

Introdução às Medidas em Física

4300152

4^a Aula

Experiência II

Densidade de Sólidos

Objetivos

Medidas indiretas

Medida da densidade de sólidos

Noções de Estatística

Propagação de Incertezas

Compatibilidade entre medidas

Como avaliar incerteza

Tipos de incerteza

Instrumental

Aquela associada à precisão do instrumento utilizado para realizar a medida direta de uma grandeza

Estatística

Incerteza associada à flutuação no resultado de uma mesma medida

Sistemática

Aquela onde a medida é desviada em uma única direção, tornando os resultados viciados

Incertezas sistemáticas

Aquelas que falseiam a medida

Ex: uma régua onde o primeiro mm está faltando e o experimentador não percebe

Todas as medidas serão 1 mm maiores do que deveriam

Ex: uma balança descalibrada e/ou com o zero deslocado

Esse tipo de incerteza, em geral, só é percebida quando um resultado difere do esperado

Devem ser corrigidas ou refeitas

Incertezas instrumentais

Em geral é a metade da menor divisão

Cuidado com instrumentos que possuem escalas auxiliares tipo nônio (ex:paquímetro)

incerteza é a menor divisão do mesmo

Dificuldade de leitura

Posicionamento objeto/instrumento ou estabilidade de leitura (digital)

incerteza instrumental maior pode ser definida maior do que a precisão do instrumento de medida

Incertezas estatísticas

Flutuação no resultado das medidas

medida = média de todas as medidas efetuadas

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{N}$$

incerteza estatística = desvio padrão da média

$$s = \sqrt{\frac{\sum d_i^2}{N-1}} = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{N-1}} \quad s_m = \frac{s}{\sqrt{N}}$$

Qual é a incerteza de uma medida?

Várias medidas do tamanho de uma mesa com uma régua

$$\sigma_{L_{instr}} = 0,5 \text{ mm}$$

$$\sigma_{L_{final}} = \sqrt{\sigma_{L_{instr}}^2 + \sigma_{L_{estat}}^2}$$

Caso um tipo de incerteza seja dominante, pode-se desprezar a outra.

Período do pêndulo medido com o relógio de pulso Incerteza instrumental > estatística

Período do pêndulo medido com cronômetro de 0,01s Incerteza estatística > instrumental

Medida da Densidade de Sólidos

Objetivo

Identificar os diferentes tipos de plásticos que compõem um conjunto de objetos

Identificação

Comparação das medidas (+incertezas) com valores tabelados de diferentes tipos de plásticos

Densidade (materiais sólidos homogêneos)

$$d = m/V$$

Necessário medir a massa e o volume do objeto

Cálculo da densidade

A densidade é dada por:

$$d = m / V$$

onde, o volume V é:

$$V = p \cdot \left(\frac{D}{2} \right)^2 \cdot h$$

e m , h e D são, respectivamente, a massa, a altura e o diâmetro do cilindro.

Propagação de incerteza

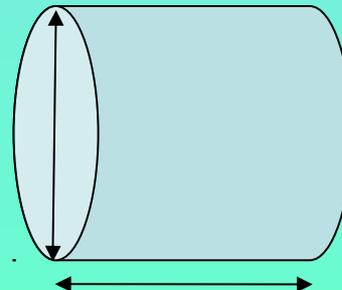
E se uma grandeza depende de outras duas medidas, como por exemplo, na medida do volume de um cilindro? O que fazer?

O volume de um cilindro é dado por:

$$V = \pi (D/2)^2 h$$

onde, D é o diâmetro do cilindro e h a sua altura.

$D \pm \Delta D$



$h \pm \Delta h$

Propagação de Incertezas

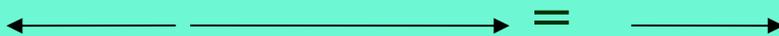
Consideremos um resultado de medida que corresponde à soma de 2 parcelas:

$$r = m_1 + m_2, \text{ onde } m_1 \text{ tem incerteza } s_1 \text{ e } m_2 \text{ } s_2$$

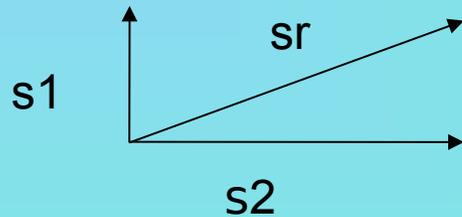
Qual seria a incerteza em r ? Se formos pessimistas, diríamos que as duas incertezas são de mesmo sinal e a incerteza em r seria a soma:



Para um otimista, os erros seriam de sinais opostos e se cancelariam parcialmente:



A Teoria de Erros não é nem otimista nem pessimista!



