

---

# INTERFERÊNCIA

---

## INTERFERENCIA DE ONDAS

---

O fenômeno da interferência é típico de movimentos oscilatórios quando superpostos e, em particular, movimentos ondulatórios. Ele pode ocorrer com qualquer tipo de onda e se manifesta quando da superposição de duas ou mais ondas. Para observar tal efeito basta respingar água em alguns pontos de uma piscina contendo água. O que se vê é a formação de regiões nas quais, de acordo a figura (01), a amplitude da onda resultante atinge maiores valores, enquanto há também a formação de regiões nas quais a amplitude é reduzida. Ou seja, a interferência tanto pode ser construtiva quanto destrutiva.



Fig. 01 Interferência de ondas

Nem sempre se pode observar a amplitude da onda resultante. Este é o caso das ondas eletromagnéticas e das ondas sonoras. Observa-se no entanto, ou experimenta-se, variações da intensidade da onda resultante. O resultado é que em alguns pontos a intensidade da onda resultante é pequena, ou nula, enquanto que outros pontos têm uma intensidade que, em alguns casos chega a ser um fator 4 maior do que a intensidade de apenas uma delas. Assim, a característica mais importante da interferência é o de exibir máximos e mínimos da intensidade de tal forma que eles permanecem nessa condição independentemente do tempo transcorrido.

A observação da interferência pode ser feita de uma forma bastante simples, num laboratório, produzindo ondas mecânicas num tanque, ondas essas circulares provenientes de duas fontes distintas. É fácil observar o fenômeno da interferência dessas duas ondas circulares.

No caso da luz, temos muitos arranjos experimentais à nossa disposição. Uma das formas de analisar tal fenômeno foi proposta por Thomas Young, que levou a cabo no ano de 1803, que com isso demonstrou o caráter ondulatório da luz. Para tal utilizou um aparato no qual produzimos duas fendas como mostra a figura ao lado. A luz incidente atingirá cada uma das duas fendas. O efeito da passagem da luz por qualquer uma das fendas será descrito como

sendo análogo ao de duas fontes de luz ai localizadas. É uma aplicação simples do principio de Huyghens admitindo a fenda como uma fonte puntiforme da qual emana luz. Fresnel propôs outros arranjos para a constatação da interferência óptica.

Ocorre interferência, por exemplo, quando duas ondas provenientes da mesma fonte, percorrem caminhos diferentes e, depois, convergem para um mesmo ponto do espaço. Nesse caso, dependendo de determinadas condições, formam-se regiões nas quais, por exemplo, a intensidade da luz atinge um máximo, intercaladas por regiões nas quais a intensidade da luz atinge valores mínimos.

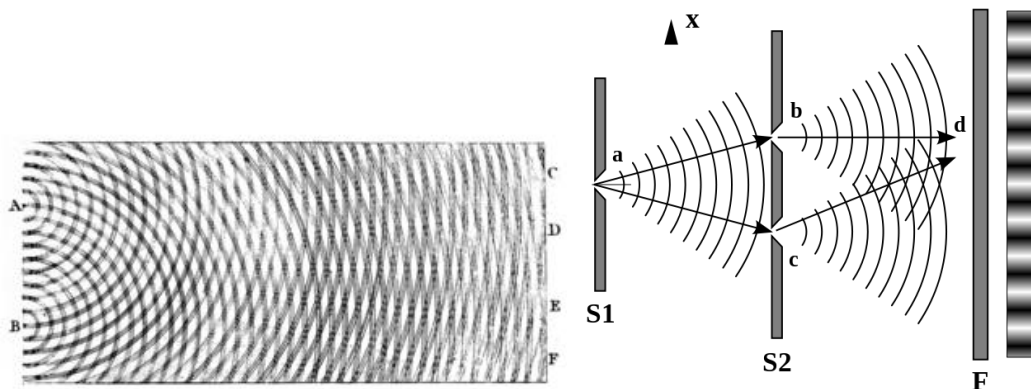


Fig. 02 Esboço feito por Young baseado na interferência de ondas na água, e o resultado experimental utilizando uma fenda dupla.

A interferência é um fenômeno ondulatório típico.

No caso da luz, ele pode ser constatado de uma forma simples ao observarmos bolhas de sabão. É fácil ver as múltiplas cores que emanam das bolhas e que mudam de posição e colorido quando nos deslocamos em relação a elas. Essas múltiplas cores estão associadas não só à interferência luminosa, como também à dispersão da luz.



Fig. 03 Exemplos simples de interferência luminosa

É importante observar a diferença desse fenômeno com a difração. Nesse último caso, fazemos uma soma (ou integral) de interferências associados a infinitas fontes puntiformes. Ou seja, quando analisamos a difração, o orifício pelo qual a luz passa é decomposto em um número infinito de pontos considerados como sendo emissores de luz.

## SUPERPOSIÇÃO DE VÁRIAS ONDAS: ONDA RESULTANTE

Lembrando que uma onda é definida, do ponto de vista matemático, como uma solução da equação de ondas, o fenômeno da interferência de ondas (de qualquer natureza) deve ser analisado à luz do princípio da superposição. De acordo com esse princípio, sempre que tratamos dos efeitos associados à superposição de duas ondas, consideramos apenas a onda resultante que, por sua vez, é a soma das duas ondas. Assim, se  $f_1(\vec{r}, t)$  descreve uma onda e  $f_2(\vec{r}, t)$  descreve outra onda, a soma dessas duas ondas :

$$f(\vec{r}, t) = f_1(\vec{r}, t) + f_2(\vec{r}, t) \quad (1)$$

é também uma solução da equação de ondas. Essa onda é a onda resultante. O princípio da superposição é uma consequência da linearidade da equação de ondas.

Neste capítulo, consideraremos apenas dois tipos de ondas. No caso das ondas harmônicas planas, uma onda genérica, a  $i$ -ésima onda, será representada pela função:

$$f_i(\vec{r}, t) = A_i \cos(\vec{k}_i \cdot \vec{r} - \omega_i t + \delta_i) \quad (2)$$

Onde  $\delta_i$  é a fase da onda  $i$ ,  $\vec{k}_i$  é o seu vetor de onda e  $\omega_i$  sua frequência angular. Uma onda esférica e harmônica, por outro lado, pode ser escrita sob a forma:

$$f_i(\vec{r}, t) = \frac{A_i}{r} \cos(k_i r - \omega_i t + \delta_i) = A_i \frac{1}{r} \cos(k_i r - \omega_i t + \delta_i) \quad (3)$$

Nos dois casos, adotaremos a notação:

$$f_i(\vec{r}, t) = A_i \cos \varphi_i(\vec{r}, t) \quad (4)$$

A função  $\varphi_i(\vec{r}, t)$  pode ser inferida a partir de (2) e (3). Assim, no caso de ondas esféricas temos:

$$\varphi_i(\vec{r}, t) = k_i r - \omega_i t + \delta_i \quad (5)$$

No caso da superposição de  $N$  ondas, a onda resultante é dada pela soma:

$$f(\vec{r}, t) = \sum_{i=1}^N f_i(\vec{r}, t) = \sum_{i=1}^N A_i \cos \varphi_i(\vec{r}, t)$$

Veremos a seguir, utilizando funções de variáveis complexas (o mesmo valendo para números complexos) que a onda resultante pode ser escrita como:

$$f(\vec{r}, t) = A(\vec{r}, t) \cos \varphi(\vec{r}, t)$$

Ou seja, é possível encontrar funções  $A(\vec{r}, t)$  e  $\varphi(\vec{r}, t)$  tais que:

$$\sum_{i=1}^N A_i \cos \varphi_i \vec{r}, t = A \vec{r}, t \cos \varphi \vec{r}, t$$

Onde  $A \vec{r}, t$  é a amplitude da onda resultante e  $\varphi \vec{r}, t$  é a fase da mesma.

