Exercícios de fixação - tópico 08: *Problemas de valor inicial (PVI) - EDO de ordem 1*

Resolva os problemas de valor inicial a seguir via método de Euler-Cauchy, fazendo 10 iterações e com $\Delta x = 0.1$ como passo. Compare os resultados com a solução exata nos pontos correspondentes.

1. $y' = y$, $y(0) = 1$

2. $y' = -5x^4y^2$, $y(0) = 1$

Resolva os problemas de valor inicial a seguir via método de Heun (Euler-Cauchy melhorado), fazendo 10 iterações e com $\Delta x = 0.1$. Compare com a solução exata nos pontos correspondentes.

3. $y' = y$, $y(0) = 1$

4. $y' + y \cdot \tan(x) = \mathrm{sen}(2x)$, $y(0) = 1$

Resolva os problemas de valor inicial a seguir pelo método de Runge-Kutta, realizando 5 iterações e usando $\Delta x = 0.2$. Compare os resultados com a solução exata nos pontos correspondentes.

5. $y' = xy$, $y(0) = 1$

6. $y' = y(1 + x^{-1})$, $y(1) = e$

7. Considere o problema de valor inicial: $y' = x^{-1}[1 + 2\sqrt{y - \ln(x)}]$ sujeito a $y(1) = 0$. No caso, por que não é possível impor uma condição inicial em $y(0)$? No intervalo $1.0 \leq x \leq 1.8$, aplique:
   (*a*) O método de Euler-Cauchy usando $\Delta x = 0.1$,
   (*b*) O método de Heun (Euler-Cauchy melhorado) usando $\Delta x = 0.2$, e
   (*c*) O método de Runge-Kutta usando tanto $\Delta x = 0.4$ como também $\Delta x = 0.1$.
   Compare os resultados com a solução exata.

Respostas de exercícios selecionados

1. Solução exata a ser comparada com a solução numérica: $y(x) = \exp(x)$
2. Solução exata a ser comparada com a solução numérica: $y(x) = 1/(x^5 + 1)$
3. Solução exata a ser comparada com a solução numérica: $y(x) = \exp(x)$
4. Solução exata a ser comparada com a solução numérica: $y(x) = \cos(x)\cdot[3 - 2\cos(x)]$
5. Solução exata a ser comparada com a solução numérica: $y(x) = \exp(0.5x^2)$
6. Solução exata a ser comparada com a solução numérica: $y(x) = x\cdot\exp(x)$
7. Solução exata a ser comparada com a solução numérica: $y(x) = \ln(x)\cdot[1 + \ln(x)]$