# 4323201 - Física Experimental A

*IFUSP 2020*

## EXP3 - Viscosidade

**Prof. Alain André Quivy**

Instituto de Física
Edifício Principal - Ala II, sala 109
(no final do corredor, na frente do bandejão)
Fone: 3091-7147
e-mail: aquivy@if.usp.br

# Erros comuns cometidos na EXP0:

- Cuidado com os conceitos de desvio padrão, desvio da média e desvio combinado
- Cuidado com o cálculo de propagação de incertezas
- Cuidado na hora de apresentar os resultados corretamente  na forma $\bar{X} \pm \sigma_c$
- Não apresentar apenas fórmulas ou resultados finais
- Explicar melhor as respostas e o raciocínio

# Tipos de erro num experimento

Grosseiro: Aquele que não pode/deve acontecer. Descartar a medida ou refazê-la

Instrumental: Devido à precisão intrínseca do instrumento (ver manual, ½ da menor divisão para uma régua)

Sistemático: Aquele que ocorre em todas as medidas, sempre na mesma direção e com o mesmo valor

- Aparelho mal calibrado, mau uso do equipamento
- Tempo de reação humana, coice de uma arma

Aleatório: As condições de medida não são exatamente reprodutíveis (operador, objeto, fatores ambientais). Este erro pode ser minimizado tomando um grande número de medidas. Por isto é também chamado de erro estatístico.

**Quando uma grandeza é medida n vezes e produz n resultados $x_i$ (i=1,...,n)**

Valor médio: $$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

Desvio padrão das medidas: $$\sigma = \sqrt{\frac{1}{(n-1)}\sum_{i=1}^{n}(\bar{x} - x_i)^2}$$

Desvio padrão do valor médio: $$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Incerteza combinada: $$\sigma_c = \sqrt{\sigma^2_{instrum.} + \sigma^2_{sist.} + \sigma^2_{estat.}}$$

→ $\boxed{\bar{X} \pm \sigma_c}$ apresentados corretamente!!!!!

# Como apresentar o resultado final corretamente????

$$\bar{x} \pm \sigma_c$$

- Expressar $\bar{x}$ e $\sigma_c$ na mesma unidade e com a mesma potência de 10
- Escrever $\sigma_c$ com um único algarismo significativo.
- "0" na frente nunca é significativo, mas atrás sim!!
- Escrever $\bar{x}$ com o mesmo número de casas decimais que $\sigma_c$
- Arredondar quando precisar
- $\sigma_c$ é sempre >0

**<u>O que é um algarismo significativo?</u>**

É qualquer algarismo exato de uma medida ou o primeiro algarismo duvidoso

Um algarismo exato é aquele que não varia durante a medida.

Um algarismo duvidoso é aquele que varia durante a medida.

# Informações adicionais

- ** Numa medida, sempre existe pelo menos o erro do instrumento
- ** O erro do instrumento depende do tipo de instrumento
  - Régua, trena, micrômetro → ½ da menor divisão
  - Aparelho analógico → manual (% do fundo da escala ou da leitura)
  - Aparelho digital → manual (% da leitura + alguns dígitos)
- ** Quando um tipo de erro é muito maior que os outros, ele domina os cálculos

  →Podemos desprezar os outros (com cuidado!!!)
- ** Sempre usar vários algarismos a mais nas contas intermediárias
- ** Só apresentar o número correto de algarismos na hora de escrever $x \pm \sigma_c$
- ** Fazer as contas da incerteza estatística com calculadora, não na mão!!!
- Cuidado, pois a calculadora só dá $\sigma$ e não $\sigma_m$
- Sempre apagar todos os dados anteriores antes de introduzir os novos
- Cuidado pois a calculadora fornece $\sigma$ com o fator 1/n e 1/(n-1)
- Para os dados 1, 2 e 3, $\sigma$ deve valer 1 e não 0.81649 ($(2/3)^{1/2}$)