Lembramos, primeiramente, que uma onda da forma (4) pode ser escrita tomando-se a parte real ( função cosseno) ou a parte imaginária ( função seno) da função complexa:

$$f_i \vec{r}, t = A_i \cos \varphi_i = \text{Re } A_i e^{i\varphi_i}$$

No que segue, lembramos duas propriedades dos números complexos. A primeira diz respeito à função exponencial:

$$e^{i\varphi_j} = \cos \varphi_j + i \text{sen } \varphi_j$$

A segunda propriedade é aquela mediante a qual um número complexo da forma  $a + ib$  pode ser escrito como:

$$a + ib = \sqrt{a^2 + b^2} e^{i\varphi}$$

Com

$$\varphi = \text{arctg } \frac{b}{a}$$

Essa representação, na qual escrevemos produtos de constantes e cossenos em termos de números complexos, facilita a determinação da soma de ondas harmônicas de mesma frequência, pois uma soma de N ondas harmônicas, soma essa associada á superposição de campos elétricos ( por exemplo), pode ser escrita como uma soma de números complexos da forma:

$$\sum_{j=1}^N f_j \vec{r}, t = \sum_{j=1}^N A_j \cos \varphi_j = \text{Re} \left( \sum_{j=1}^N A_j e^{i\varphi_j} \right)$$

Portanto, utilizando a propriedade (000), podemos escrever:

$$\sum_{j=1}^N A_j \cos \varphi_j = \text{Re} \left[ \left( \sum_{j=1}^N A_j \cos \varphi_j \right) + i \left( \sum_{j=1}^N A_j \text{sen } \varphi_j \right) \right]$$

Definindo as variáveis  $a$  e  $b$  como sendo dadas por:

$$a = \sum_{j=1}^N A_j \cos \varphi_j$$

$$b = \sum_{j=1}^N A_j \text{sen } \varphi_j$$

E utilizando a identidade (000), concluímos que a amplitude e a fase da onda resultante são dados por:

$$A = \sqrt{\left(\sum_{j=1}^N A_j \cos \varphi_j\right)^2 + \left(\sum_{j=1}^N A_j \sin \varphi_j\right)^2}$$

$$\varphi = \arctg \frac{\left(\sum_{j=1}^N A_j \sin \varphi_j\right)}{\left(\sum_{j=1}^N A_j \cos \varphi_j\right)}$$

Note-se que somar números complexos é análogo a somar vetores num plano. Podemos fazer a correspondência entre vetores  $\vec{V}$  no plano e números complexos normalmente representados pela letra  $Z$  ( $Z \equiv Ae^{i\theta}$ ),

## INTENSIDADE DA ONDA

---

Os efeitos provocados por uma onda podem ser previstos com base na energia transportada por ela transportada. Sob esse aspecto, a grandeza relevante é a intensidade da onda. A intensidade da onda é definida como a energia por unidade de tempo, por unidade de área que a onda transporta. Assim, uma onda eletromagnética de intensidade  $I$ , que incide perpendicularmente a uma superfície plana de área  $\Delta S$ , durante um intervalo de tempo  $\Delta t$ , faz passar por essa superfície durante esse intervalo, uma quantidade de energia  $\Delta E$  que é dada por:

$$\Delta E = I \Delta S \Delta t$$

Como regra geral, a intensidade da onda é proporcional ao quadrado da amplitude ( $A$ ) da mesma. Isto é, a intensidade da onda,  $I$ , é dada pela relação:

$$I = kA^2$$

onde  $k$  é uma constante a qual varia de acordo com o tipo de onda. Essa dependência da intensidade da onda com a amplitude permite entender o poder devastador de um Tsunami. Assim, comparado com os efeitos produzidos por uma onda de 1 metro de amplitude, um Tsunami de 25 metros de amplitude tem o poder de destruição 625 vezes maior do que a primeira.

No caso das ondas eletromagnéticas a intensidade está associada ao vetor de poynting. Tal vetor é dado, em termos dos campos elétrico e magnético, por:

$$\vec{S} = \varepsilon_0 c^2 \vec{E} \times \vec{B} = \varepsilon_0 c E^2 \frac{\vec{k}}{k} = S \frac{\vec{k}}{k}$$

Onda  $\vec{k}$  é o vetor de onda o qual indica a direção na qual a onda se propaga,  $E$  é o módulo do vetor campo elétrico,  $c$  é a velocidade da luz no vácuo e  $\varepsilon_0$  é a permissividade do vácuo. .

A intensidade de uma onda eletromagnética é dada pela média no tempo, ao longo de um período, do vetor de Poynting:

$$I = \langle S \rangle$$

Para uma onda harmônica a média no tempo, definida em (000), é dada pela expressão:

$$\langle E_0^2 \cos^2 \omega t + \delta_0 \rangle \equiv \frac{E_0^2}{T} \int_0^T \cos^2 \omega t + \delta_0 dt = \frac{E_0^2}{2}$$

Assim, vemos que no caso das ondas eletromagnéticas em geral, a intensidade é proporcional ao quadrado da amplitude através da relação:

$$I = \left( \frac{\epsilon_0 c}{2} \right) E_0^2$$

No caso da luz a intensidade definida acima, generalizável para qualquer onda eletromagnética, tem a ver com o que usualmente nos referimos como sendo luminosidade. Assim, a energia média por unidade de tempo quando uma onda harmônica incide sobre uma superfície plana de área  $A$  cuja normal é o versor  $\vec{n}$  é dada por:

$$\frac{dE}{dt} = IA \vec{k} \cdot \vec{n} = IA \cos \alpha$$

Como discutido antes, a unidade de intensidade de energia é, no sistema internacional de unidades o  $Watt / m^2$ .

