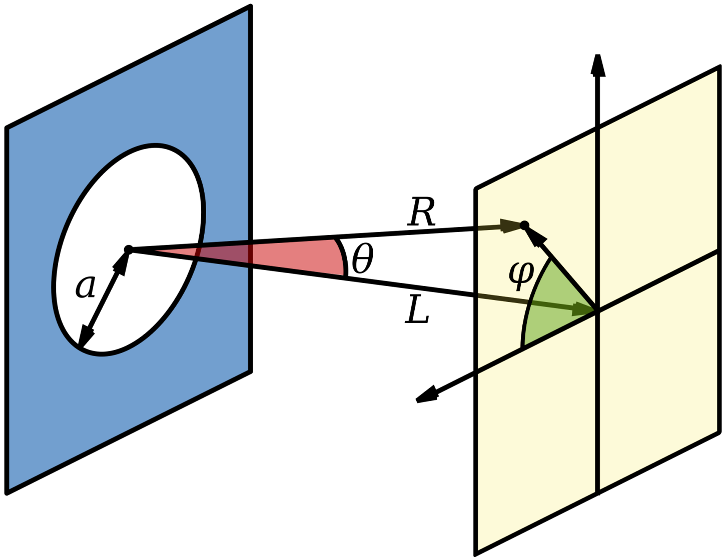
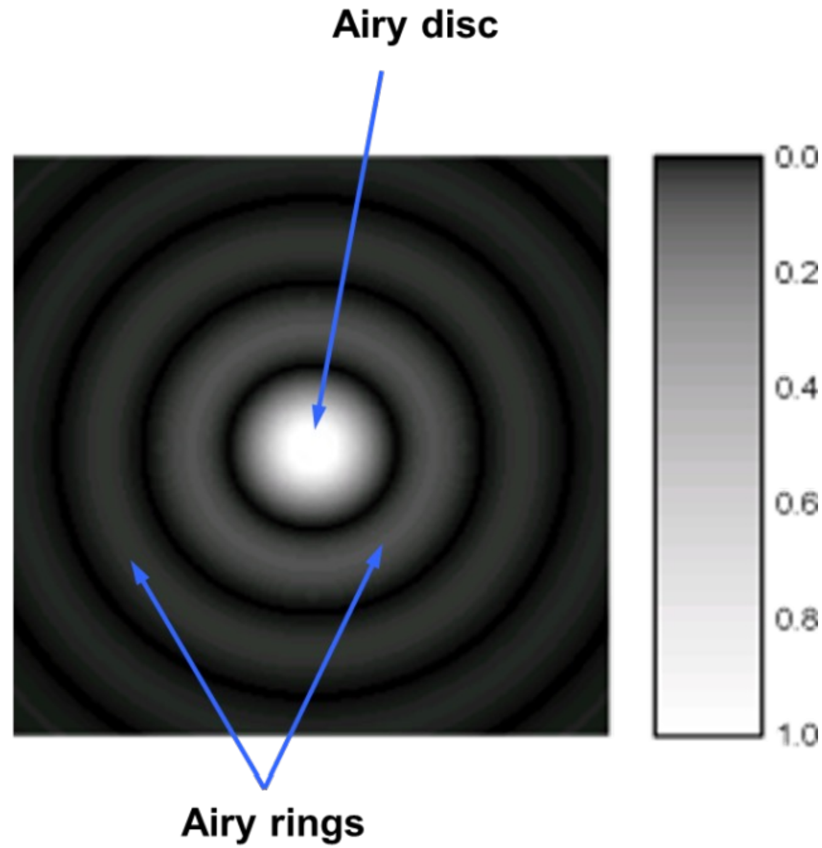
4302212 – Física IV

