III. A Primeira Lei de Newton

1. Introdução

Talvez devêssemos começar a estudar a mecânica pelo movimento de um objeto isolado, ou seja, o movimento de um corpo sobre o qual não agem forças. Seria, entretanto, muito difícil verificar a capacidade de previsão da teoria desenvolvida, porque é impossível isolar um corpo da força da gravidade em um laboratório terrestre. Por isso, começamos nosso estudo pelo *movimento de um objeto sobre o qual a força resultante do conjunto de interações sobre ele seja nula, situação em que a velocidade desse objeto permanece constante,* o que significa também que ele permanecerá parado se estiver inicialmente parado; o texto em itálico corresponde à **1ª Lei de Newton**, que é chamada também a **lei da inércia**, já enunciada por Galileu.

Essa lei permite **prever** o que acontece em certas situações práticas. A mais simples corresponde à dos objetos que estão parados à nossa volta: se eles estão parados e queremos que permaneçam parados, devemos garantir que a força resultante sobre eles seja nula: o livro não cairá da carteira se não interagirmos com ele; o teto da sala permanecerá onde está enquanto as vigas que o sustentam forem capazes de equilibrar seu peso. Os corpos deslocando-se sobre o solo, por exemplo, não poderão manter sua velocidade constante, porque a interação com o ar alterará a velocidade do objeto, mesmo que o objeto esteja sobre rodas dotadas de rodízios "perfeitos", cujo atrito possa ser ignorado. Também o foguete continuará movendo-se após acabar o combustível, embora provavelmente sua velocidade não permanecerá constante, devido às forças de gravitação dos corpos celestes vizinhos.

A teoria expressa pela 1ª Lei de Newton também define qual é a grandeza que permanece constante quando não há interação, que é a ***velocidade*** e não a posição. Para podermos compreender e aplicar a 1ª Lei de Newton corretamente, portanto, precisamos compreender a grandeza cinemática denominada ***velocidade***, que é definida como a ***derivada*** da posição em função do tempo. Assim, o resto deste capítulo discute o significado da ***derivada*** de uma função.

Voltaremos adiante, nesta mesma disciplina e muitas vezes no Curso, sobre este assunto da inércia e a cada vez veremos que as consequências desta lei são, na realidade, muito amplas. Em particular, veremos que se ela vale em um sistema de referência, então será válida em todos os demais sistemas que se movem a velocidade constante em relação a ele. Para que isso aconteça, as leis da Física precisarão ter exatamente a mesma forma em todos os referenciais em que vale a 1ª Lei de Newton. Essa é a raiz não só da 2ª lei de Newton, mas também da teoria da relatividade, ou seja, a ampliação da Mecânica para altas velocidades modifica a 2ª Lei de Newton, mas mantém a 1ª Lei. Desse modo, pode-se pensar que o conteúdo mais fundamental da Lei da Inércia é a garantia da existência de referenciais inerciais, algo impossível de provar e, por isso, é expresso por uma lei física.

2. Derivadas

Este assunto será estudado no curso de Cálculo, de maneira que aqui o discutiremos apenas no sentido que interessa ao estudo da Mecânica nesta etapa inicial, sem nenhuma intenção de generalidade nem rigor.

Conforme apresentado no livro do Resnick-Halliday-Krane, a derivada de uma função é o valor para o qual tende a razão entre a variação da função e a variação da variável independente. Sendo x a variável independente e $f(x)$ a função, a derivada é

$$\frac{df}{dx} = \lim_{x' \to x} \frac{f(x') - f(x)}{x' - x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f}{\Delta x}$$

em que a última forma de escrever enfatiza que a derivada corresponde à proporção de variação de f com a variação de x.

A derivada de uma função é uma grandeza DIMENSIONAL, de maneira que NÃO pode ser confundida com a tangente do ângulo de inclinação da reta tangente ao gráfico (que é SEMPRE adimensional). A derivada deve, sim, ser interpretada como a inclinação da reta tangente ao gráfico, conforme a seção 2.4 do livro texto. A interpretação da derivada como inclinação está ilustrada qualitativamente pelas figuras 9 a 14 e quantitativamente pela figura 17 desse livro.

Questão 1. Procedendo como na tabela 2.1 da página 27 do livro texto, determine a velocidade em t = 2,0 s de um objeto que se move de acordo com a equação horária $f(t) = 3 \cdot t^3$.

3. Determinação algébrica da derivada

O processo de limite não precisa ser efetuado numericamente todas as vezes. Vamos aqui dar o exemplo da derivada de uma potência, pela importância do resultado. Você não precisa se preocupar em entendê-la completamente; por enquanto, necessitamos apenas saber que é possível determinar as fórmulas das derivadas de muitas funções e lembrar desse resultado, que é mais simples que o cálculo que faremos.

Seja $f(x) = x^n$. Então

$$\frac{df}{dx} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{(x + \Delta x)^n - x^n}{\Delta x}$$
$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{x^n + n x^{n-1} \Delta x + \frac{n(n-1)}{2} x^{n-2} \Delta x^2 + \cdots + \Delta x^n - x^n}{\Delta x}$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{nx^{n-1}\Delta x + \frac{n(n-1)}{2} x^{n-2}\Delta x^2 + \cdots + \Delta x^n}{\Delta x} =$$
$$= \lim_{\Delta x \to 0} \left(nx^{n-1} + \frac{n(n-1)}{2} x^{n-2}\Delta x + \cdots + \Delta x^{n-1} \right) = nx^{n-1}$$

Na passagem da primeira para a segunda linha, expandimos a potência pelo binômio de Newton[1]. As passagens seguintes são algébricas, exceto a última, quando usamos que $\lim_{\Delta x \to 0} \Delta x = 0$.

Assim, lembre:

a derivada de x^n é $n\, x^{n-1}$,

e um pouco mais adiante aprenderemos outras regras como essa, em particular das funções trigonométricas. A tabela abaixo mostra essa e outras regras que podem ser deduzidas de maneira análoga.

Tabela. A 2ª coluna dá a derivada da função de x apresentada na 1ª, desde que a condição descrita na última coluna seja satisfeita.

função	derivada	condição
$f(x) = C$	$\frac{df}{dx} = 0$	C é independente de x
$f(x) = x^n$	$\frac{df}{dx} = nx^{n-1}$	qualquer n para $x > 0$ somente n inteiro para $x < 0$
$f(x) = g(x) + h(x)$	$\frac{df}{dx} = \frac{dg}{dx} + \frac{dh}{dx}$	
$f(x) = Cg(x)$	$\frac{df}{dx} = C\frac{dg}{dx}$	C é independente de x

[1] O binômio de Newton é a fórmula da potência da soma de dois termos, $p+q$, e pode ser deduzida a partir de análise combinatória. Escreve-se assim: $(p+q)^n = \sum_{n=0}^{N} \binom{N}{n} p^n q^{N-n}$, onde $\binom{N}{n} = \frac{N!}{n!(N-n)!}$.