# Como achar a incerteza de uma grandeza que não foi medida?

→Usar as fórmulas de propagação de incertezas

***** Casos simples de propagação de incertezas *****

Se y depende das variáveis independentes *x*, *z*,   (*a*, *p* e *q* são constantes)

$$y = x \pm z \qquad \to \qquad \sigma_{yc}^2 = \sigma_{xc}^2 + \sigma_{zc}^2$$

$$y = ax \qquad \to \qquad \sigma_{yc} = |a|\sigma_{xc}$$

$$y = ax^p z^q \qquad \to \qquad \left(\frac{\sigma_{yc}}{y}\right)^2 = \left(\frac{p\sigma_{xc}}{x}\right)^2 + \left(\frac{q\sigma_{zc}}{z}\right)^2 \to \quad \sigma_{yc} = .....$$

→ Apresentar o resultado $y \pm \sigma_{yc}$ da maneira correta com as regras citadas

Se a função y não é uma das 4 operações fundamentais

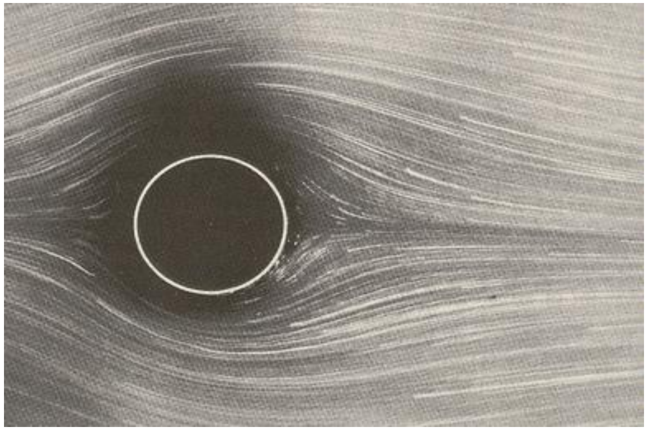
→ Usar a fórmula geral de propagação de incertezas

$$\boxed{\sigma_{yc} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left[\left(\frac{\partial}{\partial x_i} y\right)\sigma_{x_i c}\right]^2}}$$