Difração – IV

Abertura Circular





https://en.wikipedia.org/wiki/Airy_disk

Intensidade:

$$\mathcal{I} = \mathcal{I}_0 \left[\frac{2J_1(\beta)}{\beta} \right]^2$$

$$\beta = ka\,\mathrm{sen}\theta$$

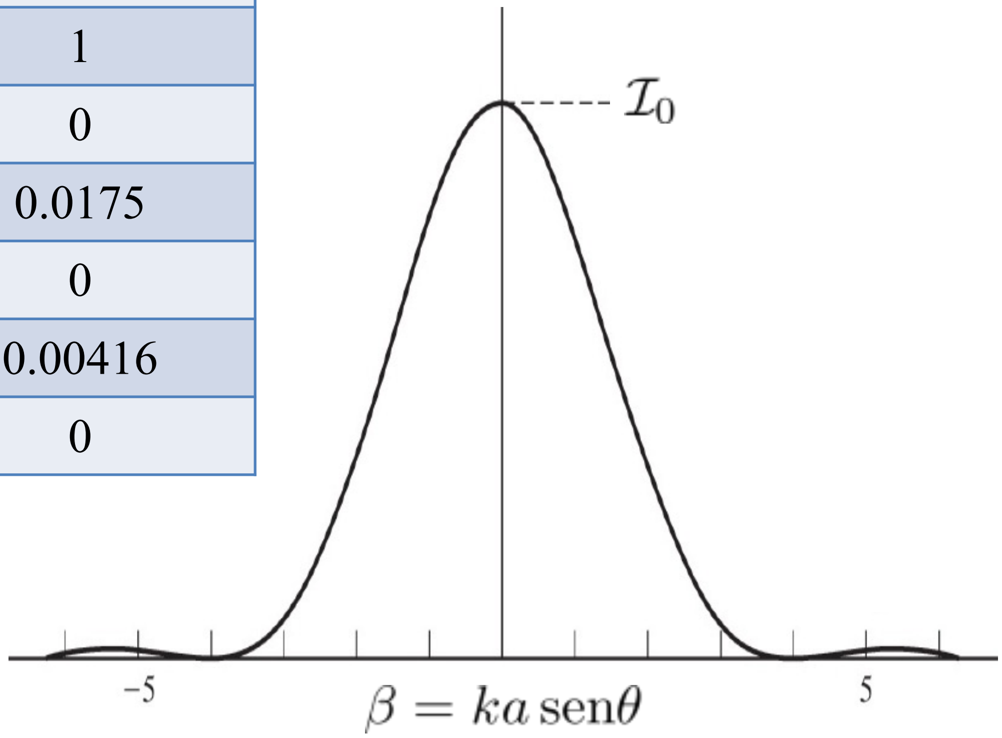
(J_1(x): Função de Bessel de ordem 1)

Primeiro mínimo do padrão de Airy ($D = 2a$):

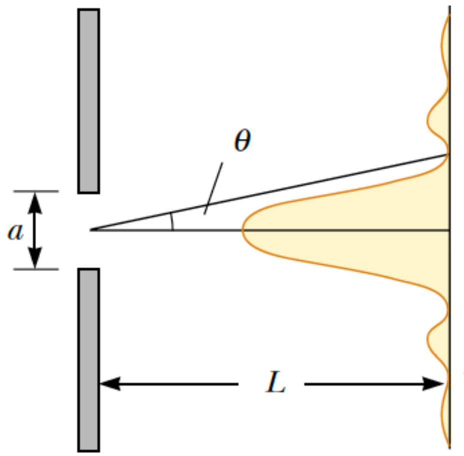
$$ka\,\mathrm{sen}\theta = 3.832$$

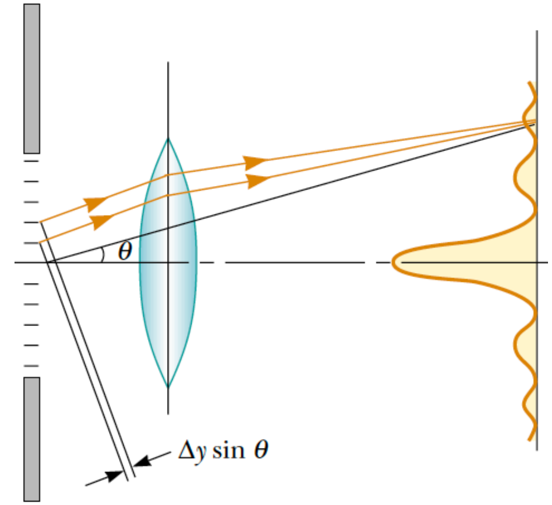
$$\theta \approx 1.22\frac{\lambda}{D}$$

