



Exercícios de fixação - Tópico 05: Ajuste de curvas (método de mínimos quadrados)

Nos exercícios 1 a 7 aplique o método dos mínimos quadrados para ajustar uma reta (função linear) $f(x) = a_0 + a_1 x$ aos pontos (x_i, y_i) sem incertezas. Cheque sua resposta mediante comparação com os parâmetros obtidos para a equação da linha de tendência sugerida pelo MS Excel.

1. (2, 0), (3, 4), (4, 10), (5, 16)
2. (4, -20), (15, -7), (30, -10), (100, 47), (200, 67)
3. (0, 0), (2, 1.8), (4, 3.4), (6, 4.6)
4. (9.6, 1), (8.5, 2.3), (7.0, 2.0), (0, 7.7), (-100, 9.7)
5. (5, 8.0), (10, 6.9), (15, 6.2), (20, 5.0)
6. (9.6, 1), (8.5, 2.3), (7.0, 2.0), (0, 7.7), (-100, 9.7)
7. (400, 580), (500, 1030), (600, 1420), (700, 1880), (750, 2100).

8. Se uma esteira se move com velocidade v constante, a posição s de objetos por ela transportados varia com o tempo t conforme: $s(t) = s_0 + vt$. Esta função é graficamente representada por uma reta e a tabela abaixo apresenta os valores medidos para instante t e posição s , acompanhados da incerteza σ_s estimada para a posição s . Ajuste uma reta (função linear) a estes dados e estime a velocidade v da esteira e a incerteza σ_v associada a este valor de velocidade.

Tempo t (s)	0.0	3.0	5.0	8.0	10.0
Posição s (m)	200.0	230.0	240.0	270.0	290.0
Incerteza σ_s (m)	2.0	2.5	2.5	2.5	3.0

9. A tabela abaixo mostra os dados referentes à elongação x de uma mola sob a ação de uma força F , acompanhados da incerteza σ_F estimada à força. Por mínimos quadrados, ajuste uma reta aos dados e obtenha a constante da mola k e sua incerteza σ_k (com base nos parâmetros ajustados à reta). Sabendo que a lei de Hooke é expressa por $F = kx$ (reta passando pela origem), analise o valor obtido para o coeficiente linear da reta ajustada mediante o valor obtido para sua incerteza.

Elongação x (m)	0.5	0.9	1.6	2.1	2.5
Força F (N)	5.0	10.0	15.0	20.0	25.0
Incerteza σ_F (N)	0.45	0.32	0.26	0.22	0.20

Aplique o método dos mínimos quadrados para ajustar uma parábola $f(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$ aos pontos (x_i, y_i) nos exercícios 10 a 12. Compare a resposta com os parâmetros obtidos via linha de tendência sugerida pelo MS Excel. Sugestão: escreva as expressões para os coeficientes a_0 , a_1 e a_2 em termos dos determinantes das matrizes e (no MS Excel) use a função MATRIZ.DETERM.

10. (-2, 6.5), (-1, 2.0), (0, 0.5), (1, 2.0)
11. (-1, 0), (0, -1.5), (1, 0), (2, 4.5)
12. (1.4, 74), (1.8, 75), (2.3, 76), (3.0, 75), (4.0, 72)

Respostas de exercícios selecionados

1. $a_0 = -11.4, a_1 = 5.4$
2. $a_0 = -16.503, a_1 = 0.4571$
3. $a_0 = 0.14, a_1 = 0.77$
4. $a_0 = 3.5731, a_1 = -0.0645$
5. $a_0 = 8.95, a_1 = -0.194$
6. $a_0 = 3.5731, a_1 = -0.0645$
7. $a_0 = -1145.8, a_1 = 4.3183$
8. $v = 8.8 \pm 0.3$ m/s
9. $k = 9.7 \pm 0.2$ N/m
10. $a_0 = 0.5, a_1 = 0, a_2 = 1.5$
11. $a_0 = -1.5, a_1 = 0, a_2 = 1.5$
12. $a_0 = 66.42, a_1 = 7.623, a_2 = -1.5606$