



UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
Escola de Engenharia de Lorena – EEL

# ENGENHARIA FÍSICA

# FENÔMENOS DE TRANSPORTE B

*Prof. Dr. Sérgio R. Montoro*

[sergio.montoro@usp.br](mailto:sergio.montoro@usp.br)

[srmontoro@dequi.eel.usp.br](mailto:srmontoro@dequi.eel.usp.br)



UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
Escola de Engenharia de Lorena – EEL

# TRANSFERÊNCIA DE CALOR

## ENGENHARIA FÍSICA

**AULA 8**  
**RAIO CRÍTICO DE ISOLAMENTO**



## **RAIO CRÍTICO DE ISOLAMENTO OU ESPESSURA CRÍTICA DE ISOLAMENTO**

Considere um tubo de pequeno diâmetro, um cabo, ou um fio cuja superfície externa tem uma temperatura aproximadamente constante e dissipa calor por convecção para o ar circundante. Suponha que a superfície esteja recoberta por uma camada isolante. Em algumas situações, o acréscimo de isolamento aumenta a perda de calor até uma espessura crítica de isolamento na qual a perda de energia atinge um máximo.

Outros acréscimos de isolamento, além da espessura crítica, provocam a diminuição da perda de energia. Por isso, a espessura crítica pode ser utilizada para propiciar o resfriamento de um cabo, ou um fio ou tubo.

Entretanto, se o isolamento for usado para reduzir a perda de calor de um tubo, é essencial que a espessura final do isolamento seja maior que a espessura crítica de isolamento.



## RAIO CRÍTICO DE ISOLAMENTO OU ESPESSURA CRÍTICA DE ISOLAMENTO

Vamos examinar a espessura crítica de isolamento num **cilindro** e numa **esfera**.

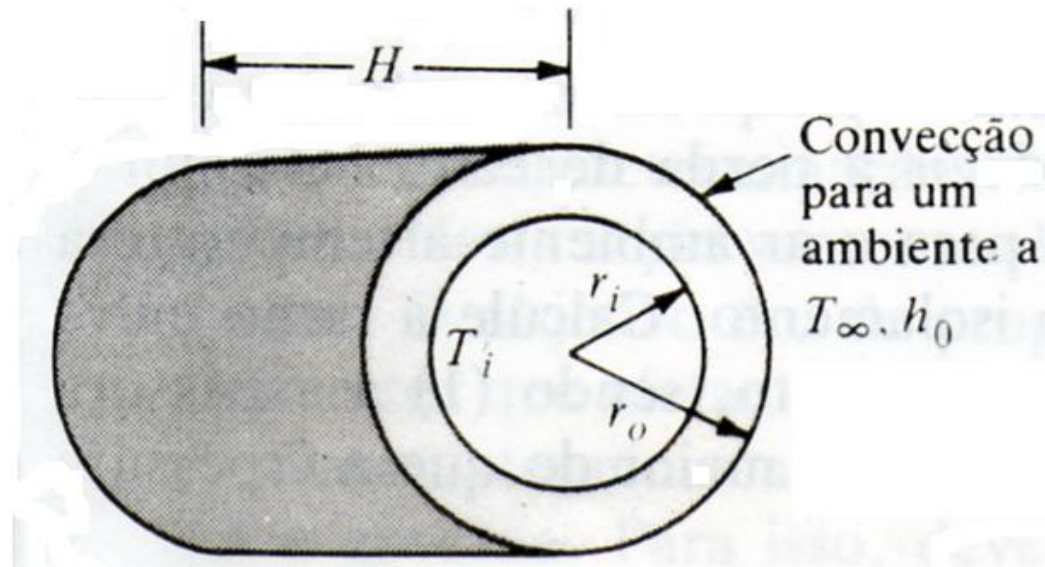
### CILINDRO:

Para deduzir uma expressão da espessura crítica de isolamento, consideremos um tubo circular de raio  $r_i$  mantido a uma temperatura uniforme  $T_i$  e recoberto por uma camada isolante de raio  $r_o$ , como está na Figura 1. O calor é dissipado convectivamente da superfície externa do isolante para um ambiente à temperatura  $T_{\infty}$ , com um coeficiente de transferência de calor  $h_o$ :



## RAIO CRÍTICO DE ISOLAMENTO OU ESPESSURA CRÍTICA DE ISOLAMENTO

CILINDRO:



**Figura 1:** Nomenclatura para o raio crítico do isolamento de um tubo.



## RAIO CRÍTICO DE ISOLAMENTO OU ESPESSURA CRÍTICA DE ISOLAMENTO

### CILINDRO:

A taxa de perda de calor  $Q$  no tubo é dada por:

$$Q = \frac{T_i - T_\infty}{R_{is} + R_o} \quad (\text{Equação 1})$$



## RAIO CRÍTICO DE ISOLAMENTO OU ESPESSURA CRÍTICA DE ISOLAMENTO

### CILINDRO:

Se  $H$  for o comprimento do tubo e  $k$ , a condutividade térmica do isolante, as resistências térmicas  $R_{is}$  e  $R_o$  do isolamento e da convecção na superfície externa, são:

$$R_{is} = \frac{1}{2\pi k H} \ln \frac{r_o}{r_i} \quad \text{e}$$

(Equação 2)

$$R_o = \frac{1}{2\pi r_o H h_o}$$

(Equação 3)