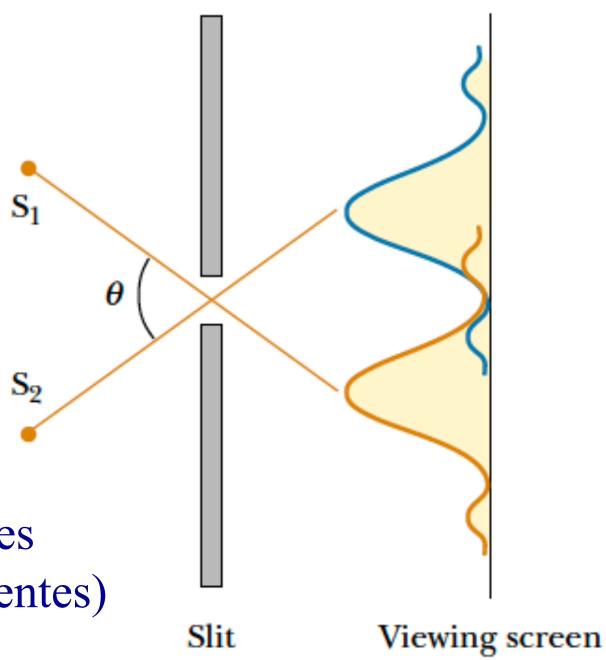
	β	$[2J_1(\beta)/\beta]^2$
1º Máximo	0	1
1º Mínimo	3.832	0
2º Máximo	5.136	0.0175
2º Mínimo	7.016	0
3º Máximo	8.417	0.00416
3º Mínimo	10.173	0