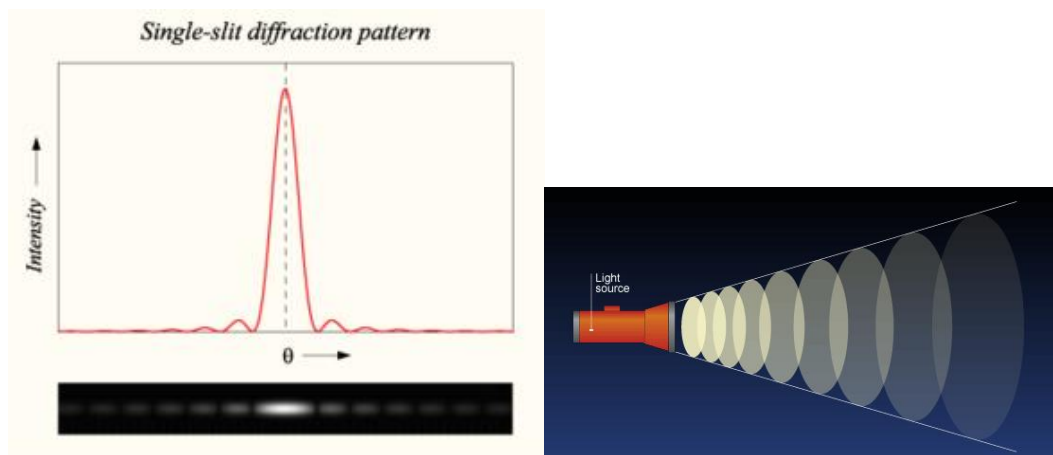


Fig. 04 A variação da intensidade luminosa se reflete no surgimento de regiões bem iluminadas e aquelas destituídas de luz. Para uma fonte puntiforme ela decai com o inverso do quadrado da distância da fonte.

## Interferência de duas ondas

---

Analisaremos agora a questão da interferência de duas ondas da forma geral (000). A seguir consideraremos o caso de ondas eletromagnéticas. Ou seja, o que está sendo somado são os campos elétricos das duas ondas. Em se tratando de duas ondas, as equações para a amplitude e a fase da onda resultante são:

$$E \cos(\varphi) = E_1 \cos(\varphi_1) + E_2 \cos(\varphi_2)$$

$$E \sin(\varphi) = E_1 \sin(\varphi_1) + E_2 \sin(\varphi_2)$$

Portanto a fase da onda resultante será dada, tomando-se a relação entre a primeira relação acima e a segunda relação, pela expressão:

$$\varphi = \arctg \left\{ \frac{E_1 \sin(\varphi_1) + E_2 \sin(\varphi_2)}{E_1 \cos(\varphi_1) + E_2 \cos(\varphi_2)} \right\}$$

Enquanto que o quadrado da amplitude da onda resultante ( $E^2$ ) é dado, de acordo com a expressão (000), por:

$$E^2 = E_1 \cos(\varphi_1) + E_2 \cos(\varphi_2) \quad ^2 + E_1 \sin(\varphi_1) + E_2 \sin(\varphi_2) \quad ^2$$

Ou seja:

$$E^2 = E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2 \cos \varphi_2 - \varphi_1$$

Considerando o caso de duas ondas da forma (000), a intensidade da onda que resulta da superposição dessas duas ondas será dada pela expressão:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1I_2} \cos \varphi_2 - \varphi_1$$

Tal resultado é válido para qualquer tipo de onda, desde que a grandeza que se propaga possa ser expressa sob uma das formas (000) e (000). É, portanto um resultado geral. Do qual inferimos que a intensidade da onda resultante depende da intensidade das ondas que se superpõem e da diferença de fase entre elas.

De acordo com a expressão (000), o fenômeno da interferência está íntimamente relacionado á diferença de fase entre elas. No caso de uma onda esférica, Considerando-se a superposição de ondas com a mesma frequência, a diferença de fase será dada por

$$\varphi_2 - \varphi_1 = k \quad r_2 - r_1 + \delta_2 - \delta_1$$

Onde  $r_2$  e  $r_1$  são as distancias do ponto no qual as ondas se superpõem e os centros irradiadores dos quais elas se originam (vide figura).

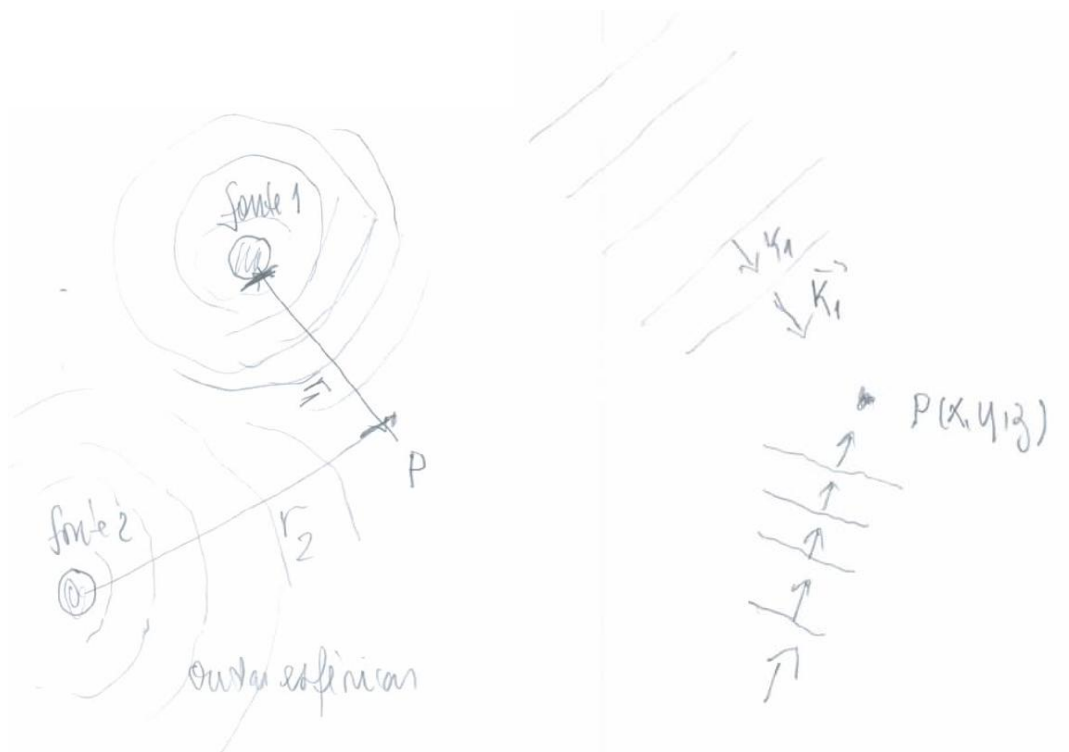


Fig. 05

Fig.5 No caso de superposição de duas ondas esféricas de mesma frequência, a fase da onda resultante no ponto P depende essencialmente das distancias entre este e o ponto a partir do qual a onda esférica se propaga.

