II. A arbitrariedade da escolha de referencial.

A origem e orientação do sistema de referência escolhido para analisar um movimento não pode influir no resultado final de nenhum problema, uma vez que a *forma* de descrever o movimento não pode interferir nos *eventos* do sistema físico [1]. Por exemplo, numa maratona, todos os torcedores, independentemente do lugar na rua e da escolha do instante que serve de origem do tempo, concordam sobre qual é o corredor que atravessa primeiro a linha de chegada. Este texto ilustra essa questão, desenvolvendo várias equações da posição vs. tempo para um mesmo corredor na reta de chegada.

1. O final da corrida e os observadores

A corredora entra no trecho final, que é retilíneo, às 11:05:34 e sai dele às 11:05:50, percorrendo os 80 m até as observadoras F e G à velocidade constante de 5 m/s, cruzando a linha de chegada às 11:05:46. A figura abaixo representa a pista e as posições de algumas observadoras. Nas demais seções, mostraremos os *diferentes* gráficos obtidos, apesar de cada uma, aparentemente, ter tomado a mesma decisão: cada observadora escolheu sua posição como origem do sistema de referência e orientou o eixo da *sua* esquerda para a sua direita. Assim, em relação à figura, as observadoras A, B, D e F apontam para a direita do papel e as demais, para a esquerda. Por isso, A, B, D e F usam a velocidade v = 5 m/s em suas equações horárias e C, E e G adotam v = −5 m/s, uma diferença de sinal muito importante.

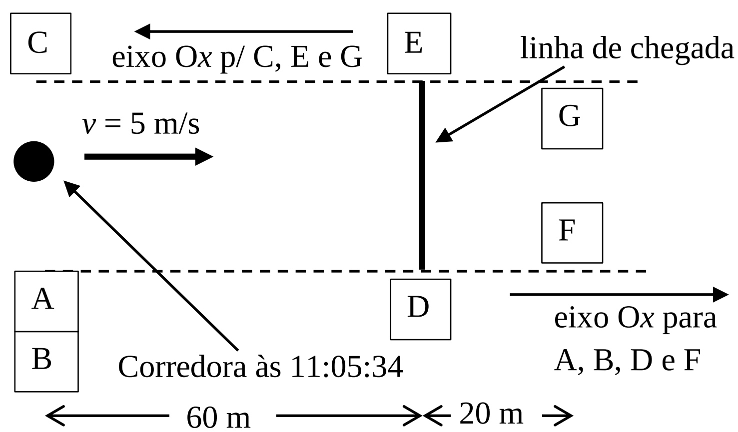


Figura 1. Esboço da pista de corrida com as posições das observadoras e da linha de chegada. Os eixos escolhidos estão orientados assim: as observadoras que estão na lateral de baixo da pista orientam seu eixo para a direita desta figura; e as que estão na lateral superior, para a esquerda.

2. Equações horárias do observador A e da observadora B

A origem do sistema de referência escolhido por esses observadores está localizada no ponto em que estão, portanto, na entrada da reta final, 60 m à esquerda da linha de chegada. O observador A

[1] Veremos adiante que as leis físicas que devem ser aplicadas aos movimentos dos sistemas descritos em referenciais onde a 1ª Lei de Newton é válida são diferentes das leis a serem aplicadas onde a 1ª Lei não vale, de maneira que certas características do referencial escolhido ajudam ou dificultam a *descrição* da evolução do sistema, mas não a modificam.

escolhe $t = 0$ s como o instante em que a corredora entra na reta final e obtém o gráfico da fig. 2a e a equação horária $x = 5\,t$, em m para t em s. O gráfico obtido é muito simples, mas de forma alguma o único. A observadora B está junto com A, mas faz escolhas muito distintas, em duas tentativas.

Primeiro, B começa escolhendo como $t = 0$ s o instante 11:05:00 e obtém o gráfico da fig. 2b, correspondendo à equação $x = 5\,(t - 34)$ (unidades do SI). Noutra tentativa, escolhe $t = 0$ s no instante 11:05:40, obtendo então a curva de equação $x(t) = 5(t + 6)$ (unidades do SI), representada no gráfico da fig. 2c.