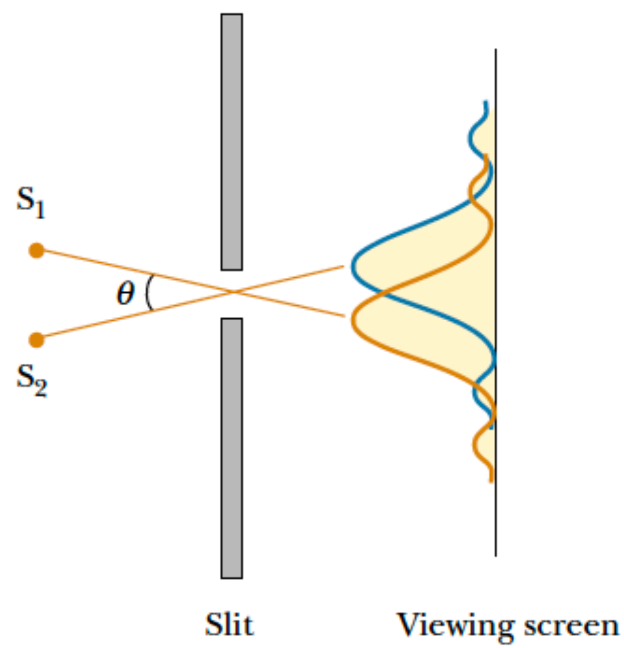


Poder de Resolução







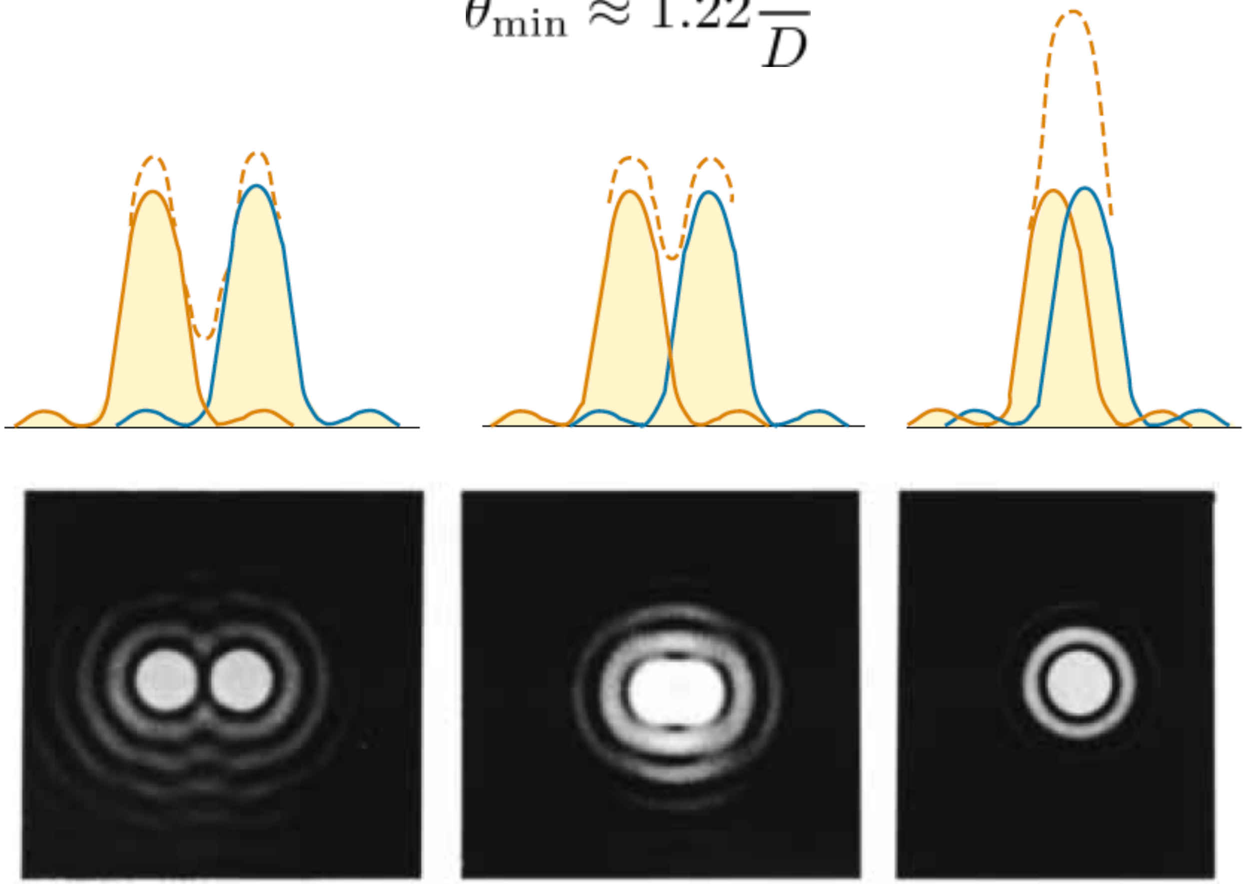


(fontes
não coerentes)

Poder de Resolução

Critério de Rayleigh: o limite de resolução corresponde à situação em que o máximo central de uma imagem coincide com o primeiro mínimo da segunda imagem.

$$\theta_{\min} \approx 1.22 \frac{\lambda}{D}$$



Exercício: Considere os dois telescópios descritos abaixo e estime o ângulo mínimo de resolução:

a) Hale (Monte Palomar, EUA): Diâmetro de 5.08m, detecção de luz laranja (600 nm).

b) Aracibo (Porto Rico): Diâmetro de 305m, detecção de ondas de rádio (0.75 m).

Hale

Aracibo

$$\theta_{\min} = 1.22\,\frac{\lambda}{D} = 1.22\left(\frac{6.00 \times 10^{-7}\ \mathrm{m}}{5.08\ \mathrm{m}}\right)$$

$$= \boxed{1.44 \times 10^{-7}\ \mathrm{rad} \approx 0.03\ \mathrm{s\ of\ arc}}$$

$$\theta_{\min} = 1.22\frac{\lambda}{D} = 1.22 \times \frac{0.75}{305} = 0.003\,\mathrm{rad}\ \ (10\,\mathrm{min})$$

Exercício: Qual a resolução angular do olho humano, considerando apenas a difração? Admita $\lambda = 500$ nm e $D = 2.0$ mm para a pupila.

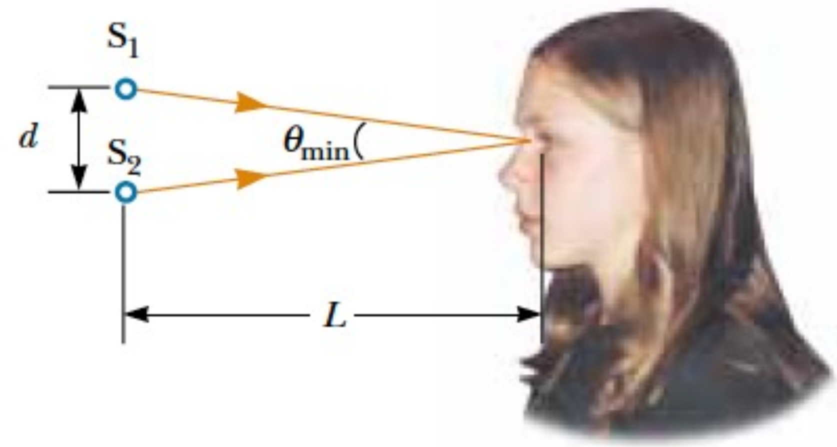
Estime também a menor separação d entre fontes puntiformes à distância L que podem ser distinguidas.

