

Plano Experimento 6 – Cordas Vibrantes – aulas 10 / 11

Objetivos de aprendizagem:

Principais

- Aprender a trabalhar com escalas logarítmicas
- Usar gráficos di-log para extrair parâmetros (expoentes e fator multiplicativo) para funções simples

Secundários:

- Organizar procedimento para tomada de dados
- Observar e analisar fenômenos de ressonância em cordas

Atividades de aula:

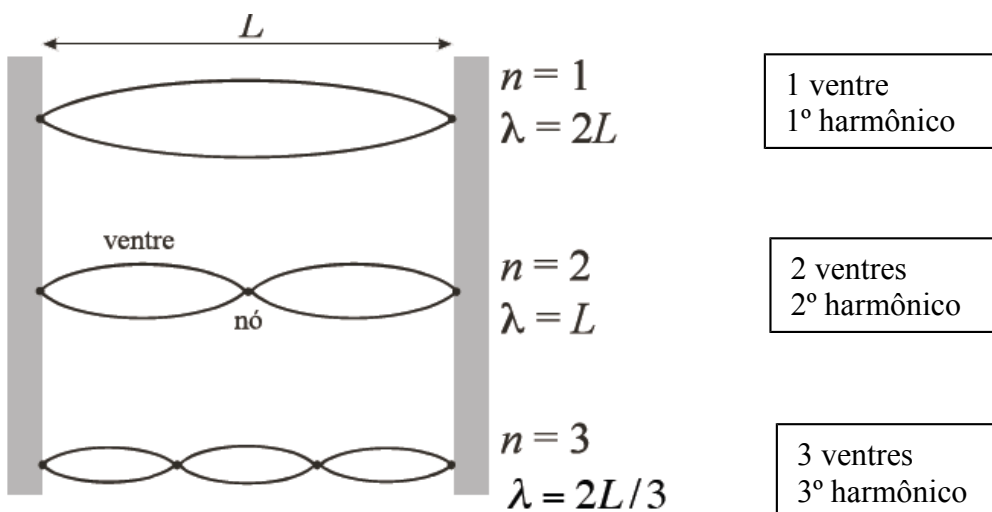
1 - Estudaremos neste experimento as frequências de ressonância (f) de um fio sob tensão em função do número do harmônico (n), da tensão no fio (T), do comprimento do fio (L) e da densidade linear do fio (μ). Isto é:

$$f = Cn^\alpha L^\beta T^\gamma \mu^\delta = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{T}{\mu}} \quad (1)$$

conhecida como Lei de Lagrange.

Neste experimento o alto-falante oscila na mesma frequência do gerador e o fio é excitado nesta mesma frequência. A frequência de ressonância (f) é determinada pela ocorrência da máxima amplitude de oscilação, e a frequência correspondente é lida no gerador de áudio.

Cada modo normal de oscilação tem uma frequência característica. Quando o fio é excitado em uma das frequências características a amplitude de oscilação atinge valores relativamente altos (*ressonância*).



2 - A proposta do experimento é estudar a dependência das frequências de ressonância com os diversos parâmetros (eq. 2), fazendo medidas mantendo um parâmetro livre e deixando todos os outros parâmetros fixos, estudando assim a comportamento da frequência de ressonância em função deste parâmetro livre.

$$f = Cn^{\alpha}L^{\beta}T^{\gamma}\mu^{\delta} \quad (2)$$

As salas de aula terão cada montagem com um fio de diâmetro diferente devidamente identificado, variando desde o mais fino (0,20 ou 0,25mm) até o mais grosso (0,8 ou 0,9mm). **Os alunos não devem trocar o fio nem cortá-lo ou dar nó.**

Quando for a hora de estudar a dependência da frequência com o comprimento do fio, a mola que prende o fio ao eixo do alto-falante é suficiente para segurar o fio, desde que o peso que o tensiona não seja exagerado. Portanto **não** dar nó no fio, pois isto inutilizará o mesmo para medidas futuras. **Note que o comprimento L do fio vai do ponto de tangência na polia até o eixo no alto-falante (v. Fig. 2, pg. 119 da Apostila do curso).**

Quando for a hora de estudar a dependência da frequência com a densidade linear do fio, as equipes farão rodízio entre as montagens. **Neste ponto a classe deve estabelecer um único valor de comprimento e todas as montagens colocadas neste comprimento.** Todos os suportes de massa foram ajustados para ter o mesmo valor, escrito em etiqueta colada no suporte. **Os suportes de massa não devem ser desmontados para pesagem.** Cada equipe pode carregar a massa que escolheu como fixa de montagem para montagem e, no final, devolvê-la ao conjunto inicial.