$$s_r = \sqrt{(s_1)^2 + (s_2)^2}$$

Propagação de incertezas

Soma: (a, b e n const.) $R = ax + by^n$

$$s_R = \sqrt{a^2 \cdot (s_a)^2 + b^2 \cdot (n \cdot y^{n-1} s_b)^2}$$

Produto: $R = a \cdot x \cdot y^n$

$$s_R/R = \sqrt{(s_x/x)^2 + (n \cdot s_y/y)^2}$$

Ver: Conceitos Básicos da Teoria de Erros - edisciplinas

Quadro 2.1. RESUMO

$w = w(x, y, \dots)$
$w = x \pm y$ soma e subtração
$w = axy$ multiplicação
$w = a(y/x)$ divisão
$w = x^m$ potência simples
$w = ax$ multiplicação por constante
$w = ax + b$
$w = ax^p y^q$
$w = a \text{ sen}(bx)$ função qualquer aplicar a definição

Cálculo da incerteza da densidade

Analogamente ao cálculo da incerteza do volume

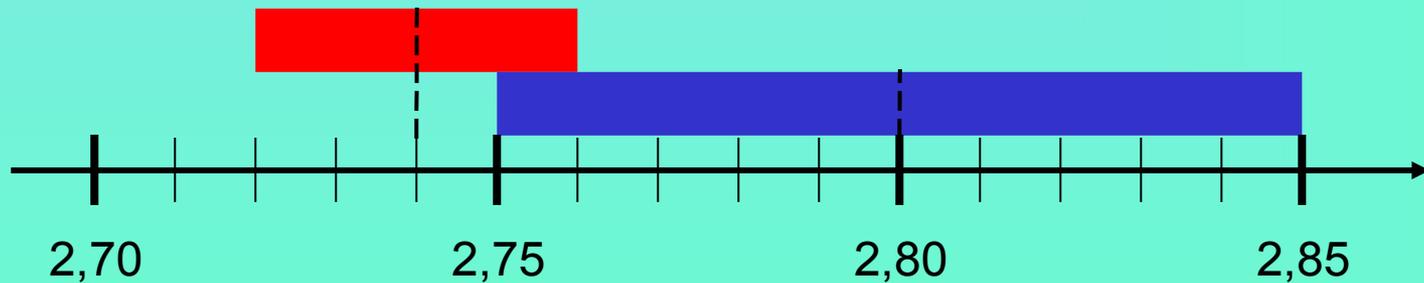
$$\frac{S_d}{d} = \sqrt{\left(\frac{S_m}{m}\right)^2 + \left(\frac{S_V}{V}\right)^2}$$

Como comparar os resultados de duas medidas?

É preciso se levar em consideração sempre a incerteza de medida.

Como devemos considerar a incerteza, nos perguntamos se as medidas são compatíveis ao invés de “iguais”;

Por exemplo, $2,74 \pm 0,02$ mm é compatível com $2,80 \pm 0,05$ mm ?



