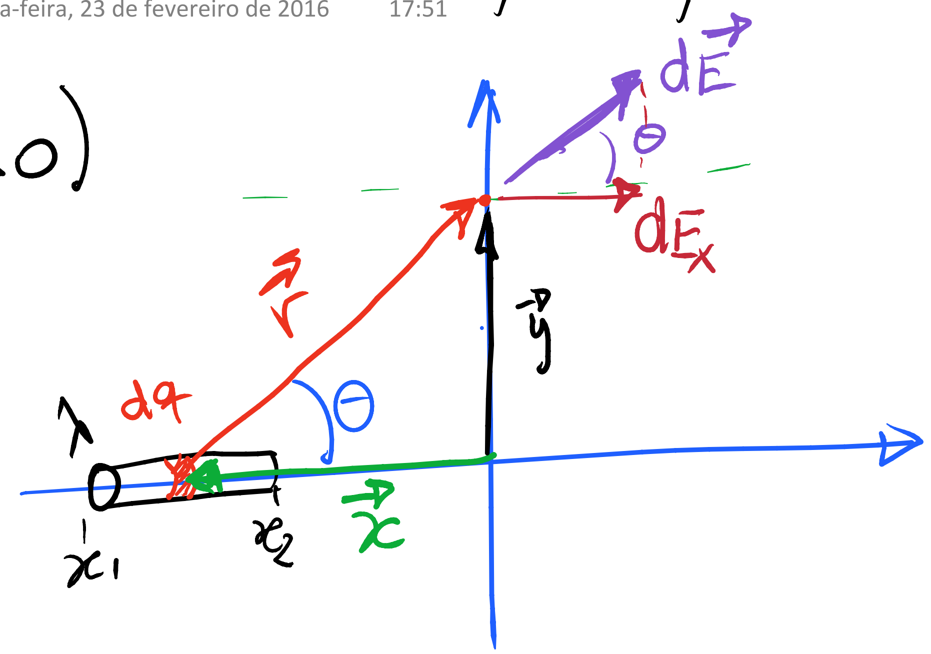
Problema do fio finito (Campo longitudinal):

terça-feira, 23 de fevereiro de 2016 17:51

$(\lambda > 0)$



$\vec{x} = -x\,\hat{x}$

$\vec{y} = y\,\hat{y}$

$\vec{r} = \vec{y} - \vec{x}$

$r = |\vec{r}| = \sqrt{x^2+y^2}$

$\hat{r} = \dfrac{\vec{r}}{r}$

$dq = \lambda\, dx$

$d\vec{E} = k\dfrac{dq}{r^2}\hat{r}$

$dE = \dfrac{k(\lambda\, dx)}{(x^2+y^2)}$

$$\boxed{dE_x = dE \cdot \cos\theta}$$

como determinar sem dúvidas sobre sinal?

- p/ determinar o $\cos\theta$ podemos usar...

$\hat{r}\cdot\hat{x} = \cos\theta \rightsquigarrow$

$\dfrac{(y\hat{y} - x\hat{x})}{r}\cdot\hat{x} = -\dfrac{x}{r} = \cos\theta$

(*) Note o sinal!!

Neste caso não temos dúvidas da origem do sinal!!

Portanto

sinal proveniente do cosseno

$dE_x = k\lambda\dfrac{(-x\,dx)}{(x^2+y^2)^{3/2}} \rightsquigarrow E_x = \int dE_x$

$E_x = -k\lambda\displaystyle\int_{x_1}^{x_2}\frac{x\,dx}{(x^2+y^2)^{3/2}}$;

Após substituição

$u = x^2+y^2$

$\dfrac{du}{dx} = 2x \rightsquigarrow \dfrac{du}{2} = x\,dx$

$\displaystyle\int u^{-3/2}\,du = -\frac{1}{\sqrt{u}}$

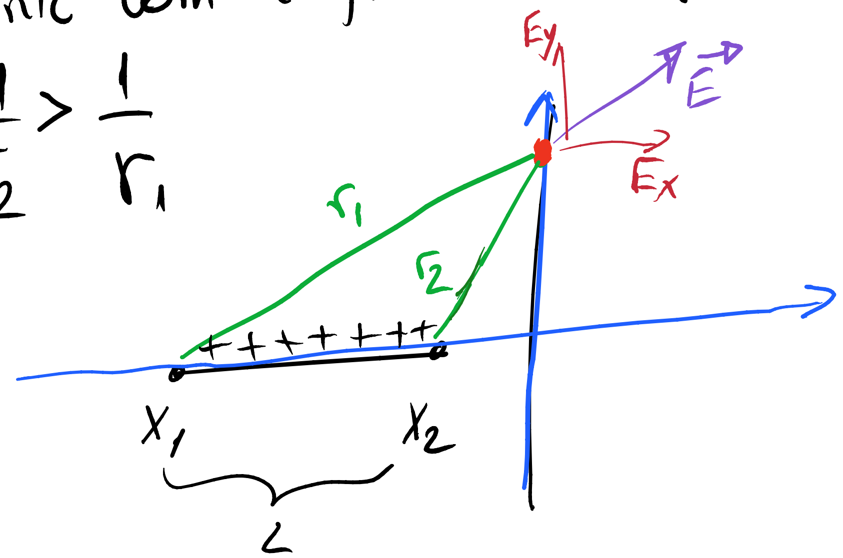
Substituindo ...

$$E_x = k\lambda\left[\frac{1}{\underbrace{(x_2^2-y^2)}_{r_2}} - \frac{1}{\underbrace{(x_1^2-y^2)}_{r_1}}\right]$$

$$\boxed{E_x = K\lambda\left(\frac{1}{r_2}-\frac{1}{r_1}\right)}$$

(eq. 1)

* Observe que o resultado da eq. 1 é consistente com a física do problema p/ $\lambda > 0$, pois $\frac{1}{r_2} > \frac{1}{r_1}$



⇒ Da mesma forma, se trocássemos o fio carregado de lado (p/ o lado do x positivo), a direção e sentido do campo $\vec{E}$ resultante também mudariam de forma correta.

⇒ Considere: $\begin{cases} x_1 = 0 \text{ e } x_2 \to \infty \text{ (infinito)} \\ x_1 \to -\infty \text{ e } x_2 = 0 \end{cases}$ ⇝ Campo "negativo" (p/ esquerda) ⇝ campo "positivo" (p/ direita)

⇒ Além disso, q^do o fio for colocado numa posição simétrica, em relação ao eixo-y, a componente $E_x = 0$.

⇒ Finalmente, se tomarmos os limites $x_1 \to -\infty$; $x_2 \to \infty$ também obtemos $E_x = 0$, como esperado.

⇒ Essa discussão concentrou-se na direção longitudinal. P/ saber a direção final do campo $\vec{E}$ é necessário ainda a componente E_y!!