Em cada conjunto de dados, os alunos não devem se esquecer de **anotar os valores dos parâmetros mantidos fixos.**

Para estabelecer a **incerteza em f** , partindo da posição de ressonância do harmônico n que está sendo medido, podemos diminuir f até aquele modo n começar a desaparecer e anotar esta frequência (seja f_-). Depois, pode-se voltar para a ressonância, e começar a aumentar a frequência até aquele modo começar a desaparecer outra vez, anotando esta frequência (seja f_+). Podemos então assumir que, neste intervalo, temos 99% de chance de encontrar a ressonância para aquele modo e, então, $\Delta f = f_+ - f_- = 6\sigma$ e calculamos σ .

Primeira aula:

Frequência versus número do harmônico:

1 – Mantemos fixos T ($m \sim 100g$ para fio de 0,7mm funciona bem; para outros fios tem que testar), L ($\sim 176cm$ funciona bem), μ (cada equipe terá um fio diferente indicado na montagem) e variamos n . Faremos medidas de f para **$n=1$ até $n=8$** .

Determinar a incerteza experimental de f em cada caso. Assim:

$$f_n = K_n n^\alpha$$

2 – Fazer o gráfico de $f_n \times n$ no papel **di-log**, fazer o ajuste de reta e obter os coeficientes angular (α) e linear (K_n) com as respectivas incertezas.

$$\log f_n = \log K_n + \alpha \log n$$

$$y = b + ax$$

Frequência versus tração:

3 – Agora mantemos fixos o modo **$n=2$** , L ($\sim 176cm$ é uma boa pedida) e μ , e variamos a massa. Os alunos devem **varrer um intervalo de massas de pelo menos um fator 5** para que os pontos cubram uma região relativamente ampla no papel di-log que permita diminuir a incerteza no coeficiente angular.

Além disso, é útil usar o papel di-log para **planejar valores de massa que fiquem aproximadamente equidistantes na escala logarítmica. Um total de pelo menos 5 pontos é desejável.** Para o fio de 0,7mm, massas de 100g a 500g dão resultado bom. Já a massa de 50g produziu ponto incompatível com os outros; provavelmente este fio ficou bambo com esta massa.

É importante **não esquecer de somar a massa do suporte de massas.**

Determinar a incerteza experimental de f em cada caso.

A Tensão é dada por:

$$T = mg$$

Como, numa escala logarítmica, uma multiplicação por constante representa apenas uma translação no papel, a qual não altera o valor do coeficiente angular, podemos fazer o gráfico de $f_n \times m$ no papel di-log sem a preocupação de multiplicar por g , fazer o ajuste da reta e obter o *coeficiente angular* γ .

Pedir para os alunos fazerem o **gráfico na aula**, e colocar os **DADOS NA LOUSA**.

Entregar folha de dados com $f_n \times n$ e $f \times m$

Trazer os coeficientes angulares calculados na próxima aula.

Segunda aula:

1 – Iniciaremos a aula discutindo os valores dos coeficientes angulares dos dois gráficos da aula passada. Discutir erros e se necessário refazer as medidas.

Frequência versus comprimento do fio

2 - Novamente fixamos os parâmetros e deixamos livre apenas um: aqui variamos o comprimento. Medidas de f para L (**40 até 176cm**) para $n=2$. **Escolher valores convenientes de L que fiquem equidistantes na escala logarítmica (pelo menos 5 valores diferentes de L).** Então:

$$f_L = K_L L^\beta$$

Novamente faremos o gráfico de $f_L \times L$ no papel di-log. Fazer o ajuste de reta e obter o coeficiente angular (β).