Para uma onda plana (plano perpendicular ao vetor de onda  $\vec{k}$ ) a diferença de fase é dada por:

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \vec{k} \cdot \vec{r}_2 - \vec{r}_1 + \delta_2 - \delta_1$$

Ondas provenientes de uma mesma fonte têm uma diferença de fase inicial nula. Quando esse for o caso, escrevemos:

$$\delta_2 - \delta_1 = 0$$

Consideremos agora o caso simples no qual as duas ondas tem a mesma intensidade:

$$I_1 = I_2 = I_0$$

Para ondas de intensidade iguais a intensidade da onda resultante, de acordo com (000), será dada pela expressão:

$$I = 4I_0 \cos^2\left(\frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2}\right)$$



A base para o entendimento do fenômeno da interferência de ondas está contida na expressão acima. A partir dela pode-se constatar que para valores da diferença de fase tais que o módulo da diferença de fase seja um múltiplo de  $2\pi$  :

$$|\varphi_2 - \varphi_1| = m(2\pi) \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots$$

a interferência resultará ser construtiva. Ou seja, a Intensidade da onda resultante atinge o seu valor máximo ( $I_{\max}$ ) e esse máximo corresponde a uma intensidade quatro vezes maior do que a intensidade de uma das ondas que se superpõem:

$$I_{\max} = 4I_0$$

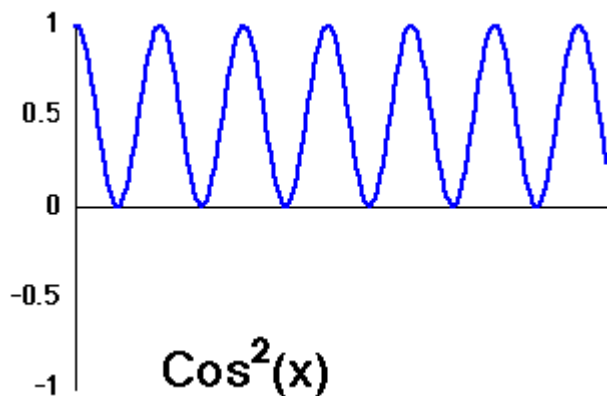
No entanto, constatamos que para valores da diferença de fase dadas pelos valores:

$$|\varphi_2 - \varphi_1| = \frac{2m+1}{2}(2\pi) \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots$$

a interferência é totalmente destrutiva, uma vez que a intensidade nesse caso, será nula:

$$I_{\min} = 0$$

Um gráfico da intensidade como função da diferença de fase é dado na figura (000).



Alterar legenda da figura.

Fig. 06 gráfico da função  $\cos^2 x$

No caso em que as ondas tenham intensidades diferentes, uma análise semelhante a essa se aplica. Para os valores da diferença de fase dada pela expressão (000) a intensidade será máxima e o seu valor será:

$$I_{\max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} = (\sqrt{I_1} + \sqrt{I_2})^2$$

Enquanto que para valores da diferença de fase dados pela expressão (000) a superposição de duas ondas levará a um valor que é um mínimo da Intensidade. Esse valor mínimo é dado por:

$$I_{\min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2} = (\sqrt{I_1} - \sqrt{I_2})^2$$

Vê-se assim que o efeito da interferência de ondas que se superpõem se manifesta na ocorrência, dependendo da diferença de fase entre as ondas que se superpõem, de máximos e mínimos da intensidade da onda resultante.

Para ondas esféricas, as condições acima são equivalentes às condições:

$$k(r_1 - r_2) + \varphi_{01} - \varphi_{02} = m(2\pi)$$

$$k(r_1 - r_2) + \varphi_{01} - \varphi_{02} = \frac{2m+1}{2}(2\pi)$$

As quais podem ser escritas, lembrando a definição de vetor de onda em termos do comprimento de onda,  $k = \frac{2\pi}{\lambda} = n \frac{2\pi}{\lambda_0}$ , sob a forma:

$$n(r_1 - r_2) = \left\{ m + \left( \frac{\varphi_{02} - \varphi_{01}}{2\pi} \right) \right\} \lambda_0$$

$$n(r_1 - r_2) = \left\{ \frac{2m+1}{2} + \left( \frac{\varphi_{02} - \varphi_{01}}{2\pi} \right) \right\} \lambda_0 \quad \text{com } |m| = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Onde  $\lambda_0$  é o comprimento de onda da luz para  $n = 1$ .

O lado esquerdo de (000) pode agora ser indentificado com o a diferença dos caminhos ópticos dos dois raios. Assim, a condição geral para máximos e mínimos em termos dos caminhos ópticos é que a diferença de caminho óptico deve ser igual a um numero inteiro (para máximos) ou semi-inteiro (para mínimos) mais uma diferença de fase dividida por  $2\pi$  do comprimento de onda da luz no vácuo.

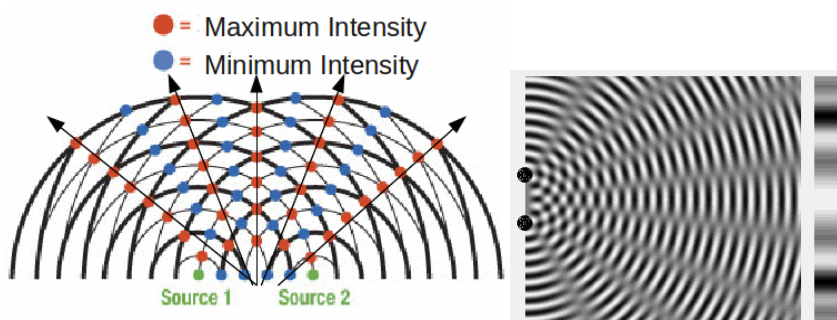


Fig.07 Ondas produzidas por duas fontes puntiformes produzem máximos e mínimos de interferência.

## A EXPERIÊNCIA DE YOUNG

Através de um arranjo relativamente simples – um arranjo envolvendo duas fendas – Young revolucionou a óptica ao constatar que a luz exibe o fenômeno da Interferência. A título de exemplo, consideremos o aparato experimental de Young e a determinação dos pontos determinaremos a localização dos máximos e mínimos.

Na experiência de Young utiliza-se uma fonte luminosa a qual emite luz em todas as direções. Uma superfície plana, contendo duas fendas a uma distância pequena (distância  $d$ ), recebe a luz que se propaga. Estas fendas são dispostas de tal forma que elas ficam eqüidistantes da fonte. Usualmente consideramos uma aproximação na qual a fonte se encontra localizada no infinito (nesse caso falamos da incidência de ondas planas, portanto). Para observar a interferência da luz coloca-se um anteparo ( $A$ ) a uma distância  $D$  das duas fendas. O plano do anteparo é disposto de forma a ser colocado paralelamente ao plano que contém as duas fendas (vide figura).

De acordo com o principio de Huighens as duas fendas se comportam como fontes puntiformes de ondas eletromagnéticas que estão em fase. As ondas que se originam de cada uma das duas fendas são superpostas no anteparo.

Adotaremos um referencial cartesiano de tal forma que o anteparo esteja no plano  $x$ - $y$ , plano esse perpendicular à bissetriz das duas fendas (a reta cujos pontos são eqüidistantes das duas fendas). Ademais, tomamos o eixo  $x$  como sendo paralelo ao segmento de reta interligando as duas fendas (vide fig.). Definimos a distância entre os dois planos como sendo a grandeza  $D$ . O plano do anteparo é caracterizado, de acordo com o referencial escolhido, pela condição:

$$z = D$$

Todos os pontos sobre o anteparo têm, portanto, a mesma coordenada.

Podemos agora analisar o padrão de interferência produzido pelas duas fendas.