## RAIO CRÍTICO DE ISOLAMENTO OU ESPESSURA CRÍTICA DE ISOLAMENTO

### CILINDRO:

Agora admitamos que  $T_i$ ,  $T_\infty$ ,  $k$ ,  $H$ ,  $h_o$  e  $r_i$  permaneçam constantes e que  $r_o$  varie (isto é,  $r_o \geq r_i$ ). Notamos que, à medida que  $r_o$  cresce, a resistência  $R_o$  decresce, mas  $R_{is}$  cresce. Portanto,  $Q$  pode ter um máximo para um certo valor de  $r_o \equiv r_{oc}$ . Determina-se este valor crítico do raio  $r_{oc}$  derivando-se a Equação 1 em relação a  $r_o$  e igualando a zero a expressão resultante:

$$\frac{dQ}{dr_o} = - \frac{2\pi k H (T_i - T_\infty)}{[\ln(r_o / r_i) + k / (h_o r_o)]^2} \left( \frac{1}{r_o} - \frac{k}{h_o r_o^2} \right) = 0 \quad \text{(Equação 4)}$$





## RAIO CRÍTICO DE ISOLAMENTO OU ESPESSURA CRÍTICA DE ISOLAMENTO

### CILINDRO:

A solução da Equação 4 em  $r_o$  dá o raio crítico de isolamento  $r_{oc}$  com o qual a taxa de transferência do calor é um máximo; encontramos:

$$r_{oc} = \frac{k}{h_o}$$

(Equação 5)

**Raio Crítico de Isolamento para um corpo cilíndrico.**

Onde  $k$  é a condutividade térmica do isolante.



## RAIO CRÍTICO DE ISOLAMENTO OU ESPESSURA CRÍTICA DE ISOLAMENTO

**CILINDRO:**

**OBSERVAÇÃO:**

Na prática, o significado físico deste resultado é o seguinte: se o raio for maior que o raio crítico definido pela Equação 5, qualquer acréscimo de isolante sobre a superfície do tubo diminui a perda de calor, como se espera.

Mas, se o raio for menor do que o raio crítico, como em tubos, cabos ou fios de pequeno diâmetro, a perda de calor aumentará continuamente com o acréscimo de isolante até que o raio da superfície externa do isolamento seja igual ao raio crítico. A perda de calor atinge um máximo na espessura crítica de isolamento e principia a decrescer com o aumento de isolamento além do raio crítico.



## RAIO CRÍTICO DE ISOLAMENTO OU ESPESSURA CRÍTICA DE ISOLAMENTO

**CILINDRO:**

**OBSERVAÇÃO:**

Há numerosas aplicações práticas do raio crítico de isolamento. Nos fios e cabos elétricos, a espessura crítica do revestimento pode ser utilizada para conseguir um máximo de resfriamento. Se o isolamento em um tubo de vapor for umedecido, a condutividade térmica do isolamento cresce, o que aumenta o raio crítico. Então, é possível que, com o raio crítico resultante, a perda de calor do tubo seja maior com o isolamento úmido do que sem nenhum isolamento.



## RAIO CRÍTICO DE ISOLAMENTO OU ESPESSURA CRÍTICA DE ISOLAMENTO

### ESFERA:

Na análise precedente discutimos a espessura crítica de um isolamento num corpo cilíndrico. No caso de uma esfera, seguindo procedimento semelhante, podemos demonstrar que o raio crítico de isolamento é dado por:

$$r_{oc} = \frac{2k}{h_o}$$

(Equação 6)

**Raio Crítico de Isolamento para um corpo esférico.**

Onde  $k$  é a condutividade térmica do isolante.



## RAIO CRÍTICO DE ISOLAMENTO OU ESPESSURA CRÍTICA DE ISOLAMENTO

### EFEITOS DA RADIAÇÃO:

Os resultados dados anteriormente para o raio crítico não incluem os efeitos da radiação térmica. Suponha que o coeficiente de transferência de calor  $h_o$  na superfície externa do isolamento seja aproximado pela soma de uma parcela de convecção ( $h_c$ ) e uma parcela de radiação ( $h_r$ ), na forma:

$$h_o = h_c + h_r \quad \text{(Equação 7)}$$



## RAIO CRÍTICO DE ISOLAMENTO OU ESPESSURA CRÍTICA DE ISOLAMENTO

### EFEITOS DA RADIAÇÃO:

Então o raio crítico dado pelas Equações 5 e 6 se tornam, respectivamente:

$$r_{oc} = \frac{k}{h_c + h_r}$$

Para um cilindro

(Equação 8)

$$r_{oc} = \frac{2k}{h_c + h_r}$$

Para uma esfera

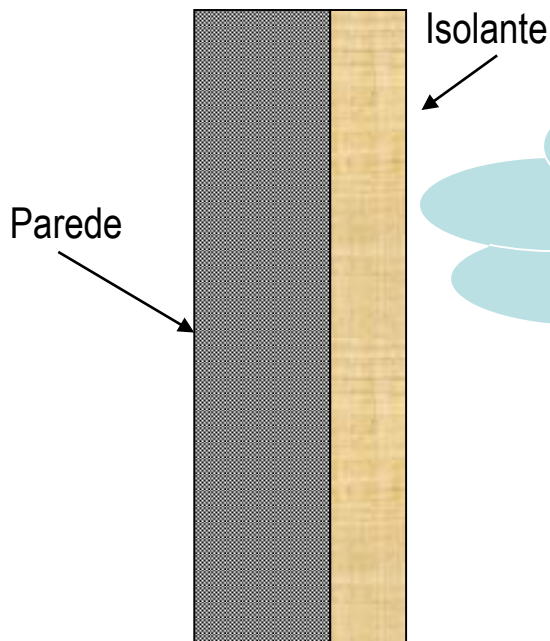
(Equação 9)



## RAIO CRÍTICO DE ISOLAMENTO OU ESPESSURA CRÍTICA DE ISOLAMENTO

### OBSERVAÇÃO IMPORTANTE

#### ESPESSURA CRÍTICA DE ISOLAMENTO EM ÁREAS PLANAS:



Não tem problemas de isolamento para áreas planas (não envolve raio crítico), pois a área não aumenta em virtude do aumento da espessura do isolamento.



## RAIO CRÍTICO DE ISOLAMENTO OU ESPESSURA CRÍTICA DE ISOLAMENTO

### EXEMPLO 1:

Determine o raio crítico de um tubo recoberto por uma camada de amianto, com a condutividade térmica  $k = 0,2 \text{ W/m}\cdot\text{°C}$ , se o coeficiente da transferência convectiva de calor externo for  $h_{\infty} = 10 \text{ W/m}^2\cdot\text{°C}$ . (*Resp.:  $r_c = 2 \text{ cm}$* ).





## RAIO CRÍTICO DE ISOLAMENTO OU ESPESSURA CRÍTICA DE ISOLAMENTO

### EXEMPLO 2:

Um fio elétrico, de diâmetro  $D = 3 \text{ mm}$ , deve ser recoberto por um isolante de borracha, com condutividade térmica  $k = 0,15 \text{ W/m.}^\circ\text{C}$ . Se o coeficiente de transferência de calor externo é  $h_\infty = 50 \text{ W/m}_2^\circ\text{C}$ , qual é a espessura ótima do isolamento de borracha para provocar a máxima perda de calor pelo fio?

*(Resp.: 1,5 mm)*

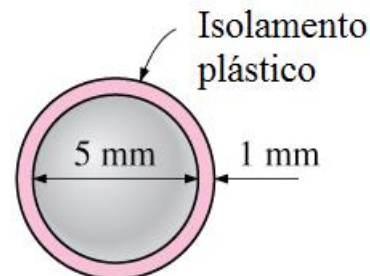


## RAIO CRÍTICO DE ISOLAMENTO OU ESPESSURA CRÍTICA DE ISOLAMENTO

### EXEMPLO 3:

Uma bola esférica de 5 mm de diâmetro a  $50^{\circ}\text{C}$  é envolta com isolamento plástico ( $k = 0,13 \text{ W/m}\cdot^{\circ}\text{C}$ ) de 1 mm de espessura. A bola está exposta a um meio a  $15^{\circ}\text{C}$ , com um coeficiente de transferência de calor por convecção de  $20 \text{ W/m}^2\cdot^{\circ}\text{C}$ . Determinar se o isolamento de plástico sobre a bola irá ajudar ou prejudicar a transferência de calor a partir da bola. **OBS:** detalhar todos os cálculos envolvidos para justificar a resposta.

Resp: irá aumentar a TC.





## RAIO CRÍTICO DE ISOLAMENTO OU ESPESSURA CRÍTICA DE ISOLAMENTO

### EXEMPLO 4:

Um tubo de diâmetro  $d_o = 2,5$  cm deve ser isolado com uma camada de amianto de condutividade térmica  $k_a = 0,2$  W/m.°C. O coeficiente da transferência convectiva de calor da superfície do amianto para o ar ambiente é  $h_o = 12$  W/m<sup>2</sup>.°C.

A) Calcule o raio crítico de isolamento.

B) Se outra camada de amianto, com 3 mm de espessura, for acrescentada sobre o tubo, a transferência de calor aumenta ou diminui?