Frequência versus densidade linear do fio

3 – Finalmente, o último parâmetro a variar é a *densidade do fio* (diâmetro do fio). Como cada montagem já tem um fio de diâmetro diferente, deve-se estabelecer um comprimento único na classe e todas as montagens serem ajustadas neste valor. Após, as equipes fazem rodízio pelas montagens. Cada equipe pode carregar junto a massa fixa inicial que escolheu, devolvendo ao final para a montagem original. **Pelo menos 5 valores de diâmetro diferentes**. Caso haja na sala mais de 5 montagens, cada equipe deve escolher forçosamente **o menor diâmetro** (0,2 ou 0,25mm) **e o maior** (0,8 ou 0,9mm), e escolher os valores intermediários de modo a ficarem **uniformemente espaçados** na escala logarítmica.

A proposta é fixar: $n=2$, $L \sim 176\text{cm}$, m (100g dá bons resultados) e variar o fio. Dessa forma:

$$f_d = K_d \mu^\delta$$

Como

$$\mu = \frac{m}{L} = \frac{\rho V}{L} = \frac{\rho \pi \phi^2}{4}$$

$$\therefore f_d = K_d' \phi^{2\delta}$$

Ou seja, como a densidade do fio depende do quadrado do diâmetro do fio, ao invés de fazer o gráfico de f versus μ , podemos opcionalmente fazer o gráfico de f versus D e o coeficiente angular será 2δ (o dobro do expoente da densidade μ).

Tabela de densidades

Os valores de μ e diâmetro D dos fios estão relacionados abaixo:

| D (mm) | μ (mg/m) |
|-----------|-----------------|
| 0,20 | 40,95 |
| 0,25 | 64,10 |
| 0,30 | 88,40 |
| 0,40 | 157,7 |
| 0,45 | 200,3 |
| 0,50 | 250,4 |
| 0,60 | 323,5 |
| 0,70 | 471,3 |
| 0,80 | 596,3 |
| 0,90 | 784,5 |

Determinação da constante C

A constante C é mais facilmente determinada a partir do gráfico f versus n :

$$f = Cn^\alpha L^\beta T^\gamma \mu^\delta$$

$$\log f = \log(CL^\beta T^\gamma \mu^\delta) + \alpha \log n$$

Quando $n=1$, obtemos o **coeficiente linear**, que é igual a $CL^\beta T^\gamma \mu^\delta$. Substituindo os valores usados de L, T e μ e os valores obtidos para as potências, encontramos o valor da constante C.

Entretanto é bom salientar que um pequeno desvio na potência causa um desvio amplificado no valor de C. Um desvio de 5% em δ causa um desvio de 20% em C. A fórmula de propagação de incerteza em C somente pode ser obtida pelas derivadas parciais, e dá um super trambolho que não vamos exigir que o aluno obtenha. Talvez o melhor seja falar para eles usarem nas potências os valores previstos pela teoria.

Lembretes

Colocar na LOUSA os coeficientes angulares e lineares obtidos nesta aula.

LEMBRAR DE PEDIR FOLHA DE DADOS

Estes cálculos de C valem a pena ser feitos se a turma conseguir desenvolver as medidas facilmente e se os gráficos forem feitos e ajustados durante a aula. Caso as turmas tenham muita dificuldade, esta parte do cálculo de C pode ser desconsiderada.

Reforçar que os alunos façam a leitura do item 4.2 do Capítulo IV da apostila, da página 63 a 69: escalas logarítmicas, gráficos monolog e di-log.

Relatório: Lembrem-se que neste experimento 7 o relatório deve ser completo: Resumo do trabalho + Introdução ao assunto + Descrição experimental + Resultados de medições, cálculos e análise de dados + Discussão final e conclusões

Sugestões para usar em aula: Assistir vídeos tais como

<https://www.youtube.com/watch?v=BTCZmOpCxtI> – ondas estacionárias num fio de algodão

<https://www.youtube.com/watch?v=tKxJ6Xxmiwc> – cordas de um violão