$$\theta_{min} = 1.22\frac{\lambda}{D} = 1.22\left(\frac{5.00 \times 10^{-7}\text{ m}}{2 \times 10^{-3}\text{ m}}\right)$$

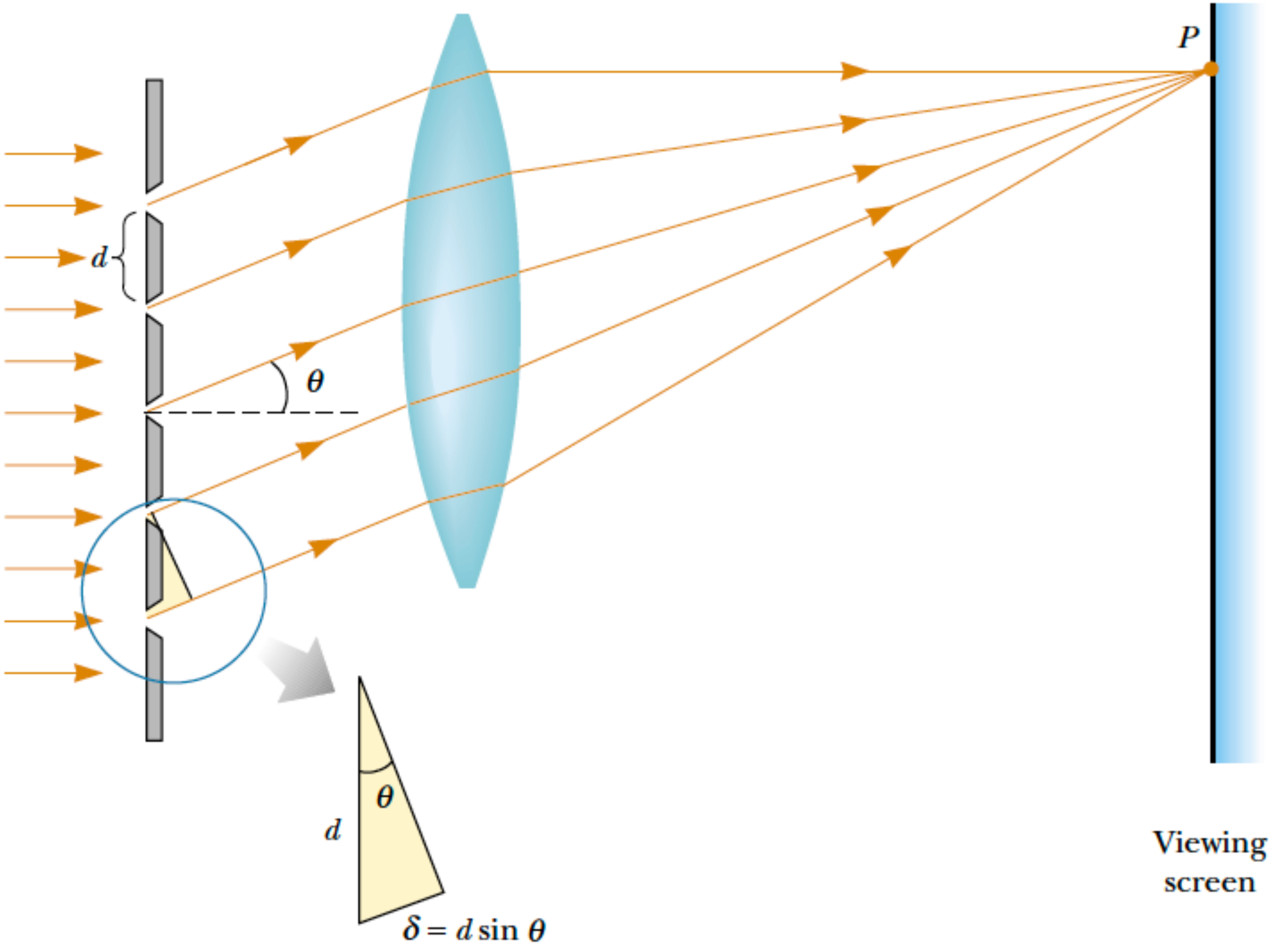
$$\approx \boxed{3 \times 10^{-4}\text{ rad} \approx 1\text{ min of arc}}$$

$$\sin\theta_{min} \approx \theta_{min} \approx \frac{d}{L}$$

$$d = L\theta_{min}$$



Grade de Difração



1) Difração por uma fenda (amplitude no anteparo).