Compatibilidade

Incerteza = Intervalo confiança

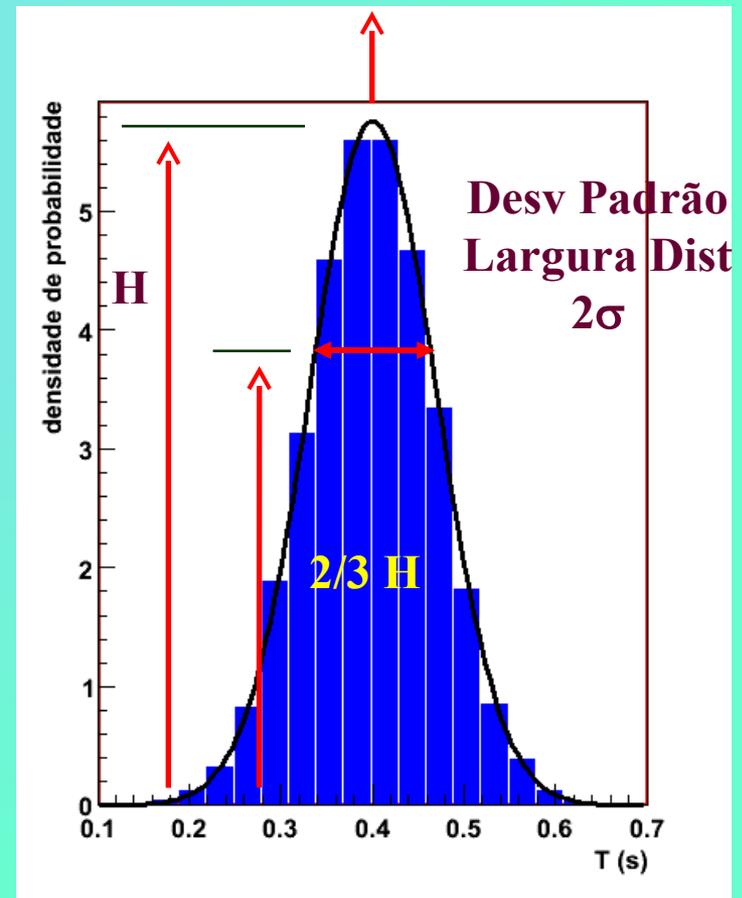
Paralelo com distribuição estatística

$$[M - \sigma; M + \sigma] = 68\%$$

$$[M - 2\sigma; M + 2\sigma] = 95\%$$

$$[M - 3\sigma; M + 3\sigma] = 99,9\%$$

Média
Valor + provável



Critério para compatibilidade

Superposição em 1σ = compatíveis

Superposição em 2σ ou 3σ

Compatíveis com menor probabilidade

Teste Z indica essa probabilidade

Comparação entre $(a \pm \sigma_a)$ e $(b \pm \sigma_b)$

$$Z = \frac{|a - b|}{\sqrt{\sigma_a^2 + \sigma_b^2}}$$

$0 < Z \leq 1$, compatíveis ao nível de 1σ

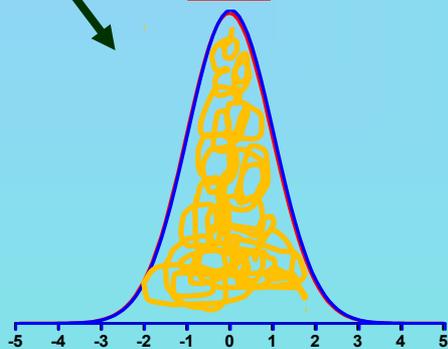
$1 < Z \leq 2$, compatíveis ao nível de 2σ