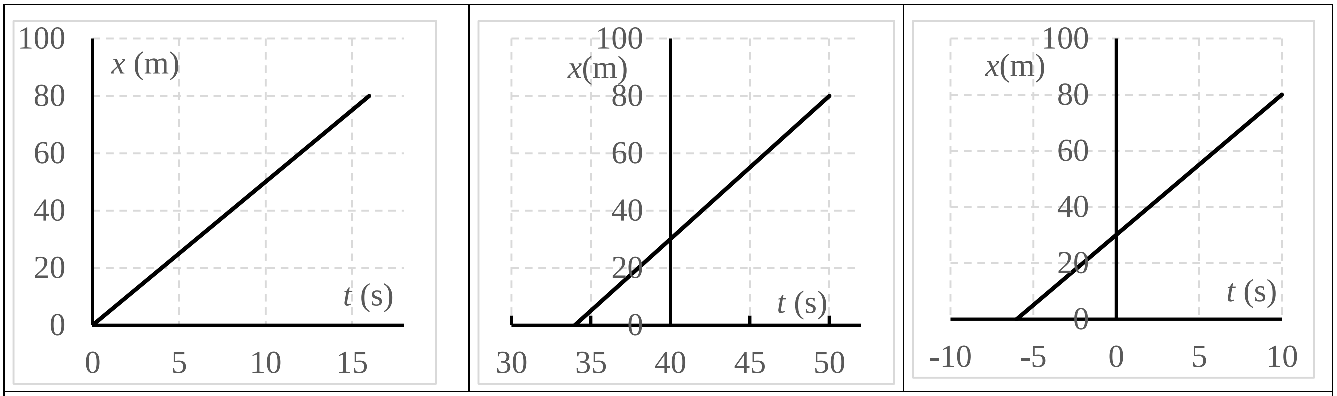


Figura 2. Descrições do movimento da corredora, visto por observadores que colocam a origem espacial do sistema de referência na entrada da reta final. a) Observador A, que escolhe $t = 0$ s no instante em que a corredora entra na reta. b) Observadora B, quando escolhe $t = 0$ s no instante 11:05:00. c) Observadora B, quando escolhe $t = 0$ s no instante 11:05:40.

Além das diferenças nos gráficos obtidos, note que também o valor de t em que a corredora cruza a linha de chegada é diferente. O observador A encontra o instante de chegada $t_{c(A)} = 12$ s, [2] enquanto a observadora B encontra $t_{c(B)} = 46$ s ou 6 s, conforme a escolha de origem dos tempos. Esses valores são obtidos das respectivas equações horárias ou dos gráficos, fazendo $x(t_c) = 60$ m, que é a posição da linha de chegada nos referenciais escolhidos por A e B.

Note que os observadores determinam o mesmo horário para a chegada da corredora, quando a sua coordenada temporal é transformada para o valor do relógio. O observador A precisa somar 11:05:34 aos seus 12 s, determinando que ela cruza a linha às 11:05:46, enquanto que a observadora B deve somar ou 11:05:00 ou 11:05:40 aos seus 46 s ou 6 s, conforme a escolha de origem do tempo, resultando no mesmo horário do observador A. Enfim, eventos físicos não mudam, mas há grande arbitrariedade nas equações horárias e nos valores intermediários obtidos para as grandezas físicas.

[2] Sempre que começamos a efetuar comparações complexas, a simbologia fica pesada. Neste caso, simbolizamos o tempo de chegada por $t_{c(i)}$ onde c quer dizer chegada, de maneira que a variável tempo não seja confundida com o instante preciso da chegada, e o subscrito (i) identifica o observador.

3. A observadora C

C escolhe a origem do tempo de maneira que $t = 0$ s corresponda à entrada da corredora na reta, obtendo o gráfico da fig. 4 e o mesmo valor para o instante de chegada que o observador A, $t_{c(C)} = t_{c(A)} = 12$ s. A velocidade da corredora é negativa porque ela se desloca em sentido contrário ao escolhido para o eixo. Com isso e mais a escolha da origem no ponto de entrada, as posições da corredora são sempre negativas ao longo da reta para a observadora C. A equação horária é

$x(t) = -5\, t$ em m para t em s.