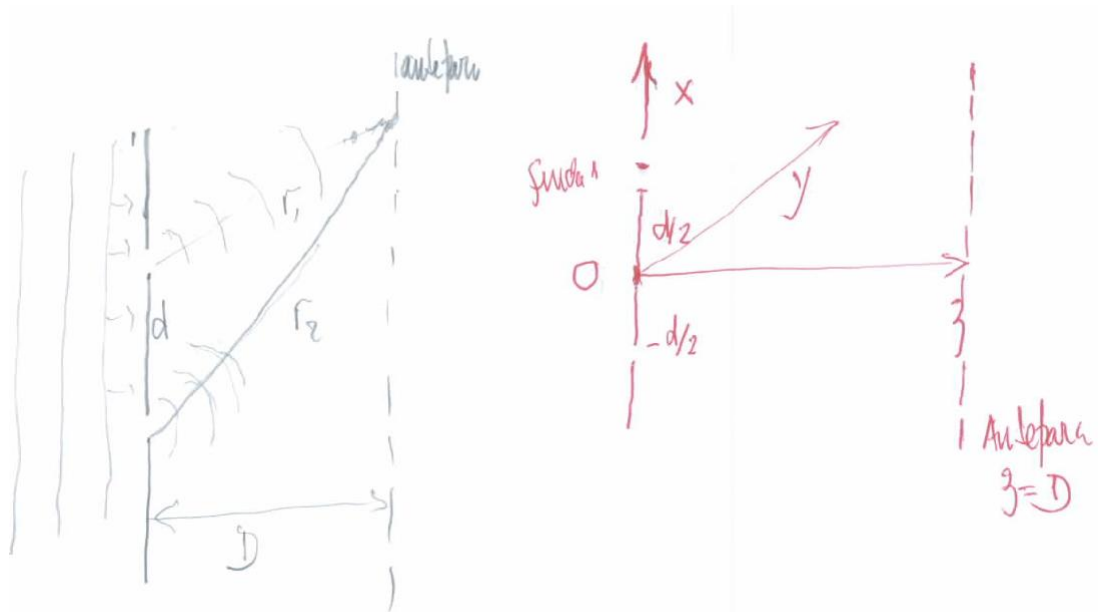


Fig. 8 a geometria do aparato da fenda dupla e o referencial escolhido

### Mauricio fazer em 3-d

A seguir analisaremos o problema geral da superposição de duas ondas esféricas e aplicaremos essas expressões para o caso das duas fendas.

Consideremos duas fontes produzindo ondas esféricas e consideremos a geometria especificada anteriormente.

No caso de ondas esféricas originalmente em fase, isto é satisfazendo a condição (000), a diferença de fase para ondas incidente num ponto P sobre o anteparo (ponto P sobre o plano x-y) é dada pela expressão:

$$\varphi_2 - \varphi_1 = k (r_2 - r_1)$$

Onde  $r_1$  e  $r_2$  são as distâncias de cada uma das fontes (no caso cada uma das fendas) até um ponto de observação P cujas coordenadas no plano do anteparo são (x,y). Estas distâncias são dadas, respectivamente, por:

$$r_1 = \sqrt{D^2 + y^2 + \left(x - \frac{d}{2}\right)^2}$$

$$r_2 = \sqrt{D^2 + y^2 + \left(x + \frac{d}{2}\right)^2}$$

Das expressões acima é fácil verificar que

$$r_2 - r_1 \quad r_2 + r_1 = r_2^2 - r_1^2 = 2xd$$

A distância entre as duas fendas é  $d$ . Assumiremos ademais que essa distancia é muito menor do que a distancia entre o anteparo e as duas fendas. Isto é, admitiremos que

$$\frac{d}{D} \ll 1$$

Admitiremos ademais que os pontos sobre o anteparo sejam tais que a seguinte condição seja válida:

$$r_1 \cong r_2 = D$$

Ou, analogamente, :

$$r_1 + r_2 \cong 2D$$

Nas condições acima, as amplitudes das duas ondas incidentes sobre um ponto de coordenadas  $x, y, D$  a diferença de distâncias percorridas pelos dois raios luminosos será dada pela expressão:

$$r_1 - r_2 \cong x \frac{d}{D}$$

A diferença de fase é, portanto, dada pela expressão:

Portanto a diferença de fase depende da coordenada  $x$ , e seu valor depende apenas dessa coordenada e das distancias entre o anteparo e as fendas e da distancia entre as fendas da seguinte forma:

$$\delta_1 - \delta_2 = kx \frac{d}{D} = 2\pi \frac{x}{\lambda} \frac{d}{D}$$

Onde  $\lambda$  é o comprimento de onda da luz no vácuo.

Os máximos de intensidade ocorrerão para os valores da coordenadas  $x$  tais que :

$$x_{\max} = m\lambda \left( \frac{D}{d} \right) \quad |m| = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Enquanto que os mínimos de intensidade ocorrerão para valores de  $x$  que satisfaçam à condição:

$$x_{\min} = \frac{2m+1}{2} \lambda \left( \frac{D}{d} \right) \quad |m| = 0, 1, 2, 3, \dots$$

A previsão é, portanto, que surgirão franjas. Ou seja, Regiões iluminadas separadas por outras de baixa intensidade luminosa. Há como que uma gradação. A distancia entre duas franjas sucessivas é dada pela expressão:

$$\Delta x = \lambda \left( \frac{D}{d} \right)$$

O padrão de interferência nesse caso é aquela da figura (000)



Fig 09 O padrão de interferência observado por Young

A seguir A apresentaremos mais dois arranjos experimentais propostos por Fresnel com o intuito de analisar o fenômeno da interferência da luz.

## O ESPELHO DUPLO E O BIPRISMA DE FRESNEL

---

Fresnel propôs dois arranjos experimentais voltados para produzir interferência com um padrão análogo àquele observado por Young.

Consideremos uma fonte puntiforme  $F$  incidindo sobre um espelho duplo. Um espelho duplo é apresentado na figura .

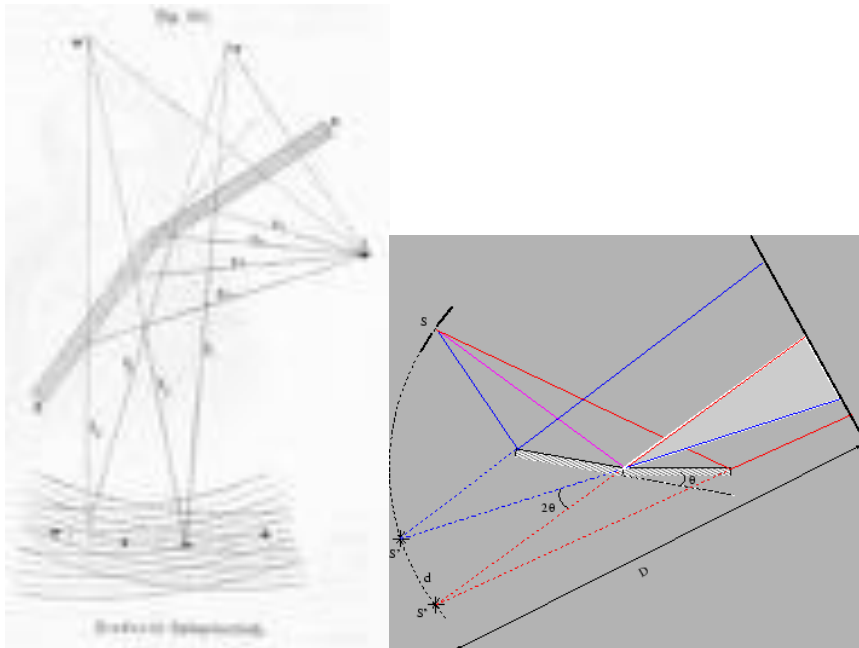


Fig. 10 o espelho duplo de Fresnel.