$2 < Z \leq 3$, compatíveis ao nível de 3σ

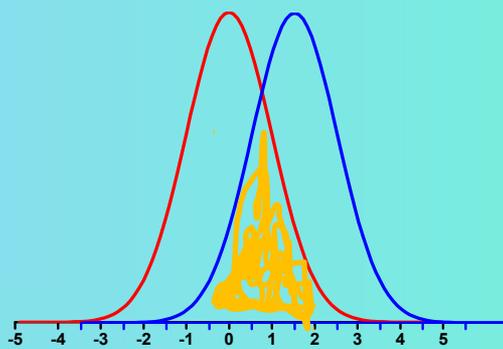
$Z > 3$, discrepantes

Compatibilidade

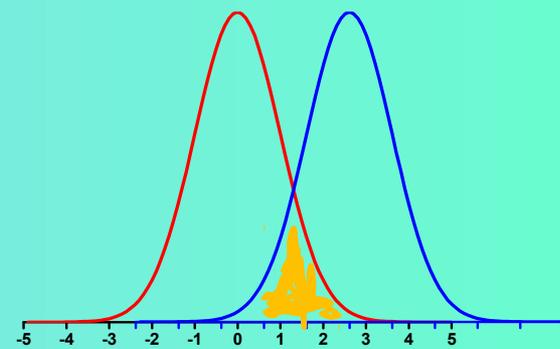
$a = b$



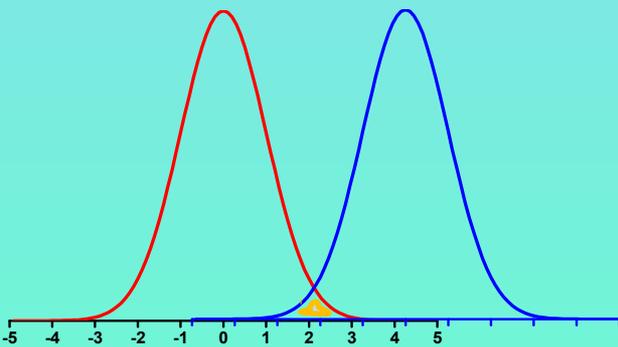
$Z = 0$



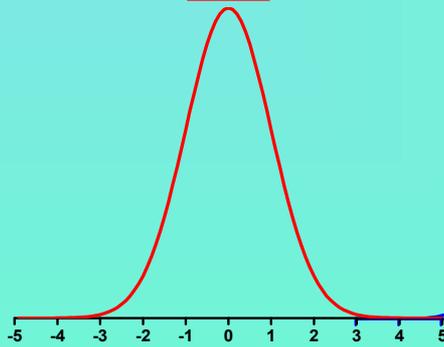
$Z = 1$



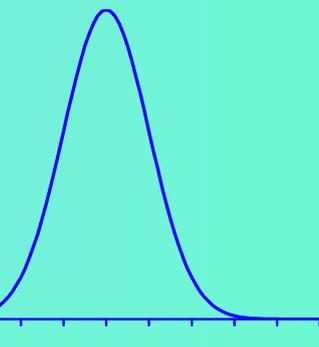
$Z = 2$



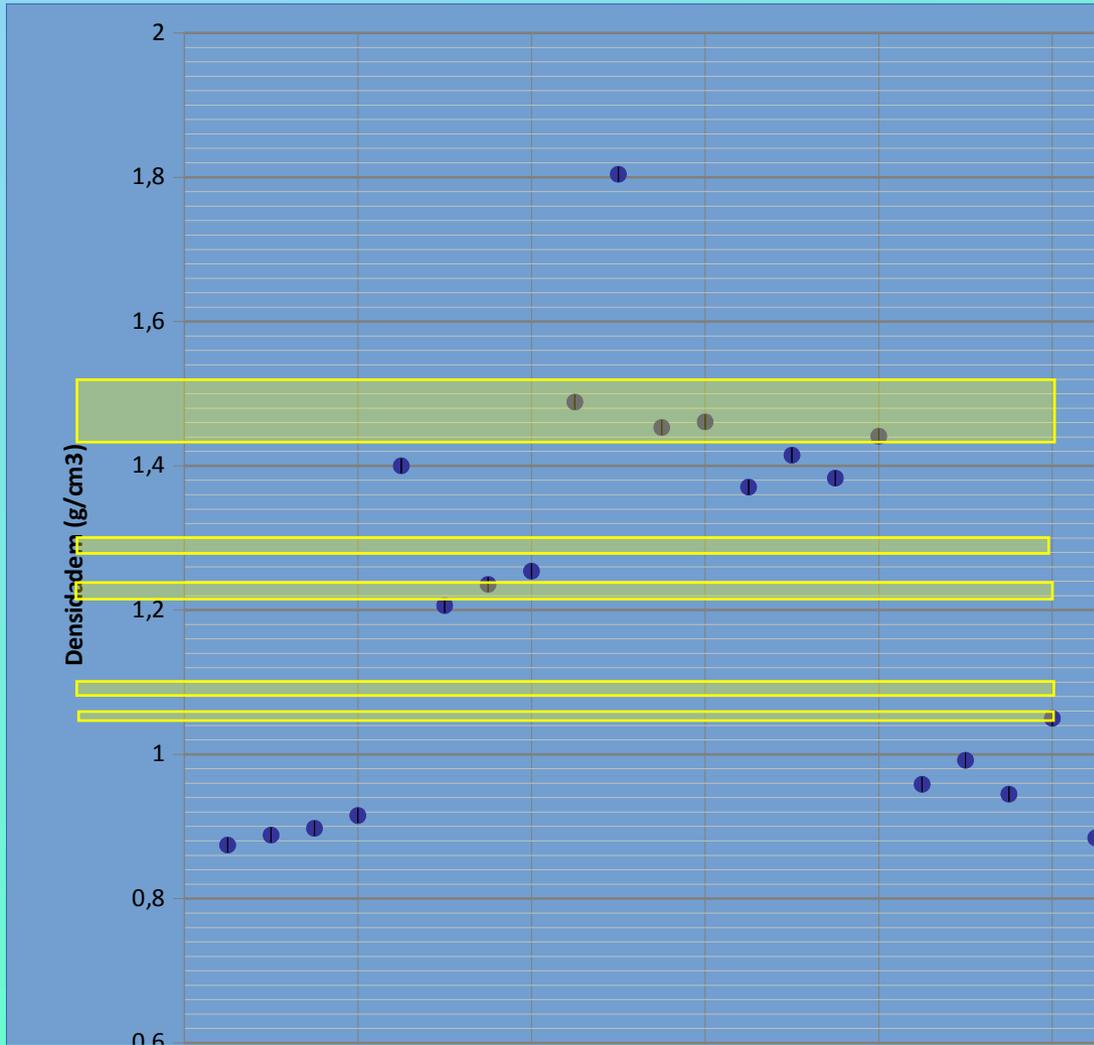
$Z = 3$



$Z > 3$



Dados primeira aula



material	d(g/cm³)
PVC	1,35 a 1,45
Acrílico	1,17 a 1,20
Nylon	1,09 a 1,14
Polietileno	0,941 a 0,965
Polipropilen	0,900 a 0,915

Conclusões Parciais

Será que é possível que exista mais tipos de plástico do que aqueles identificados até o momento?

Como seria possível saber isso?

Melhorando a precisão do experimento, ou seja, diminuindo as incertezas nas densidades

Procedimento Experimental:

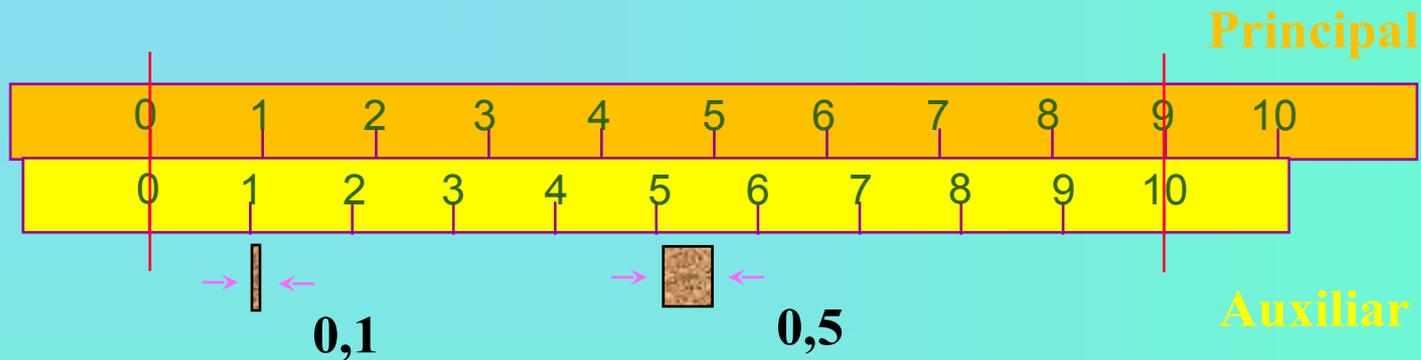
Melhorar a medida do volume dos cilindros

