PEF EPUSP – PEF 5710 – Otimização Estrutural – 1ª Prova – 29/04/2021

GABARITO

Questão 3: Condições KKT.

Considere um tripé de alumínio de altura *H* para suportar uma carga vertical, de cima para baixo, *P* = 60 KN. A base do tripé é um triângulo equilátero com lados *B* = 1200 mm. As barras tem seção circular maciça de diâmetro *D*. As barras não devem ultrapassa a tensão admissível à compressão e a força axial nelas está limitada à carga crítica de flambagem de Euler com coeficiente de segurança 2. Faixas de valores: $0,5 m\leq H\leq 5 m$ e $0,5 cm\leq D\leq 50 cm$.

Dados do alumínio: tensão admissível$\overbar{ σ}=$ 150 MPa, módulo de elasticidade $E=$75 GPa, densidade $ρ=$2800 kg/m³.

**Pede-se:**

1. formular o problema de minimização da massa do tripé, desprezando o peso próprio;
2. escrever o Lagrangiano do problema;
3. formular as condições KKT de mínimo.

1. Variáveis de projeto

$x\_{1}=H$, a altura do tripé

$x\_{2}=D$, o diâmetro da seção das barras

2. Cálculos adicionais

$d=\frac{B\sqrt{3}}{2}$ :distância do pé de cada barra ao CG do triângulo equilátero da base

$L=\sqrt{d^{2}+H^{2}}=\sqrt{B^{2}/3+H^{2}}$ :comprimento de cada barra

$\cos(α={H}/{L})$ :cosseno do ângulo de inclinação das barras com relação à vertical

$A=\frac{πD^{2}}{4}$ :área da seção das barras

$A=\frac{πD^{4}}{64}$ :momento de inércia da seção das barras

3. Função objetivo, a massa total da estrutura

$$f=3ρAL$$

4. Restrições

4.1 Equilíbrio do nó superior do tripé onde a carga é aplicada

$$3N\cos(α=P)$$

$$N=\frac{PL}{3H}$$

4.2 Tensão admissível

$$\frac{N}{A}\leq \overbar{σ}$$

4.3 Flambagem

$$2N\leq F\_{E}$$

onde

$$F\_{E}=\frac{π^{2}EI}{L^{2}}$$

4.4 Equações de restrição, incluindo variáveis de folga

$$g\_{1}=\frac{N}{A}-\overbar{σ}+s\_{1}^{2}=0$$

$$g\_{2}=2N-F\_{E}+s\_{2}^{2}$$

$$g\_{3}=x\_{1}-5+s\_{3}^{2}$$

$$g\_{4}=-x\_{1}-0,5+s\_{4}^{2}$$

$$g\_{5}=x\_{2}-0,5+s\_{5}^{2}$$

$$g\_{6}=-x\_{2}-0,005+s\_{6}^{2}$$

5. Condições KKT

5.1. Lagrangiano

$$L=f+\sum\_{i=1}^{6}u\_{i}g\_{i}$$

5.2. Condições Gradientes

$$\frac{∂L}{∂x\_{k}}= \frac{∂f}{∂x\_{k}}+\sum\_{j=1}^{6}u\_{j}^{\*}\frac{∂g\_{j}}{∂x\_{k}}=0 ; k=1, 2 $$

$$\frac{∂L}{∂u\_{j}}= 0\rightarrow \left(g\_{j}\left(x^{\*}\right)+s\_{j}^{2}\right)=0; j=1 a 6 $$

5.3. Condições de chaveamento

$$\frac{∂L}{∂s\_{j}}= 0\rightarrow 2u\_{j}^{\*}s\_{j} ; j=1 a 6 $$