Aula 3

quinta-feira, 26 de março de 2020 10:07

Aula 3 @ 26/3

- Breve Resumo da última Semana

1) ↳ Experimentos NÃO podiam ser explicados p/ física clássica
↳ partícula-onda

2) ↳ Formulação "moderna" da Mec. clássica (analítica)
↳ Lagrange, Hamilton, Hamilton-Jacobi ⇒ todos equivalentes (Newton)

3) ↳ Analogia { óptica ondulatória x óptica geométria

4) ↳ Eq. Hamilton + Parênteses de Poisson
↳ comutadores de Heisenberg

5) ↳ Eq. Hamilton-Jacobi → Eq. Schrödinger

- Formulação Física do Problema

↳ Pergunta:
" Qual Eq. de onda levaria à eq. HJ no limite $\lambda \to 0$?? "

Mec. clássica

Partículas

- Resoluções eq. diferenciais p/ partículas (1 ou mais) sob influência de forças (potenciais) $v = \frac{dr}{dt}$
- soluções descrevem trajetórias: $r(t), p(t) \ldots$, E
- Normalmente questões de quantização ou restrições de energia & momento não são importantes normalmente

ondas

- Eq. de Ondas
- características ondulatórias
- situações com restrições nos valores de p e E

Ex. Apenas certos modos permitidos p/ ondas E&M numa cavidade

?

conexão

⇒ objetivo

Descrever definições formais (matemáticas) necessárias p/ Resolver problemas da MQ
↳ partículas-ondas

Resolver problemas da MQ
↳ partículas-ondas

- Formulação Matemática do problema

↳ Eq. de onda p/ partícula-onda (ondas de de Broglie "ondas de matéria")

↳ Eq. de Schroedinger

função de onda partículas-ondas

$$\boxed{-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + V\psi = i\hbar\frac{\partial \psi}{\partial t}} \quad (1D)$$

energia Potencia

$$(3D) \Rightarrow \left[\underbrace{-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi}_{\text{Energia cinética}} + V\psi = i\hbar\frac{\partial \psi}{\partial t}\right] = E\psi \Rightarrow H\psi = E\psi$$

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1{,}0545 \times 10^{-34}\ J.s$$

Soma da Energia total $\Rightarrow$ $\boxed{H = T + V = E}$

Ψ representa a função de onda (solução da eq. de onda) que traz toda informação física do sistema (partícula).

geralmente função complexa

$\Rightarrow$ Estudaremos as características e o significado físico de Ψ.

- Amplitude, fase, frequência e comprimento de onda (λ)
- Interpretação probabilística da função de onda
  ↳ - Normalização
    - conservação da probabilidade (no tempo)
- Densidade de corrente de probabilidade (J)
- Valores esperados de grandezas físicas (observáveis)
- Ondas localizadas (pacotes de ondas) & incertezas

Como se chegou à eq. de onda das partículas-ondas?

⇒ Motivação de Schrödinger

Mecânica clássica $\xleftrightarrow{\text{(PARTÍCULAS)}}$ Óptica geométrica

$\uparrow (\lambda \to 0)$ — Aprox. $\lambda \to 0$

Mecânica Quântica (ondulatória) — partículas-ondas $\xleftrightarrow{\text{(ONDAS)}}$ óptica ondulatória

$$\Rightarrow \Psi = e^{-\frac{i}{\hbar}(Et + W(x,y,z))}$$

S

$$\rightsquigarrow \nabla^2\psi - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} = 0$$

Se "Assumir" ⇒ $v = \dfrac{E}{\sqrt{2m(E-V)}}$ ← Energia total. Porque??

$$\Rightarrow \left(\nabla^2\psi - \frac{2m(E-V)}{E^2}\cdot\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}\right)$$

$\vdots$

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi + V\psi = i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t}$$

$\lambda = \dfrac{h}{p}$; $E = h\nu$

$p = \dfrac{h}{\lambda} \Rightarrow E = \dfrac{p^2}{2m} + V$

$p^2 = \dfrac{h^2}{\lambda^2}$; $\lambda \cdot \nu = v$

Exemplo: Carcular o λ associado

(a) fóton
(b) elétron
(c) neutron

com energia $E = 1\ eV \cong 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ J$

$$\Rightarrow (a)\quad \lambda_f = \frac{hc}{E} \cong \frac{6{,}6\times10^{-34}\cdot 3\times10^{8}}{1{,}6\times10^{-19}} = 1{,}24\cdot10^{-6}\ m = 1{,}24\ \mu m$$

$$(b)\quad \lambda_e = \frac{h}{\sqrt{2m_eE}} = \frac{6{,}6\cdot10^{-34}}{[2\cdot(0{,}9\cdot10^{-30})\cdot1{,}6\cdot10^{-19}]^{1/2}} = 12{,}3\ \text{Å} \approx 12\ \text{Å}$$

$$(c)\quad \lambda_n = \lambda_e\left(\frac{m_e}{m_n}\right)^{1/2} = \lambda_e\cdot\left(\frac{1}{1824}\right)^{1/2} = 0{,}28\ \text{Å}$$