Cada aluno fará novamente as medidas para cálculo do volume, porém usando um paquímetro e micrometro

Paquímetro

Nônio ou Vernier

Escala auxiliar para aumentar a precisão da medida



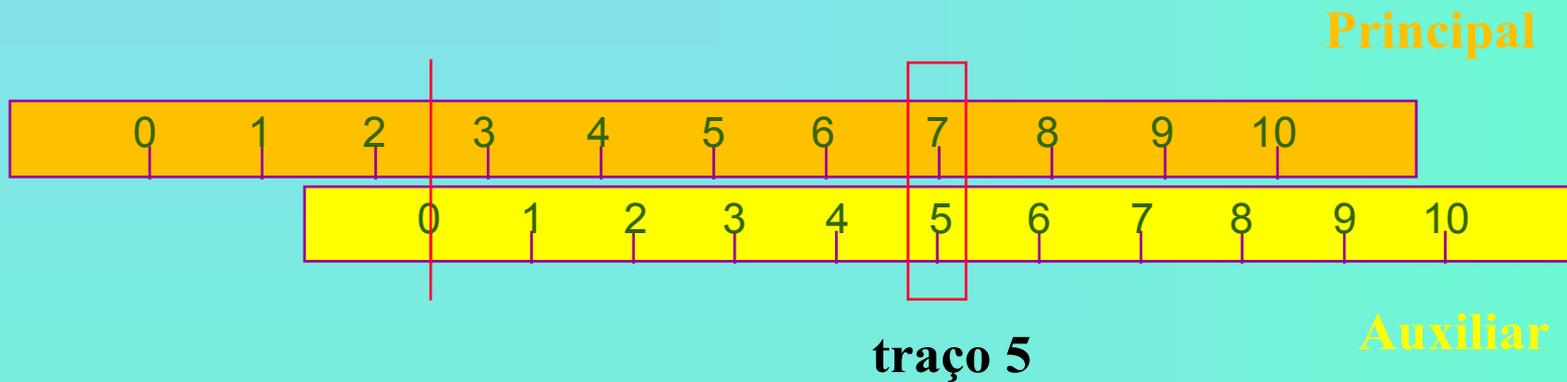
10 div escala auxiliar = 9 div escala principal

Precisão (nônio) = valor da menor divisão do nônio

$$\frac{\text{Valor da menor divisão Principal}}{\text{Número de divisões auxiliar}} = \frac{1 \text{ div}}{10} = 0,1 \text{ div}$$

Leitura com nônio

- 1) Posição zero do nônio
- 2) Número do traço da escala auxiliar que melhor coincidir com traço da escala principal



$$5 \times \text{precisão do nônio} = 5 \times 0,1 = 0,5$$

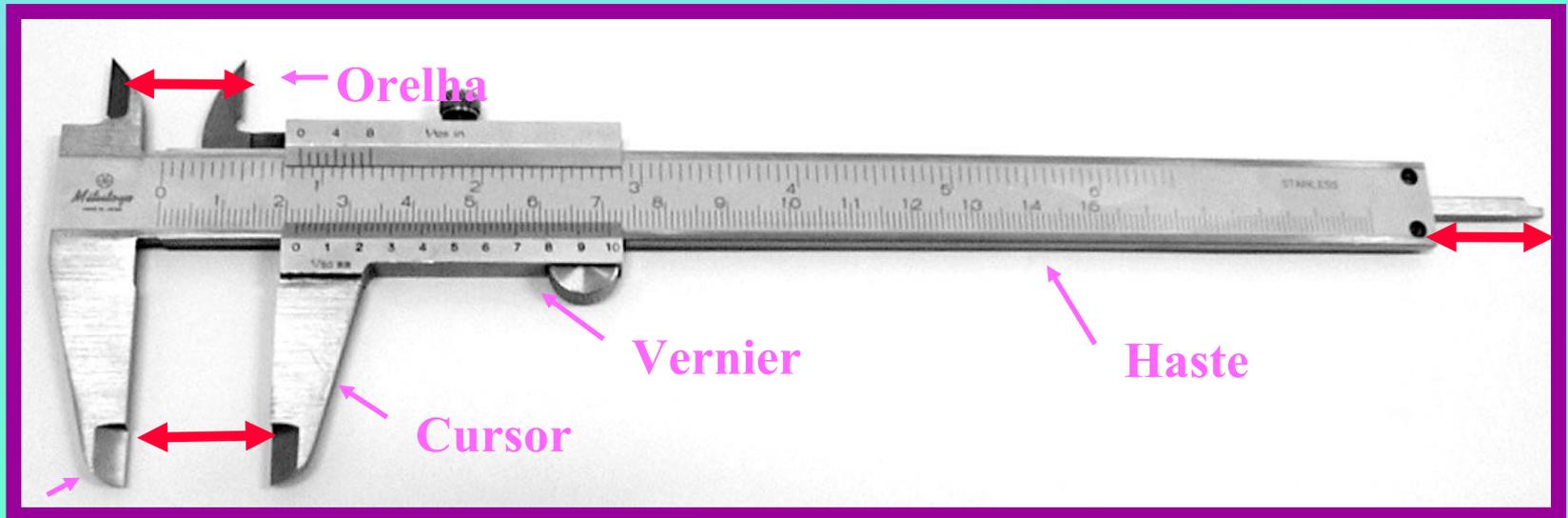
$$\text{Medida} = (2,5 \pm 0,1) \text{ div}$$