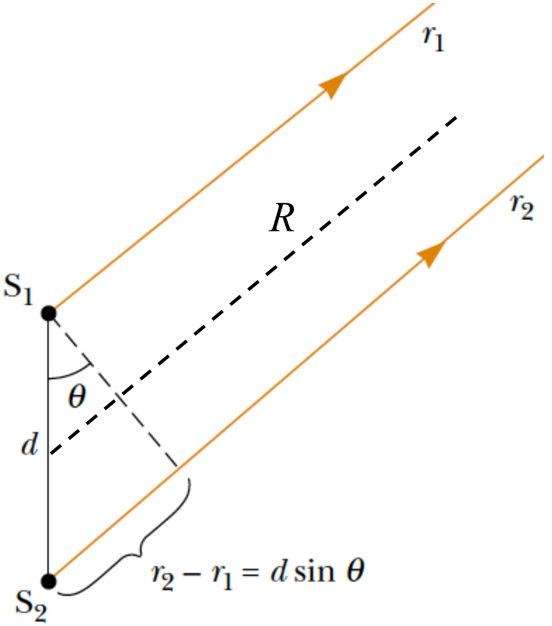
$$\nu(\beta) = \frac{aA}{R} e^{ikR} \frac{\text{sen}(\beta/2)}{(\beta/2)} \qquad \beta \equiv ka\,\text{sen}\theta$$

2) Diferença de fase no experimento de Young:

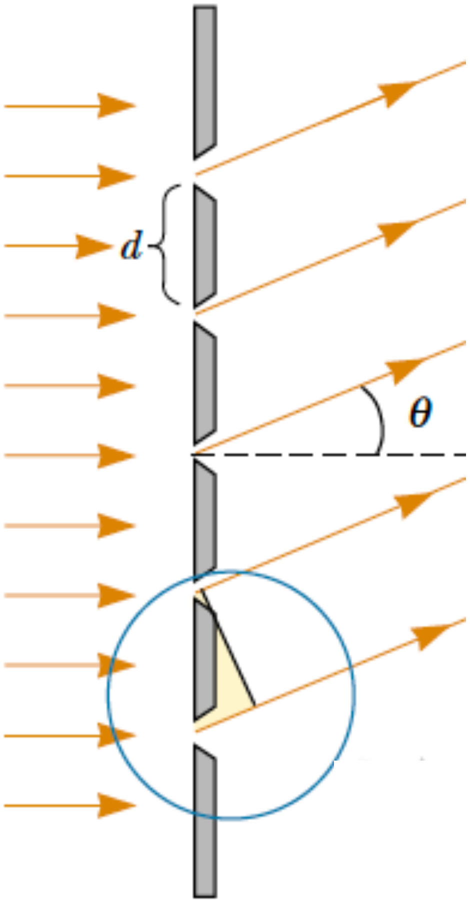
$$r_1 = R - \frac{d}{2}\text{sen}\theta$$

$$r_2 = R + \frac{d}{2}\text{sen}\theta$$

$$(\phi_2 - \phi_1) = kd\,\text{sen}\theta$$



3) ***N* fendas**: numerando as fendas pelo índice $j = 1,\ldots,N$, as fases irão diferir por $(j-1)\Delta$.



$$\nu = \frac{aA}{R}\frac{\text{sen}(\beta/2)}{(\beta/2)}\sum_{j=1}^{N} e^{i[kR+(j-1)\Delta]}$$