A reflexão da luz nos espelhos leva a uma situação que pode ser descrita como sendo equivalente àquela na qual existem duas fontes imagens puntiformes (virtuais) nos pontos  $F'$  e  $F''$  (vide figura 10).

Num anteparo colocado a uma distância  $D$  é possível observar a interferência da luz refletida pelos dois espelhos. O fenômeno será perceptível apenas se o ângulo entre os espelhos for muito pequeno. Isto é, se a distância entre as fontes puntiformes for muito pequena.

Consideremos dois raios que atingem o ponto  $P$ . Podemos considerá-los como sendo provenientes dos pontos  $F'$  e  $F''$ , respectivamente. Tendo em vista que ao saírem da fonte eles estão em fase a sua diferença de fase decorre da diferença de distâncias

percorridas, ou seus livres caminhos óticos. Ela será dada pela expressão (000) lembrando apenas que agora  $r_1$  e  $r_2$  são as distâncias do ponto no anteparo até cada uma das fontes virtuais  $F'$  e  $F''$ .

Os máximos e mínimos da Intensidade ocorrerão para distâncias tais que:

$$|r_1 - r_2| = m\lambda$$

$$|r_1 - r_2| = \frac{2m+1}{2}\lambda \quad m=0,1,2,\dots$$

Efeito de interferência análogo a esse pode ser conseguido com o biprisma de Fresnel. Nesse caso, um biprisma é colocado entre a fonte e o anteparo. A face maior do prisma é disposta paralelamente ao anteparo. A análise desse caso é bastante semelhante ao caso de fenda dupla (vide figura). É como se substituíssemos as duas fontes puntiformes reais da fenda dupla por duas fontes puntiformes virtuais.

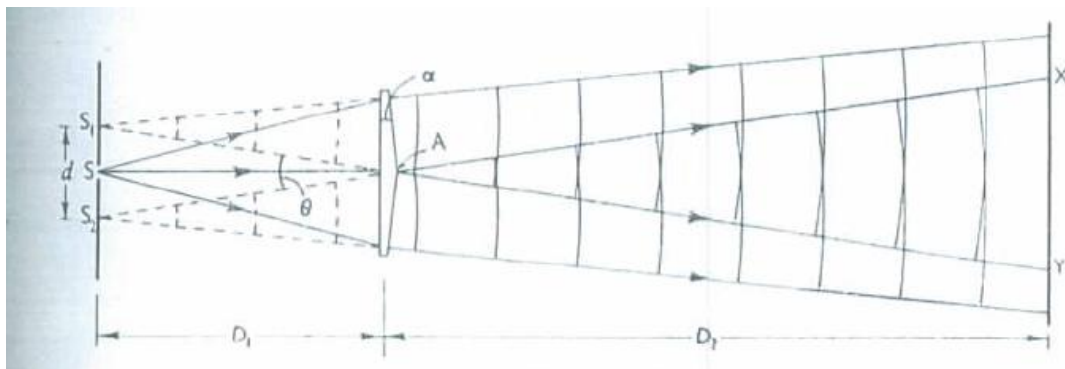


Fig. 11 Biprisma de Fresnel

## INTERFERÊNCIA EM FILMES FINOS

Pode-se observar a interferência da luz a partir do uso de filmes transparente e bem finos. Ao incidir sobre o filme a luz incidente dá lugar a uma luz refletida e outra que é transmitida através do filme. A interferência em filmes finos pode ser analisada tanto a partir de luz transmitida quanto da luz refletida. A interferência observada através da luz transmitida é muito mais débil do que aquela observada com a luz



refletida. Isso ocorre por que a luz transmitida tem uma amplitude menor do que aquela que é refletida diretamente na superfície.

O fenômeno é um pouco mais complexo do que o que estudaremos em seguida; pois a rigor se trata de ondas que sofrem reflexões e refrações múltiplas (vide figura). O tratamento a seguir corresponde assim a uma solução aproximada de um problema mais complexo.

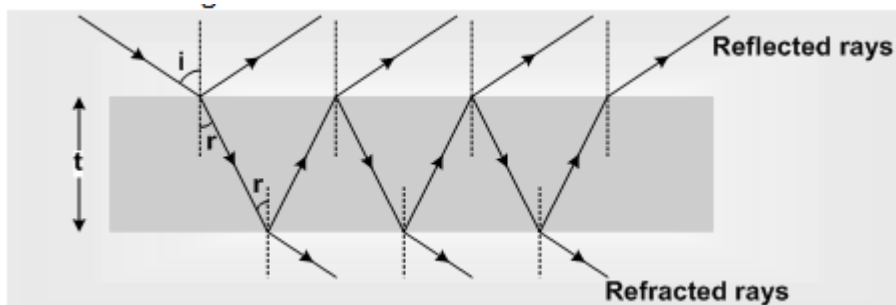


Fig 12 Ilustração da situação real quando luz incide sobre um filme fino

A interferência com filmes finos é interessante porque para observá-la não há a necessidade de luz monocromática. De fato, quando utilizamos a luz branca (policromática) obtemos franjas de cores diferentes. Esse efeito explica o colorido das bolhas de sabão.



Fig. 13 Consequências da interferência em filmes finos.

Seja uma fonte puntiforme de luz monocromática ( $F$ ). Consideremos agora uma onda eletromagnética partindo dela. Ao atingir um ponto  $P$  localizado na interface entre os dois meios, essa onda dá lugar a duas ondas. Uma delas é a onda refletida sobre a primeira superfície, a outra é a onda refratada nessa superfície. Esta onda, a refratada, em seguida sofre uma reflexão total na segunda superfície. Como resultado, ela experimenta outra refração, agora na primeira superfície, voltando ao meio no qual a onda se originou. Esta onda eletromagnética, que fora

refratada pela primeira vez no ponto  $P$ , experimenta uma refração agora no ponto  $P'$ , pertencente também à primeira superfície.

O resultado é que essas duas ondas eletromagnéticas saíam da primeira superfície em direções paralelas. Claramente, existe uma diferença de caminho óptico entre eles. Consideremos ainda uma lente convergente cuja função é fazer os dois raios convergirem num ponto  $P$  de um anteparo (vide figura).