Paquímetro

Instrumento para medir comprimento

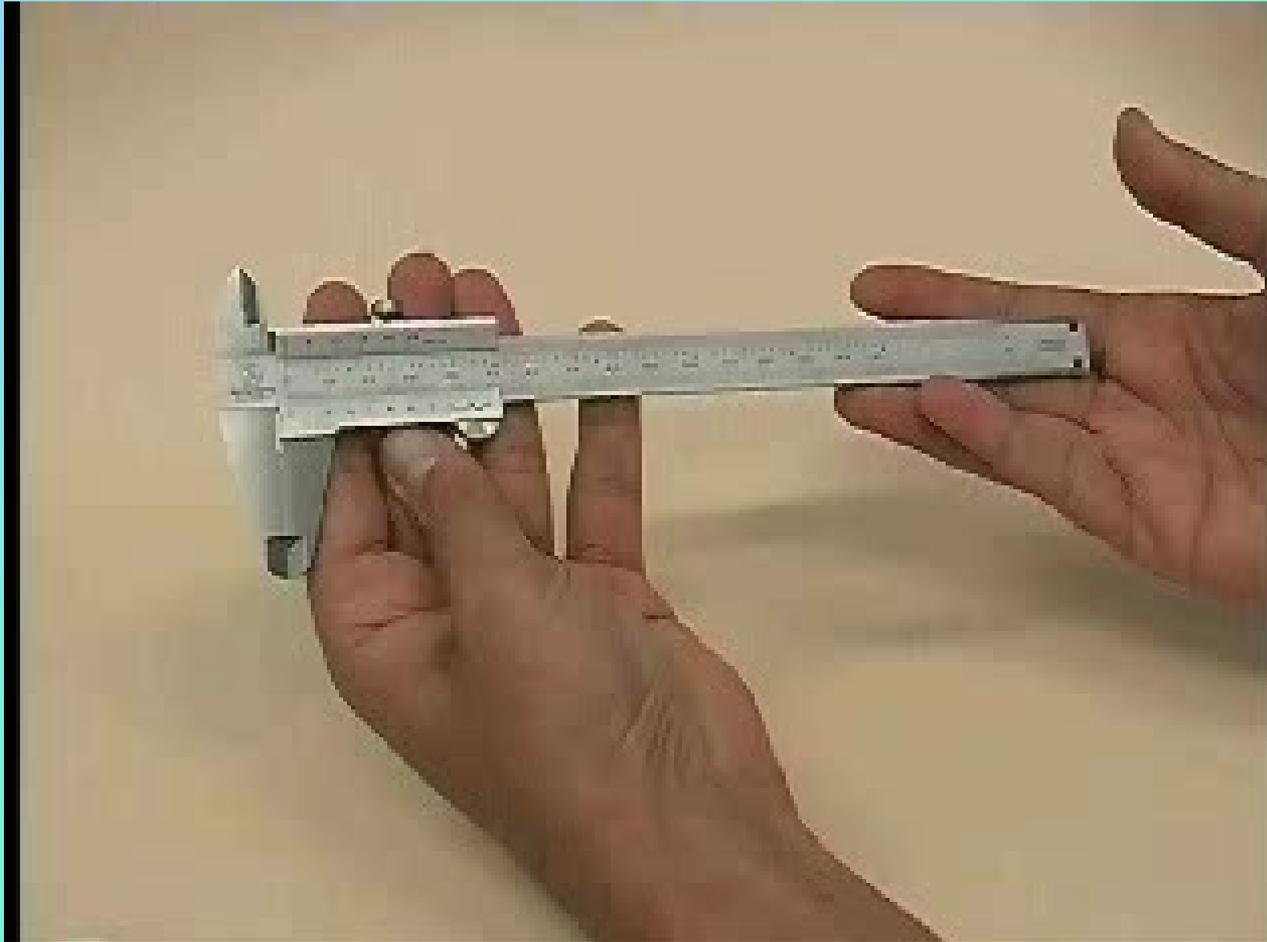
Escala auxiliar (nônio ou vernier)