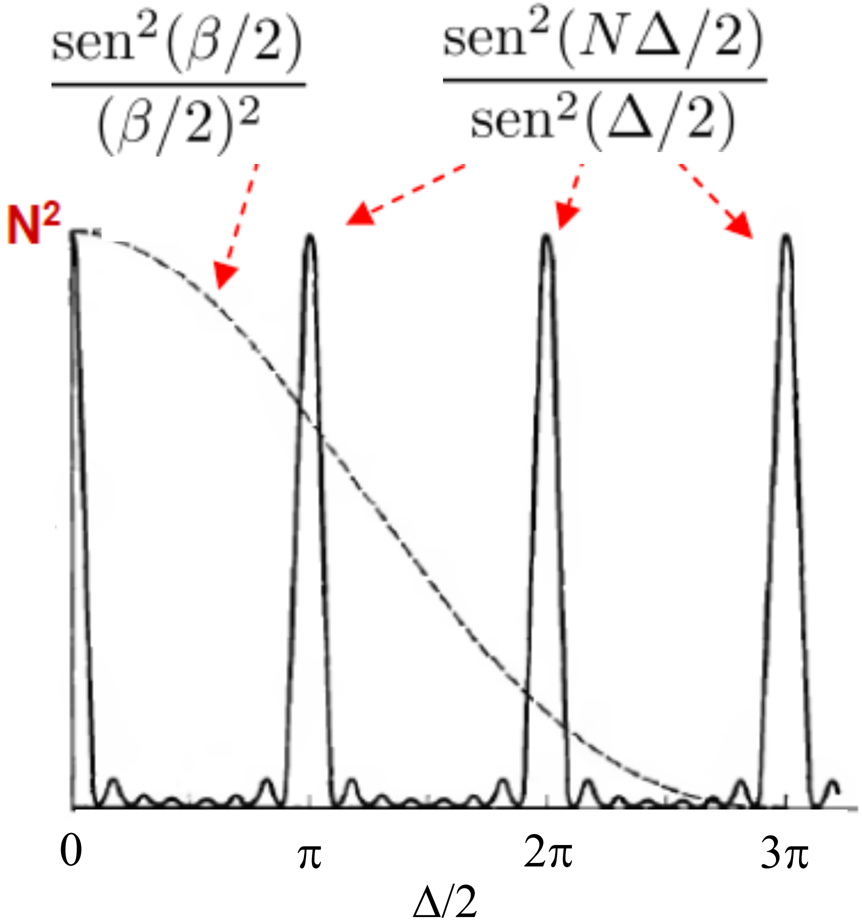
$$= \frac{aA}{R}\frac{\text{sen}(\beta/2)}{(\beta/2)}\, e^{ikR}\,\frac{e^{iN\Delta}-1}{e^{i\Delta}-1}$$

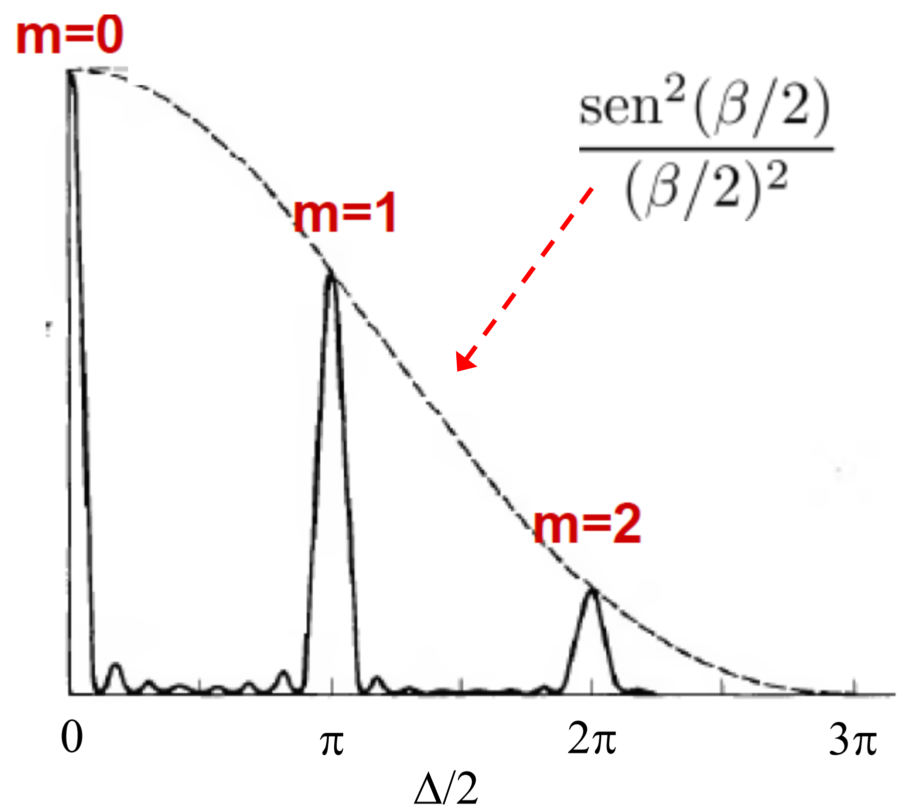
Intensidade:

$$\mathcal{I} = \mathcal{I}_0 \frac{\text{sen}^2(\beta/2)}{(\beta/2)^2}\frac{\text{sen}^2(N\Delta/2)}{\text{sen}^2(\Delta/2)}$$

$$\Delta = kd\,\text{sen}\theta$$

$$\beta = ka\text{sen}\theta$$



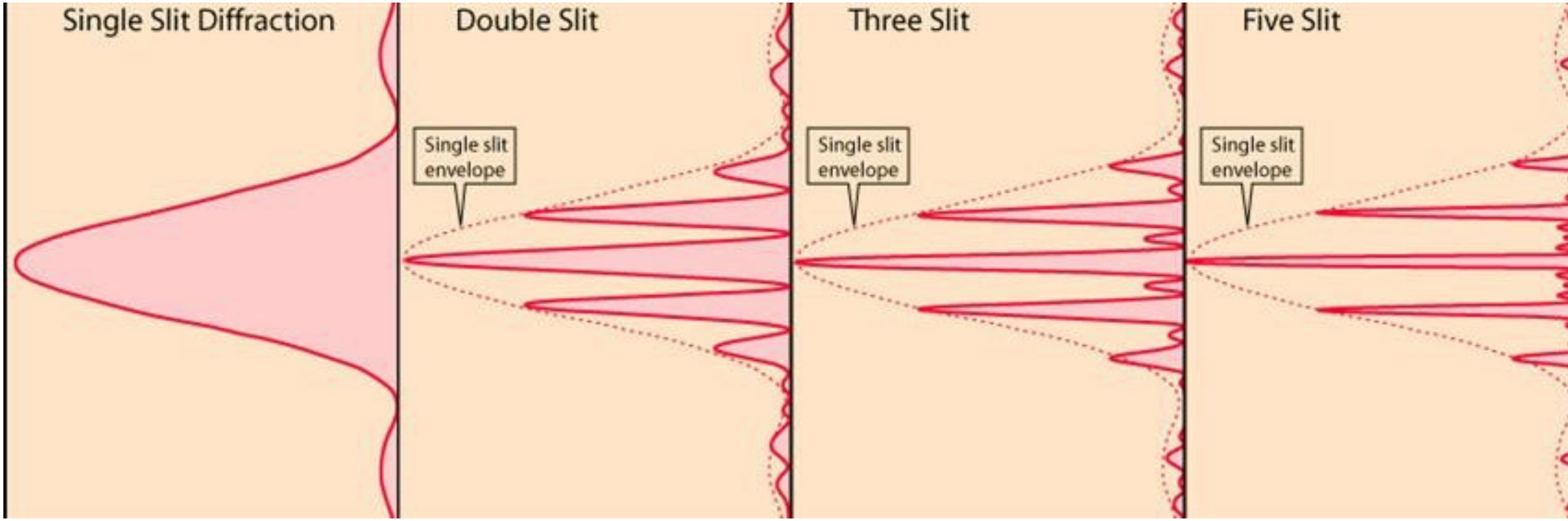


Máximos Principais:

$$d\,\text{sen}\theta = m\lambda$$

$$m = 0, \pm 1, \pm 2, \cdots$$

$$\lim_{\frac{1}{2}\Delta \to m\pi} \frac{\text{sen}^2(\frac{1}{2}N\Delta)}{\text{sen}^2(\frac{1}{2}\Delta)} = N^2$$



http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/phyopt/mulslid.html#c1

Estimativa da largura dos máximos principais ($N >> 1$):

$$\frac{1}{2}N\Delta = \pm\pi$$

$$\frac{1}{2}\Delta = \pm\frac{\pi}{N}$$