Como resultado da reflexão das ondas tanto na primeira quanto na segunda superfície, existe uma diferença de fase entre elas de um ângulo  $\pi$ . Isto pode ser inferido a partir de uma análise detalhada envolvendo o uso das condições de contorno satisfeitas pelos campos elétricos e magnéticos quando ondas incidem na interface de duas superfícies. Essa diferença de fase se escreve como:

$$\delta_2 - \delta_1 = \pm\pi$$

A condição para os máximos será, portanto,

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \Gamma \pm \pi = \frac{(2m+1)}{2} \lambda_0$$

Enquanto que para os mínimos a condição é:

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \Gamma \pm \pi = \frac{m}{2} \lambda_0$$

Onde  $\Gamma$  é a diferença de caminhos ópticos. De acordo com a figura, essa diferença, é dada pelos produtos dos índices de refração pelos comprimentos dos segmentos  $AB$ ,  $BC$  e  $NA$ . Ou seja, ela é dada pela seguinte expressão:

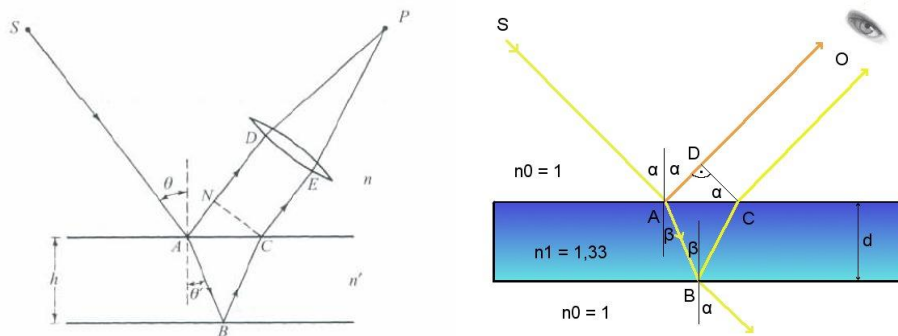
$$\Gamma = n' AB + BC - nAN$$

Onde os segmentos  $AB$ ,  $BC$  e  $AN$  são aqueles definidos na figura (00) e  $n$  e  $n'$  são os índices de refração dos meios no qual a luz incide ( $n$ ) e aquele do qual a lâmina é constituída (índice  $n'$ ).

Considerações simples de geometria nos leva à conclusão de que

$$AB = BC = \frac{d}{\cos \beta}$$

$$AN = 2d \tan \beta \sin \alpha$$



**Fig. 14 Observando a interferência em filmes finos.**

Utilizando a lei de Snell-descartes ( $n' \sen \beta = n \sen \alpha$ ), se infere que a diferença de caminhos ópticos é dado por :

$$\Gamma = 2nd \cos \beta$$

Portanto, os máximos e mínimos de interferência ocorrerão para espessuras satisfazendo à condição:

$$d \cos \beta = \frac{\lambda_0}{4n} \left[ \frac{\text{inteiro}}{\text{semi-inteiro}} \right]$$

Temos assim uma relação entre a espessura do filme e o comprimento de onda da luz. Essa relação, em última análise, estabelece uma condição para a existência de interferências tanto construtivas quanto destrutivas. Os números inteiros se aplicam aos mínimos de intensidade, enquanto que os números semi-inteiros se aplicam aos máximos.

## OS ANÉIS DE NEWTON

---

Newton foi responsável pelo primeiro estudo quantitativo do fenômeno da interferência óptica. No entanto, não se deu conta disso de que se tratava desse fenômeno que, diga-se de passagem, contraria sua teoria corpuscular.

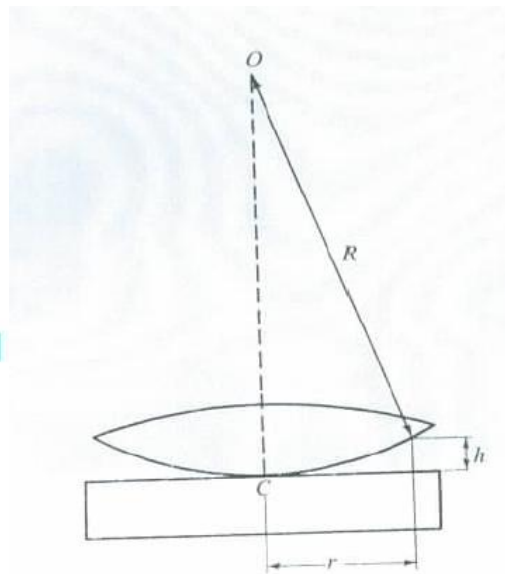
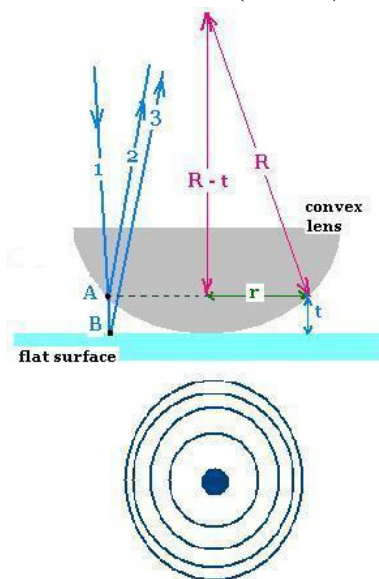
O arranjo proposto por ele é bastante simples. Uma lente plano-convexa é disposta sobre uma placa de vidro plana. A parte curva da lente tem raio  $R$  e é colocada em contato com o vidro plano. Pela geometria do arranjo se espera franjas de interferência circulares.

A região entre a lente e o vidro plano se comporta como um filme fino de dimensões variáveis. Assumiremos que essa dimensão seja  $d$  (Vide figura) e que a incidência seja quase perpendicular. Sabemos que para filmes finos e levando em conta que o meio físico no qual a onda incide é o ar, para incidência perpendicular os mínimos ocorrerão, de acordo com (000), para distancias tais que

$$d = \frac{\lambda}{4} m$$

Enquanto os máximos ocorrerão para valores de  $d$  tais que:

$$d = \frac{\lambda}{4} \left( \frac{2m+1}{2} \right)$$



arte: a lente é

aquela da primeira figura.

**Fig.15 O arranjo de Newton**

Como o ponto de contato da lente com o vidro tem dimensão nula, e esse valor, de acordo com a expressão acima, corresponde a um mínimo. A região circular, próxima do ponto de contato da lente com o vidro deverá ser uma região escura.

Sabemos, por outro lado, de argumentos de geometria simples, tomando o triangulo retângulo da figura (00) que:

$$R - d^2 + r^2 = R^2$$

Onde R é o raio de curvatura da lente plano convexa e r é a distancia ao eixo que passa pelo centro de curvatura da lente e pelo ponto de contato da lente com o vidro.

Para  $d \ll R$  e a relação acima se torna:

$$d \cong \frac{r^2}{2R}$$

Portando os mínimos ocorrerão para valores dos raios r dados pelos valores:

$$r^2 = 2mR\lambda$$

Enquanto que os máximos ocorrerão para valores de r tais que

$$r^2 = \frac{1}{2} \left( \frac{2m+1}{2} \right) R\lambda$$

Note-se que mediante a determinação da separação entre os mínimos, ou máximos, podemos determinar o comprimento de onda da luz.

Como previsto, se forma uma região, ou mancha, negra nos pontos próximos do centro. Forma-se, no caso da luz policromática, anéis coloridos seguindo uma determinada sequência de cores. São, por isso, conhecidos como **anéis de Newton**.

