4302212 – Física IV

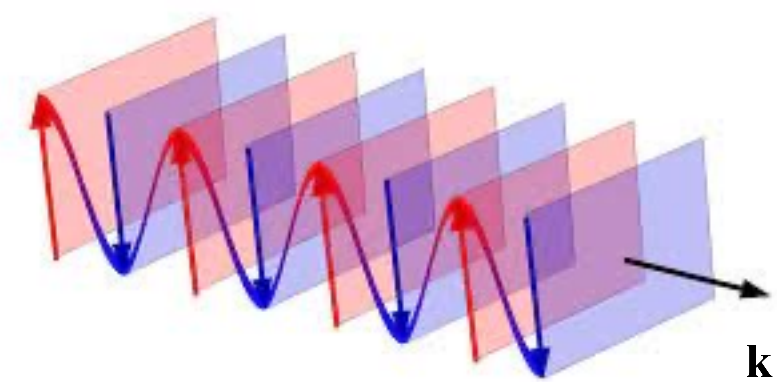
Interferência

Notação Complexa

– A utilização de notação complexa é conveniente (facilita manipulações matemáticas).

– **Ondas Planas (monocromáticas)**:

$$E(\mathbf{r},t) = A\cos(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega t + \delta)$$



$$\mathcal{E}(\mathbf{r},t) = Ae^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega t + \delta)}$$

$$\mathrm{Re}[\mathcal{E}(\mathbf{r},t)] = E(\mathbf{r},t)$$

direção de propagação	comprimento de onda	fase	constante de fase
$\hat{\mathbf{k}}$	$\lambda = \dfrac{2\pi}{k}$	$(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega t + \delta)$	δ

– Em geral, podemos separar as dependências especial e temporal:

$$\mathcal{E}(\mathbf{r},t) = \nu(\mathbf{r})e^{-i\omega t}$$

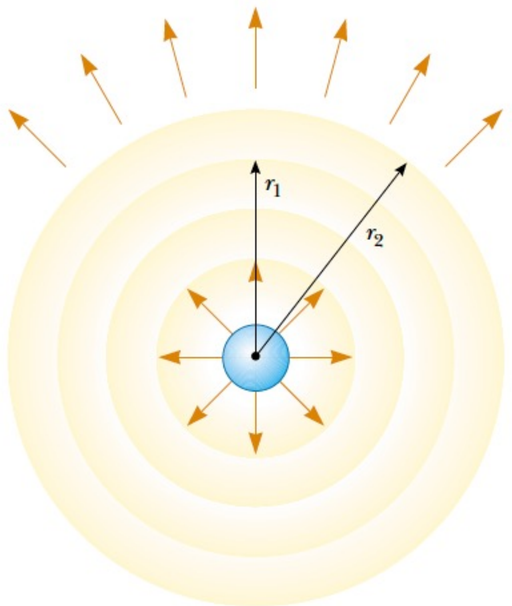
– **Onda Plana (monocromática)**: $\nu(\mathbf{r},t) = Ae^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}+\delta)}$

– **Intensidade**: para discutir interferência e difração, será interessante utilizar uma definição diferente da anterior (baseada no vetor de Poyinting):

$$\mathcal{I}(\mathbf{r}) \equiv \nu^*(\mathbf{r})\nu(\mathbf{r}) = |\nu(\mathbf{r})|^2$$ (intensidade do campo elétrico)

$$\mathcal{I}(\mathbf{r}) = A^2$$ (onda plana)

– Onda Esférica:



$$(4\pi r_1^2)\mathcal{I}(r_1) = (4\pi r_2^2)\mathcal{I}(r_2)$$

$$\nu(r) = \frac{1}{r}u(r)$$

equação de onda:

$$\nabla^2\mathcal{E}(\mathbf{r},t) - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2\mathcal{E}}{\partial t^2} = 0$$

$$u(r) = Ae^{i(kr+\delta)}$$

$$\mathcal{E}(r,t) = \frac{A}{r}e^{i(kr-\omega t+\delta)}$$

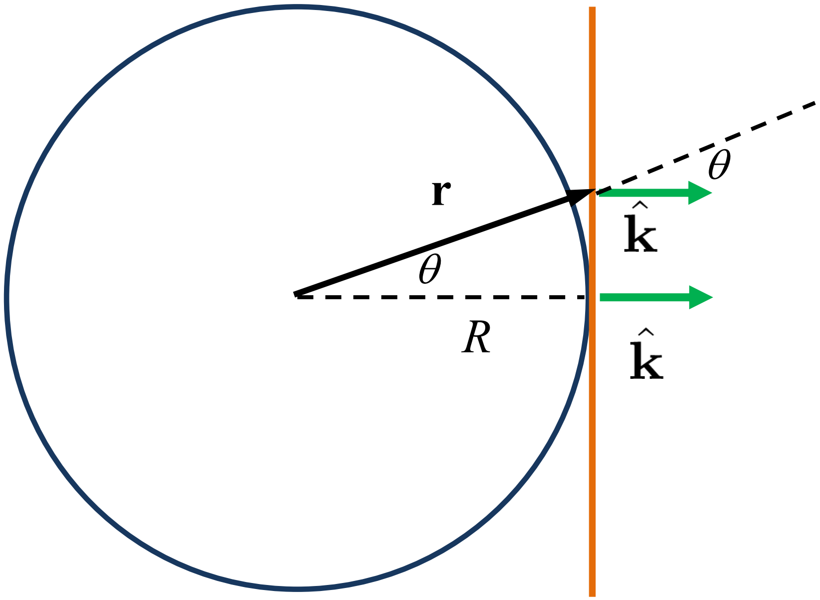
$$v = \frac{c}{n} = \frac{\omega}{k}$$

Laplaciano:

$$\nabla^2 f = \frac{1}{r}\frac{\partial^2}{\partial r^2}(rf) +$$

$$+\frac{1}{r^2\mathrm{sen}\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\mathrm{sen}\theta\frac{\partial f}{\partial\theta}\right) +$$

$$+\frac{1}{r^2\mathrm{sen}^2\theta}\frac{\partial^2 f}{\partial\varphi^2}$$



Para $\theta << 1$:

$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} = kr\cos(\theta) \approx kr$$

Variação da amplitude:

$$\delta\left(\frac{A}{r}\right) = -\frac{A}{r^2}\delta r$$

Assim, para $r > r_0 >> 0$:

$$\mathcal{E}(\mathbf{r}, t) = \frac{A}{r}e^{i(kr-\omega t+\delta)} \approx \frac{A}{r_0}e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-\omega t+\delta)}$$

(Perceba que para uma dada abertura angular (θ), a região da frente esférica bem aproximada pela frente plana aumenta com R. No corte 2D mostrado, $s = R\theta$.)

Interferência

– A interferência é uma consequência do **Princípio de Superposição**. Para duas ondas com mesmo ω:

$$\begin{aligned}\mathcal{I}(\mathbf{r}) &= |\mathcal{E}_1(\mathbf{r},t)+\mathcal{E}_2(\mathbf{r},t)|^2 \\ &= |\nu_1(\mathbf{r})|^2+|\nu_2(\mathbf{r})|^2+2|\nu_1(\mathbf{r})|\,|\nu_2(\mathbf{r})|\cos(\phi_1-\phi_2) \\ &= \mathcal{I}_1(\mathbf{r})+\mathcal{I}_2(\mathbf{r})+2\sqrt{\mathcal{I}_1(\mathbf{r})\mathcal{I}_2(\mathbf{r})}\cos(\phi_1-\phi_2)\end{aligned}$$

– Interferência totalmente **construtiva**:

$$(\phi_1-\phi_2)=2n\pi\ , \quad \mathcal{I}_1=\mathcal{I}_2 \implies \mathcal{I}=4\mathcal{I}_1$$

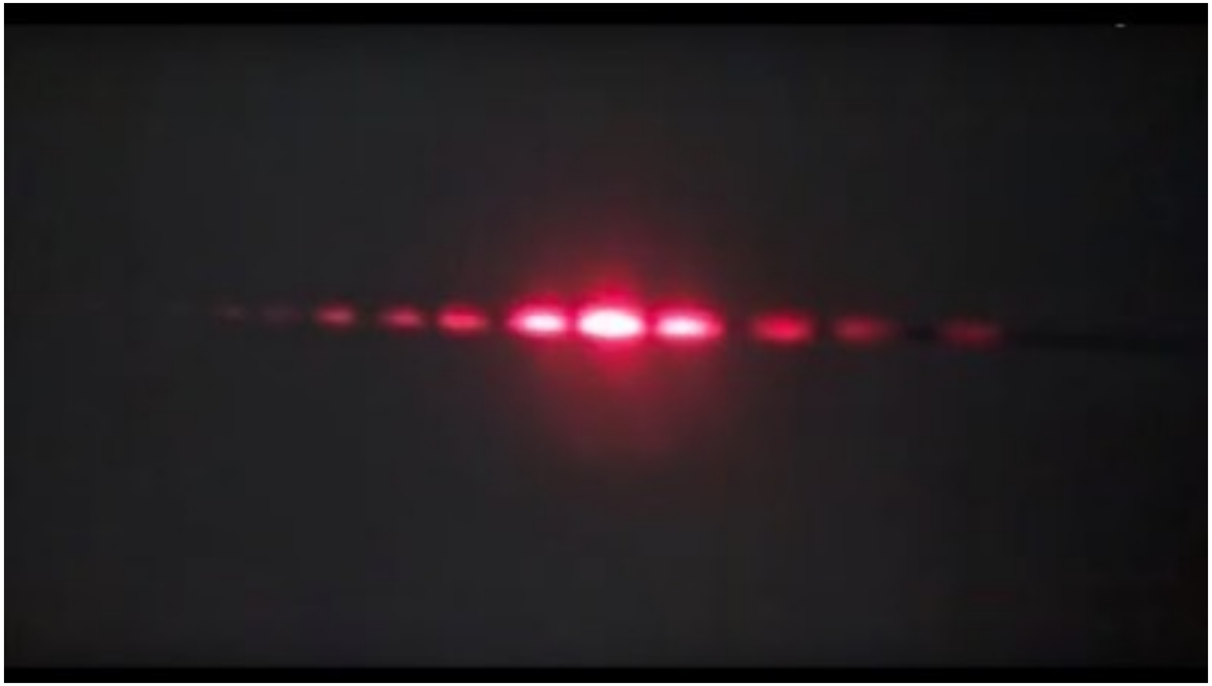
– Interferência totalmente **destrutiva**:

$$(\phi_1-\phi_2)=(2n+1)\pi\ , \quad \mathcal{I}_1=\mathcal{I}_2 \implies \mathcal{I}=0$$

– Vídeo: interferência entre ondas na superfície da água

https://www.youtube.com/watch?v=5raMmc7BeEY&t=21s

– Vídeo: interferência da luz monocromática



https://www.youtube.com/watch?v=nuaHY5lj2AA&t=317s