

Eletrromagnetismo — 7600021

Quarta lista.

06/06/2022

Os exercícios provindos do livro texto (Griffiths - Introdução à Eletrodinâmica - 3a. edição) trazem o número original em negrito.

1. **3.16** Derive $P_3(x)$ da fórmula de Rodrigues e verifique que $P_3(\cos\theta)$ satisfaz a equação diferencial para a função angular $\Theta(\theta)$ para $\ell = 3$. Verifique que P_3 e P_1 são funções ortogonais por integração explícita.
2. **3.18** O potencial na superfície de uma esfera de raio R é dado por

$$V_0 = k \cos 3\theta,$$

onde k é uma constante. Encontre o potencial dentro e fora da esfera, bem como densidade superficial de carga $\sigma(\theta)$ na esfera. Suponha que inexistente carga dentro ou fora da esfera.

3. **3.19** Suponha que o potencial $V(\theta)$ na superfície de uma esfera seja especificado, e que não haja carga dentro ou fora da esfera. Mostre que a densidade de carga na esfera é dada por

$$\sigma(\theta) = \frac{\epsilon_0}{2R} \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell + 1)^2 C_\ell P_\ell(\cos\theta),$$

onde

$$C_\ell = \int_0^\pi V_0(\theta) P_\ell(\cos\theta) \sin\theta \, d\theta.$$

4. **3.20** Encontre o potencial fora de uma esfera metálica *carregada* (carga Q , raio R) colocada num campo que, sem a esfera, seria \vec{E}_0 , uniforme. Explique claramente onde você está posicionando o zero do potencial.
5. **3.21(b)** O potencial no eixo de um disco de raio R , uniformemente carregado com densidade σ , é

$$V(r, 0) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} (\sqrt{r^2 + R^2} - r).$$

Encontre o potencial para $r < R$, por meio da equação

$$V(r, \theta) = \sum_{\ell=0}^{\infty} A_\ell r^\ell P_\ell(\cos\theta),$$

considerando os três primeiros termos. [Nota: você deve quebrar a região $r < R$ em dois hemisférios, um acima e o outro abaixo do disco. Não suponha que os coeficientes A_ℓ sejam iguais nos dois hemisférios.]

6. **3.22** Uma casca esférica de raio R é carregada com densidade superficial σ_0 no hemisfério norte e $-\sigma_0$ no hemisfério sul. Encontre o potencial dentro e fora da esfera, calculando os coeficientes explicitamente até $\ell = 4$.
7. **3.23** Resolva a equação de Laplace por separação de variáveis em coordenadas cilíndricas, supondo que não haja dependência em z . [Assegure-se de ter encontrado todas as soluções para a equação radial; em particular, seu resultado deve acomodar o caso de um fio infinito carregado, para o qual você sabe a resposta].

8. **4.32** Uma carga pontual q está no centro de uma esfera de raio R , feita de um material dielétrico com susceptibilidade χ_e . Encontre o campo elétrico, a polarização e as cargas de polarização ρ_b e σ_b . Qual é a carga de polarização na superfície? Onde está a carga de polarização com sinal oposto, que compensa?
9. **4.24** Uma esfera condutora descarregada com raio a é envolvida por uma casca esférica isolante de constante dielétrica ϵ_r cujo raio externo é b . Esse conjunto é agora colocado num campo elétrico que, de outra forma, seria uniforme, com valor \vec{E}_0 . Encontre o campo elétrico no isolante.
10. **4.31** Um cubo dielétrico de lado a , com centro na origem, tem polarização $\vec{P} = k\vec{r}$, onde k é uma constante. Encontre todas as cargas de polarização e verifique que a soma é zero.