
Lista de Exercícios - Aula 18

Gabarito

AGA0215 - Fundamentos de Astronomia

Docentes: Augusto Damineli e Eduardo Cypriano
Monitoras: Gabriela C. Silva e Kethelin Parra Ramos

1 O que é o paradoxo de Olbers?

A suposição de um Universo infinito é conflitante com o céu noturno, já que nesse caso todo o céu seria preenchido por estrelas.

2 Utilizando a Lei de Hubble-Lemaitre, obtenha a distância de uma galáxia com redshift cosmológico 0.0043. ($v \ll c$)

$$V = Hr \quad (1)$$

Como $v \ll c$, podemos usar a relação $z = v/c$. Reescrevendo a equação 1 e isolando a distância:

$$r = \frac{zc}{H} = \frac{2.73 \times 3 \times 10^5 \text{ km s}^{-1}}{73 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}} = 17.7 \text{ Mpc} \quad (2)$$

3 Baseando-se no Princípio Cosmológico, explique como é possível o Universo estar em expansão mas isso não se aplicar quando se tratando de objetos próximos (e.g. Galáxia de Andromeda em rota de colisão com a Via Láctea)?

Pelo Princípio Cosmológico, em larga escala o universo é isotrópico e homogêneo. Entretanto, em escalas pequenas (local) há inomogeneidades que são domidadas pela gravidade.

4 Partindo da Lei de Hubble-Lemaitre (eq. 1) e da distância entre dois corpos em função do fator de escala $a(t)$ (eq. 3), encontre a relação entre a constante de Hubble e o fator de escala. O que poderíamos afirmar sobre a idade do Universo caso a constante de Hubble fosse realmente constante?

$$r(t) = a(t)r(t_0) \quad (3)$$

Da relação entre a coordenada comóvel e o fator de escala: $\dot{r} = \dot{a}r(t_0)$

$$V = \dot{r} = Hr \Rightarrow H = \frac{\dot{r}}{r} = \frac{\dot{a}r(t_0)}{a(t)r(t_0)} \Rightarrow \boxed{H = \frac{\dot{a}}{a}} \quad (4)$$

5 De onde veio a necessidade de adicionar a constante cosmológica às equações de campo de Einstein (eq. 5)? De que forma a Lei de Hubble-Lemaitre contraria a solução encontrada por Einstein?

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R + g_{\mu\nu}\Lambda = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu} \quad (5)$$

Einstein buscava uma solução de Universo estático, então foi necessária a introdução da constante cosmológica para que pudesse contrabalancear a gravidade. A Lei de Hubble-Lemaitre estabelece uma relação entre a velocidade e a distância dos objetos, quanto mais distante o objeto maior sua velocidade, o que não condiz com o caso de um Universo estático.

6 No ponto de vista do modelo de Friedmann-Lemaitre, descreva qualitativamente como deve ser a curvatura do Universo e a relação expansão-gravidade para cada caso abaixo:

- $\rho < \rho_c$ curvatura negativa, expansão hiperbólica
- $\rho = \rho_c$ plano e estático (solução de Einstein)
- $\rho > \rho_c$ curvatura positiva; expansão seguida de contração

7 O que foi a era dominada pela radiação? Em que período em escala de tempo da idade do Universo ela ocorreu? Leve em conta as relações entre ρ_R e ρ_M e o fator de escala (eqs. 6). Considere também que densidade do Universo é composta majoritariamente por matéria e radiação (energia de fótons).

$$\rho_R = \rho_{R,0}a^{-4} \quad \rho_M = \rho_{M,0}a^{-3} \quad (6)$$

Na equação 6, a dependência temporal da densidade de radiação e da densidade de matéria com o fator de escala permite visualizar que durante os primeiros anos do Universo a densidade de radiação tende a dominar em relação à matéria; essa é a chamada Era da Radiação.

8 Assinale os itens abaixo com:

- A - Tempo de planck
- B - Inflação
- C - Era nuclear
- D - Bariogênese
- E - Recombinação

(C) A temperatura do Universo diminuiu o suficiente para formar os primeiros átomos.

(E) formação dos primeiros núcleos leves.

(A) Antes desse período a RG não consegue descrever os eventos físicos.

(B) Época quando a expansão do Universo se deu de maneira exponencial em um curto intervalo de tempo ($a(t) \propto e^t$).

(B) Pode explicar as flutuações de densidade macroscópica.

(E) Como consequência desse evento e da expansão do Universo, observamos a radiação cósmica de fundo.

(D) Os fótons se tornam menos energéticos e a formação de pares cessa, dando abertura para a formação de matéria.

(E) Período quando os fótons desacoplaram dos elétrons e o Universo deixou de ser opaco.