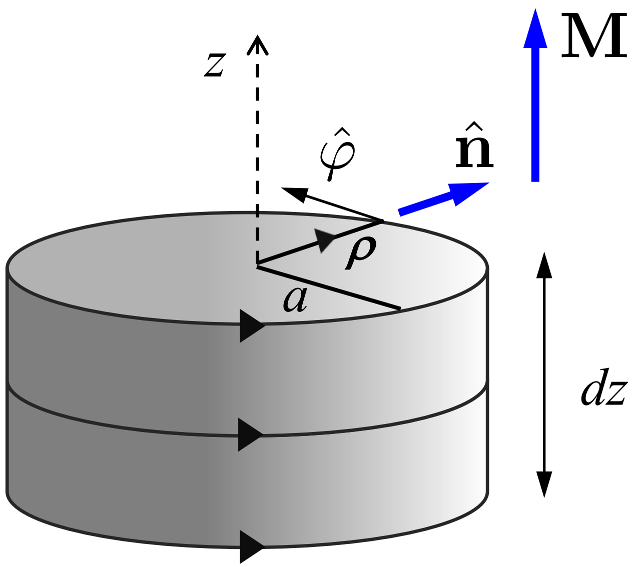
– **Magnetização (M):** momento de dipolo magnético por unidade de volume.

$$d\mathbf{m} = \mathbf{M}\,dv$$

(momento de dipolo magnético)

(magnetização)

Magnetização



1) Magnetização homogêna: densidade superficial de corrente de magnetização.

2) Magnetização inomogêna: densidade volumétrica de corrente de magnetização.

$$\mathbf{J}_m = \left(\frac{di}{dz}\right)\hat{\varphi}$$ (densidade superficial de corrente)

$$\mathbf{J}_m \equiv \mathbf{M} \times \hat{\mathbf{n}}$$

$$\mathbf{j}_m = \nabla \times \mathbf{M}$$

(densidade volumétrica de corrente)

("correntes ligadas")

Lei de Ampère

– Correntes de magnetização são ditas **ligadas**, em oposição às correntes de portadores de cargas **livres**. Em materiais magnetizados:

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \left(\mathbf{j} + \mathbf{j}_{\mathrm{m}} \right)$$

(correntes livres: portadores de carga)

(correntes ligadas: dipolos magnéticos)

Campo H:

$$\mathbf{H} \equiv \left(\frac{1}{\mu_0} \mathbf{B} - \mathbf{M} \right)$$

$$\boxed{\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{j}}$$

(correntes livres)

Lei de Ampère-Maxwell

– Na presença de campos variáveis ($d\mathbf{E}/dt \neq \mathbf{0}$), é necessário reescrever as correntes de magnetização:

$$\mathbf{j}_m = \nabla \times \mathbf{M} + \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t}$$

– Lei de Ampère-Maxwell para $\mathbf{j}_t = \mathrm{j} + \mathbf{j}_m$:

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{j} + \mathbf{j}_m) + \mu_0\epsilon_0\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$

$$\nabla \times (\mathbf{B} - \mu_0\mathbf{M}) = \mu_0\mathbf{j} + \mu_0\frac{\partial}{\partial t}(\epsilon_0\mathbf{E} + \frac{1}{\epsilon_0}\mathbf{P})$$

$$\boxed{\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}}$$

Materiais Lineares

– Estaremos interessados na propagação de ondas EM em meios dielétricos transparentes. Muitos desses materiais são **lineares** e **homogêneos**:

$$\mathbf{P} = \chi\,\epsilon_0\,\mathbf{E}$$

χ: **susceptibilidade dielétrica** (adimensional, característica do material)

$$\mathbf{D} = \epsilon_0\mathbf{E} + \chi\epsilon_0\mathbf{E} = (1+\chi)\epsilon_0\mathbf{E} \equiv \epsilon\mathbf{E}$$

$$(1+\chi)\epsilon_0 = \kappa\epsilon_0 = \epsilon$$

κ: **constante dielétrica**

$$\mathbf{M} = \chi_m\mathbf{H}$$

χ_{m}: **susceptibilidade magnética** (adimensional, característica do material)

$$\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H}+\mathbf{M}) = \mu_0(1+\chi_m)\mathbf{H} \equiv \mu\mathbf{H}$$

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\mu}\mathbf{B}$$

μ: **permeabilidade magnética**

Equações de Maxwell

Vácuo: ausência de cargas ($\rho = 0$) e correntes ($\mathbf{j} = \mathbf{0}$) livres:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0 \qquad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \qquad \nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$

Dielétricos: ausência de cargas ($\rho = 0$) e correntes ($\mathbf{j} = \mathbf{0}$) livres:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0 \qquad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \qquad \nabla \times \mathbf{B} = \mu \epsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$

Ondas EM em Meios Dielétricos

Em vista das equações de Maxwell, todos os resultados discutidos anteriormente para o vácuo valerão em dielétricos, desde que

$$\mu_0 \to \mu \;\; ; \;\; \epsilon_0 \to \epsilon$$

Equação de Onda: Abaixo, indicamos as componentes $i = x, y, z$

$$\nabla^2 E_i - \mu\epsilon \frac{\partial^2 E_i}{\partial t^2} = 0 \qquad \nabla^2 B_i - \mu\epsilon \frac{\partial^2 B_i}{\partial t^2} = 0$$

Velocidade de Propagação: Para vários materiais, $\mu \approx \mu_0$

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}} = \frac{c}{n}$$

$$n = \sqrt{\frac{\mu\epsilon}{\mu_0\epsilon_0}} \approx \sqrt{\kappa}$$

(índice de refração resulta da polarização dielétrica)