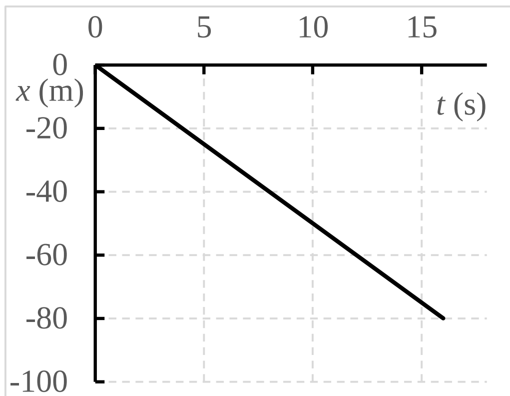


Figura 4. Gráfico de posição por tempo da observadora C, que faz as mesmas escolhas de origem de posição e tempo que o observador A, mas orienta seu eixo em sentido contrário.

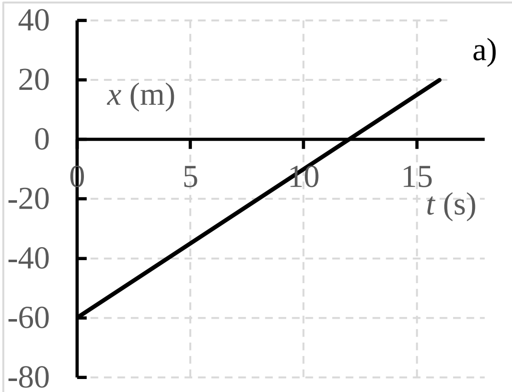
4. Os observadores D e E

Os observadores D e E, da mesma forma que a maioria dos outros, escolhem a origem do tempo no instante de entrada da reta e a origem do eixo de medida da posição no local em que estão. Os gráficos obtidos estão na Figura 5. Tanto o observador D quanto o E determinam o instante de chegada com muita facilidade (mais que os demais?), porque corresponde ao ponto em que seus gráficos cortam o eixo, em $x(t_c) = 0$. Note que $t_{c(D)} = t_{c(E)} = 12$ s que, corrigido pelo relógio, dá exatamente o mesmo horário para a travessia da linha de chegada pela corredora que aquele determinado pelos observadores A, B e C. Note as equações horárias:

Observador D: $x(t) = -60 + 5\, t$

Observador E: $x(t) = 60 - 5\, t$,

ambas em unidades do SI. Estas equações são fáceis de determinar, como podemos exemplificar pelo raciocínio do observador D. Ele escolheu $t = 0$ s no momento em que a corredora entra na reta e a entrada da reta tem $x = -60$ m. Para fazer com que a equação dê $x(0) = -60$ m, ele determina que o termo constante da equação da reta precisa ser exatamente -60 m .



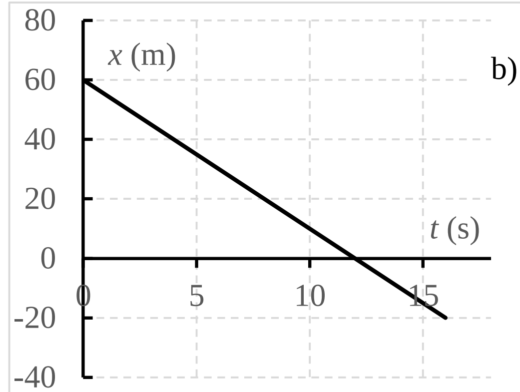


Figura 5. Gráficos do movimento obtidos por observadores que escolhem o ponto de chegada para origem do eixo e começam a marcar tempo quando a corredora ingressa na reta final.

5. As observadoras F e G

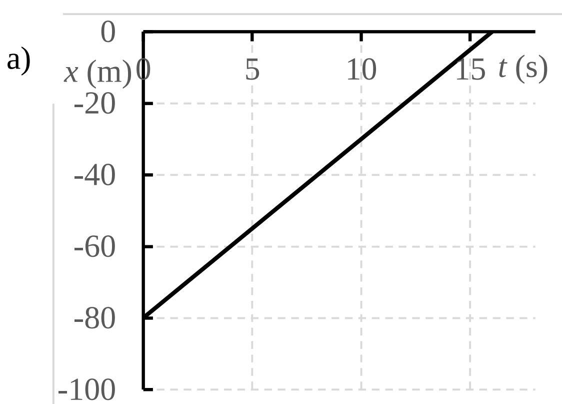
Essas observadoras escolhem a origem na posição delas, mas adotam critérios distintos para a origem do tempo. A observadora F escolhe t = 0 s na entrada da reta final e G, t = 0 s no instante em que a corredora passa por ela. Os gráficos obtidos estão na fig. 6.