Precisão de centésimos de mm

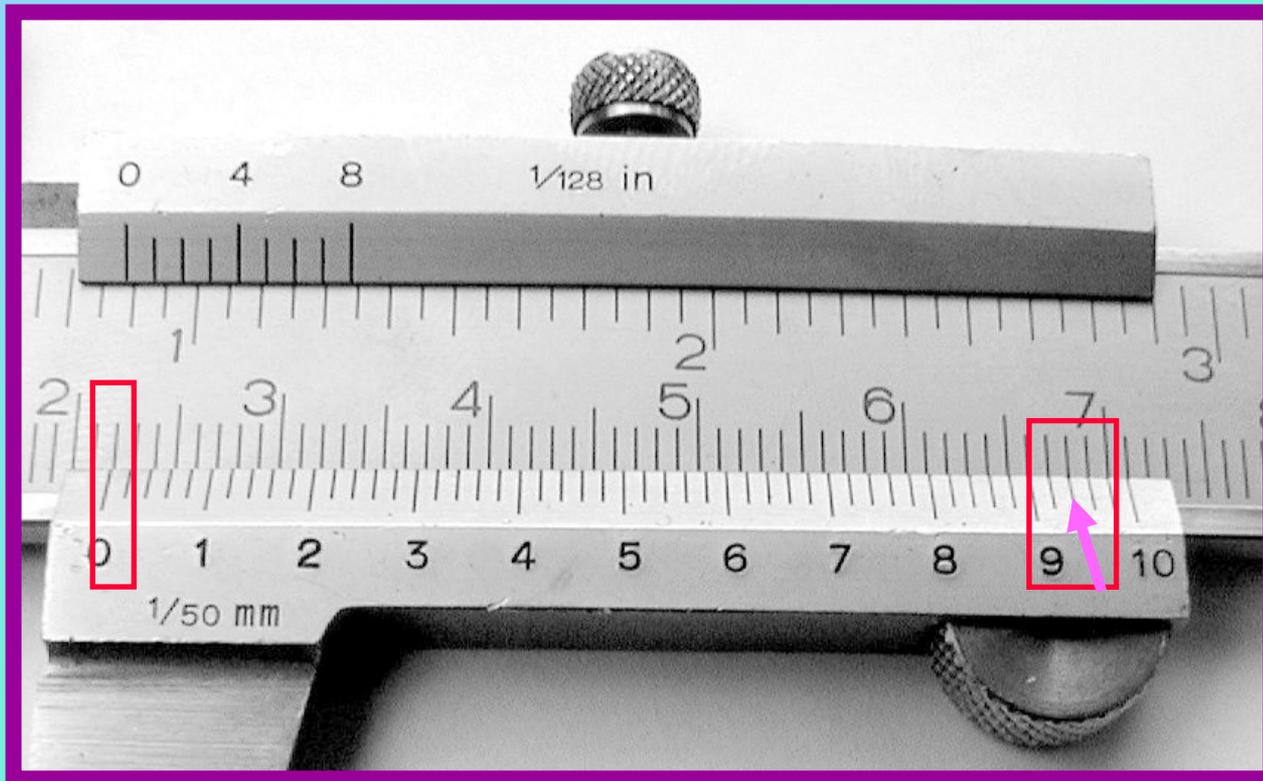


Encosto
fixo

Usando o paquímetro



Leitura com paquímetro



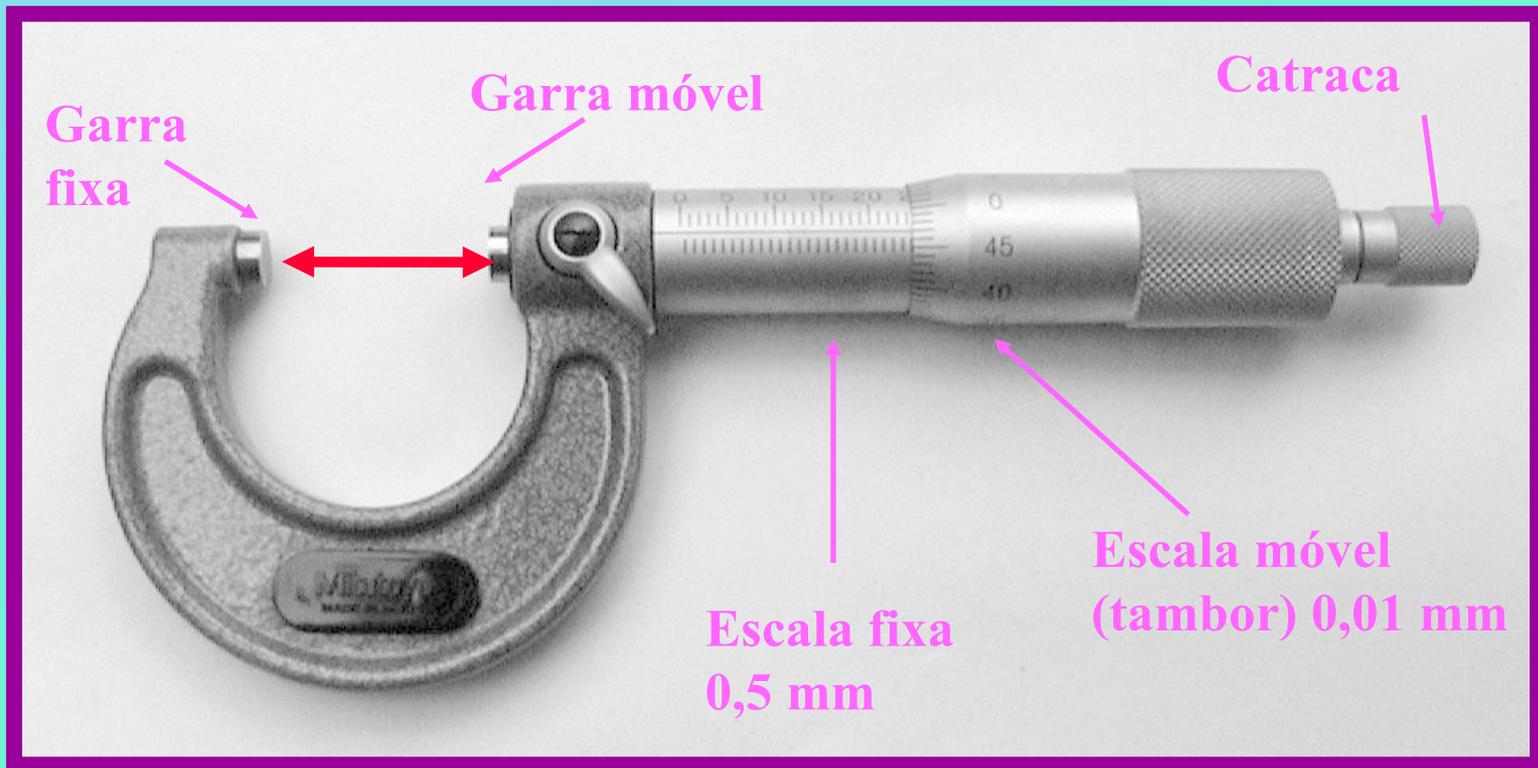
Traço 47 x Precisão 0,02 mm = 0,94 mm

Leitura = (21,94 +/- 0,02) mm

Micrômetro

Instrumento para medir comprimento

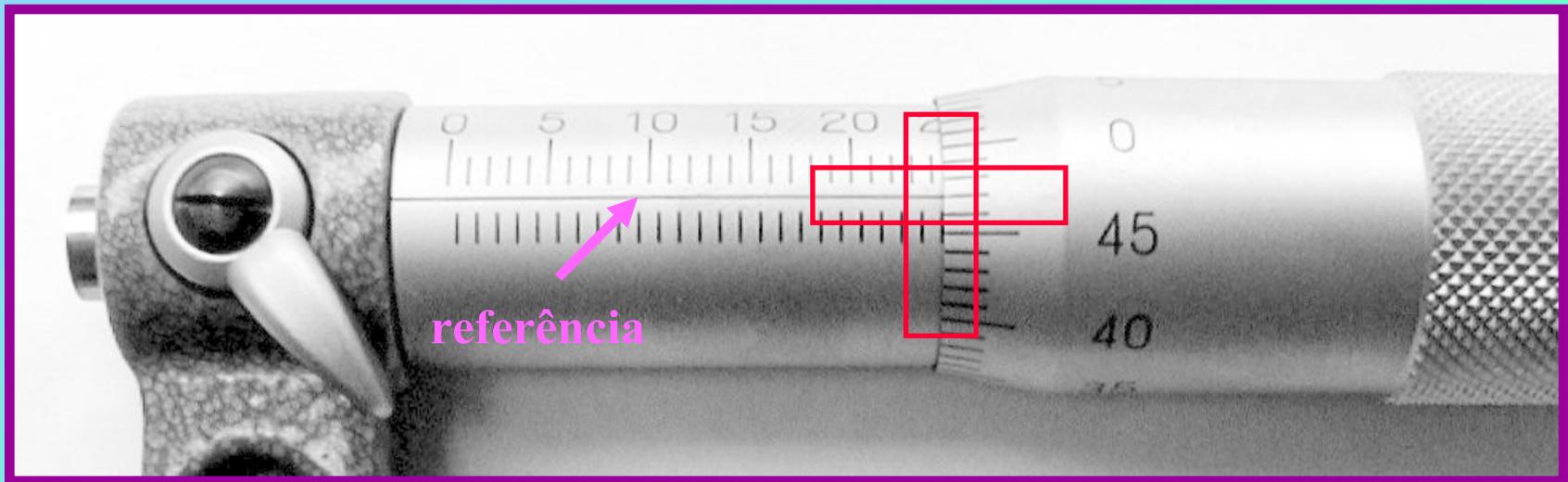
Precisão de microns



Usando o micrometro



Leitura com micrometro



1) Posição da escala móvel (passos de 0,5 mm)

24,0 mm

2) Posição da escala fixa (referência)

47 traços x (0,5 mm / 50 traços)

= 0,47 mm

0,01

Leitura = (24,470 +/- 0,005) mm

Análise dos dados

Calcular novamente a densidade do objeto estudado e sua incerteza com as novas medidas

Comparar as medidas de toda classe novamente. Quantos tipos de plástico podem ser identificados desta vez? Que medida permitiu se obter esse resultado?