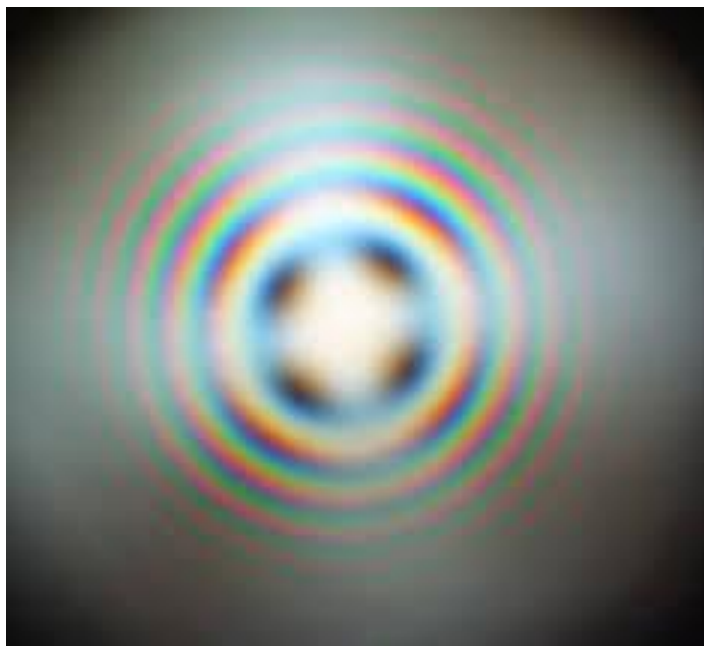


Fig.16 Os anéis de Newton

## Interferômetros

---

A interferência da luz observada primeiramente por Young através do uso da fenda dupla se tornou um marco na história da ciência. Experiências levadas a cabo por Fresnel, quase que concomitantemente, não deixaram margem a dúvidas quanto á natureza ondulatória da luz.

Pode-se fazer uso de arranjos simples e outros mais sofisticados para se observar o fenômeno da Interferência.

Denominamos **Interferômetros** os aparelhos voltados para a observação, e medidas relativas ao fenômeno da interferência da luz. Um dos mais célebres, por conta da sua importância histórica, foi o interferômetro de Michelson-Morley. No entanto, tendo em vista suas múltiplas aplicações, o interesse nesse tipo de equipamento persiste até os dias de hoje.

Alguns interferômetros são suficientemente sofisticados para uso na pesquisa científica. Por exemplo, ele pode ser utilizado para determinar a velocidade da luz. Eles podem ainda serem utilizados na espectroscopia. Nesse caso, o aparato produz anéis de máximo brilho de tal forma a serem muito estreitos. O fato de serem estreitos faz com que uma fonte que produz luz com dois comprimentos de onda distintos gera dois conjuntos de anéis distintos. Como a parte brilhante é estreita, os anéis serão

distintos mesmo para comprimentos de onda de luzes produzidas por duas fontes muito próximas uma da outra.

Nos interferômetros de Fabry-Perot utilizamos duas placas planas de vidros dispostas paralelamente e separados por uma distância. A luz sofre várias reflexões entre as placas as quais são recobertas com um material refletor.

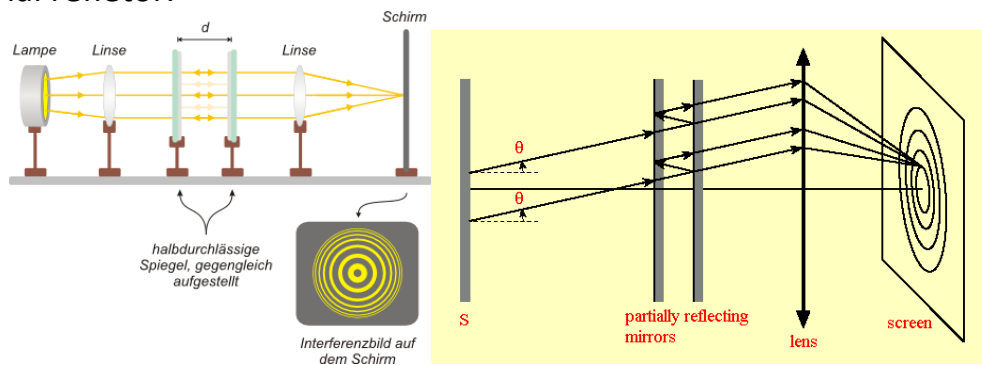


Fig. 17 Interferômetro de Fabry-Perot

## INTERFERÔMETRO DE MICHELSON-MORLEY

O interferômetro de Michelson-Morley foi concebido para testar a existência do éter. No seu arranjo mais simples, ele consiste de dois espelhos dispostos perpendicularmente entre si e de uma lâmina de faces paralelas de vidro, mas recoberta por um material especial. A função dessa lâmina, disposta de tal forma a fazer um ângulo de  $45^\circ$  com os espelhos (vide figura), é de produzir duas ondas eletromagnéticas a partir de uma mesma onda incidente (é uma divisora de feixes luminosos). A seguir, as duas ondas são refletidas nos dois espelhos voltando assim para a lâmina. A partir dessa segunda incidência na lâmina, as duas ondas eletromagnéticas, finalmente, são direcionadas para um sensor, o qual permitirá observar o efeito da interferência que resulta da superposição de duas ondas eletromagnéticas percorrendo caminhos ópticos diferentes.

Na experiência pioneira de Michelson e Morley eles procuravam detectar o deslocamento das franjas de interferência quando a luz se propagasse ao longo de um caminho numa dada direção (digamos a direção paralela àquela da velocidade da Terra em relação ao éter) e um segundo caminho numa direção perpendicular a essa. Presumivelmente, numa direção perpendicular àquela do deslocamento da terra em relação ao éter. O quanto as franjas se deslocariam seria proporcional ao

quadrado da velocidade da terra em relação ao éter. No entanto, não observaram qualquer deslocamento das franjas. Com isso colocaram por terra a teoria do éter.

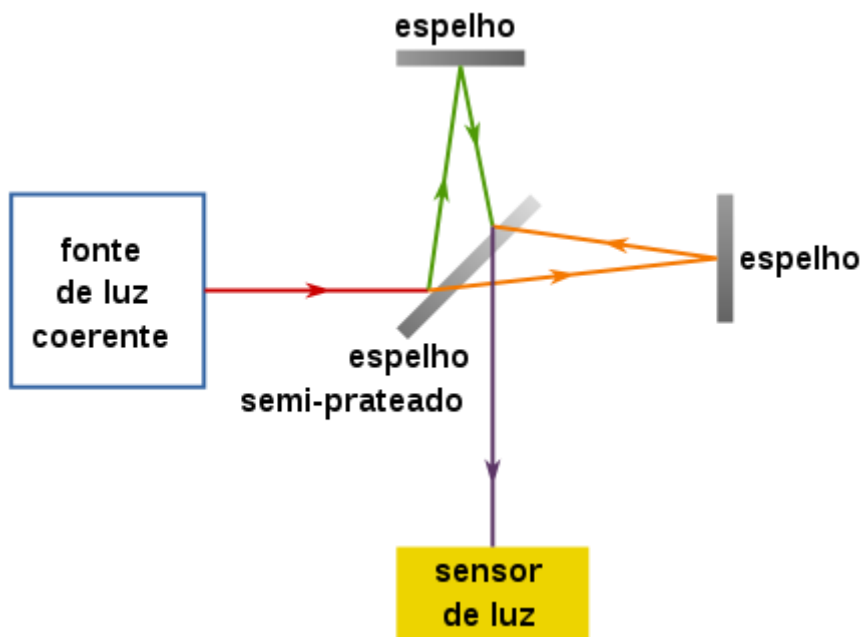


Fig. 18 Versão simplificada do Interferômetro de Michelson-Morley.