A equação horária da observadora F pode ser obtida assim: ela sabe que o movimento é uniforme, de maneira que $x(t) = a + b\,t$. Sabendo que v = 5 m/s, ela deduz que b = 5 m/s. Ao impor que $x(t = 0)$ seja a entrada da reta, que se localiza em x = –80 m , obtém a equação

$$-80 = a + b \cdot 0 \quad \text{(em unidades do SI)}$$

de onde se conclui que a = –80 m, portanto

$$x\,(t) = -80 + 5\,\mathrm{t} \quad (x \text{ em m para } t \text{ em s}).$$



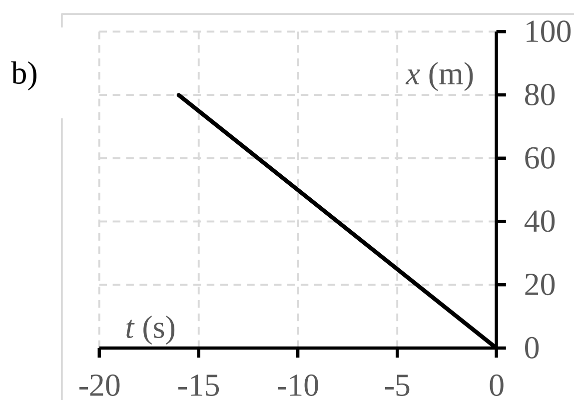


Figura 6. Gráficos do movimento da corredora obtidos por observadoras que escolhem o local em que estão para a origem do eixo, mas escolhem a origem do tempo quando a corredora: a) ingressa na reta final e b) chega onde ela (G) está.

A equação horária obtida pela observadora G também é $x(t) = a + bt$, só que $b = -5$ m/s porque, para G, a corredora move-se no sentido contrário ao que o eixo foi orientado. Ao impor que $x(t = 0) = 0$, obtém a equação,

$$0 = a + b \cdot 0$$

de onde se deduz $a = 0$ e portanto

$$x(t) = -5\,t \quad (x \text{ em m para } t \text{ em s}).$$

A corredora atravessa a linha de chegada quando sua posição é 20 m, dando $t_{c(G)} = -4$ s . Sabendo que $t = 0$ s é o momento em que a corredora sai da reta final, ou seja, 11:05:50, ela conclui que a corredora atravessou a linha de chegada às –4 s + 11:05:50 = 11:05:46, como todos os demais.

Questão 1. A 2ª colocada cruza a linha de chegada às 11:06:00 e percorre a reta de chegada com velocidade igual a 4 m/s. Os observadores determinam as equações horárias dessa corredora usando as mesmas origens para as medidas de posição e tempo que usaram para a vencedora.

Determine a equação horária da 2ª colocada encontrada

a) pelo observador A.
b) pelo observador E.

Questão 2. A 2ª colocada cruza a linha de chegada às 11:06:00 e percorre a reta de chegada com velocidade igual a 4 m/s. Os observadores determinam as equações horárias dessa corredora usando as mesmas origens para as medidas de posição e tempo que usaram para a vencedora.

Determine qual observador(a) encontrou cada uma das equações horárias abaixo, em que x está em m para t em s:

a) $x(t) = -104 + 4t$
b) $x(t) = 44 - 4t$

6. Conclusão

Uma equação horária é descrita por uma fórmula matemática que só se aplica ao referencial escolhido para descrever o movimento. Quando se muda a orientação do eixo, o sentido da velocidade muda, bem como as coordenadas dos pontos em que os fenômenos físicos ocorrem. Mudando a posição da origem do sistema de referência, todas as coordenadas em que ocorrem os eventos físicos também são transladadas. Já a mudança da origem do tempo muda o valor da coordenada t correspondente, embora isso não afete os instantes em que os fenômenos físicos acontecem.

Assim, é preciso sempre escolher o sistema de referência: origem do espaço, sentido do eixo e origem do tempo, ancorando esses aspectos a características específicas do problema em questão. Com o sistema de referência definido, a equação horária descreve o movimento. A fim de interpretar as posições, instantes e velocidades obtidas com essa equação horária, é necessário levar em conta a relação entre o sistema de referência e as características usadas na sua definição.