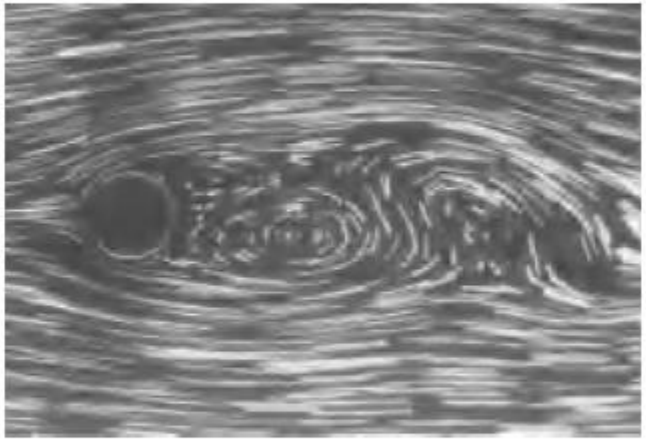
# EXP 3 – Viscosidade

**Todo corpo se deslocando num fluido (ar, água, óleo, …)**

→ é submetido a uma força de atrito viscoso no sentido oposto ao movimento

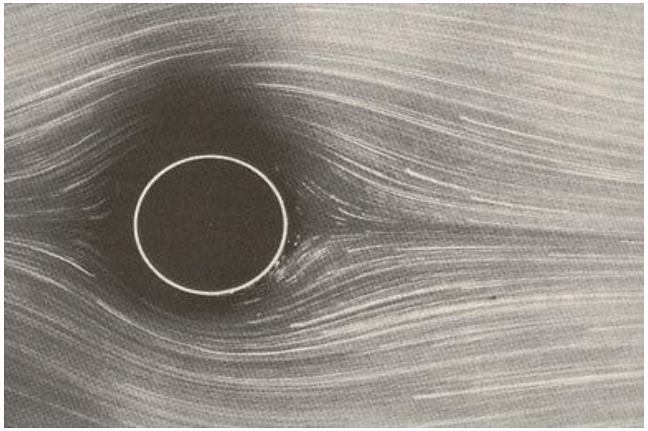


**Para baixas velocidades**
→ Regime de escoamento laminar
→ Equações físicas simples



**Para altas velocidades**
→ Regime de escoamento turbulento
→ Equações físicas complexas

## No regime laminar



→ O fluido é composto por finas camadas que deslizam umas sobre as outras, de maneira ordenada, com atrito entre elas.

Podemos definir uma viscosidade absoluta $\eta$ (ou dinâmica) tal que

$$\boxed{\tau_x = \eta \frac{dv_x}{dy}}$$

Unidade = Poise (≠SI)
Quanto vale??
(responder na guia)

onde $\eta$ é a constante de proporcionalidade entre a tensão de cisalhamento $\tau_x$ que é aplicada sobre uma camada do fluido e a velocidade $dv_x$ que esta adquire em relação às suas vizinhas, dividida pela espessura $dy$ da camada.

A viscosidade cinemática $\nu$ é definida como

$$\boxed{\nu = \frac{\eta}{\rho_{flu}}}$$

Unidade = Stokes (≠SI)
Quanto vale??
(responder na guia)

**Stokes** determinou experimentalmente a força de atrito que uma esfera sofre ao se deslocar num fluido real no regime laminar

$$\boxed{\vec{F}_{visc} = -6\pi\eta r\vec{v}}$$ (Lei de Stokes)

onde *r* é o raio da esfera e $\vec{v}$ sua velocidade.

Observou a transição do regime laminar para turbulento quando

$$\boxed{(Número\ de\ Reynolds)\quad R = \frac{2vr\rho_{flui}}{\eta} = \frac{2vr}{\nu} > 1}$$

Adimensional

# Determinação da viscosidade de um fluido

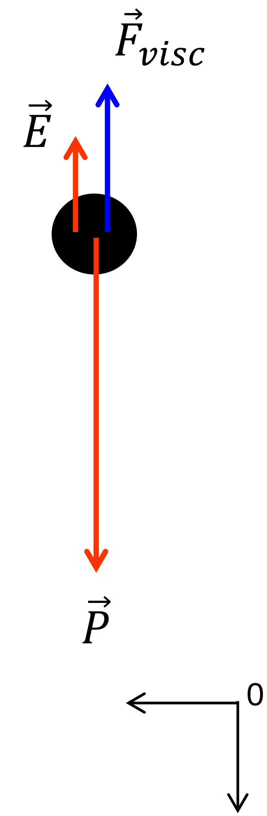
→ Viscosímetro de Stokes (esferas soltas num tubo contendo o fluido)


$$\boxed{\sum_i \overrightarrow{F_i} = m_{esf}\vec{a} = \vec{P} + \vec{E} + \vec{F}_{visc}}$$

$$\rightarrow m_{esf}\frac{dv}{dt} = m_{esf}g - m_{flui}g - 6\pi\eta r v$$

$$m = \rho V$$

$$\rightarrow \underbrace{\rho_{esf}V\frac{dv}{dt}}_{1} = \underbrace{\rho_{esf}Vg}_{2} - \underbrace{\rho_{flui}Vg}_{3} - \underbrace{6\pi\eta r v}_{4}$$




- 2 e 3 são constantes, 2+3>0, e 4 começa em 0 e vai aumentando.
- Em algum momento da queda, 2+3-4=0 → 1=0 → dv/dt = 0 → v=cste=$v_{lim}$

$$\rightarrow 0 = \rho_{esf} V g - \rho_{flui} V g - 6\pi\eta r v_{lim}$$

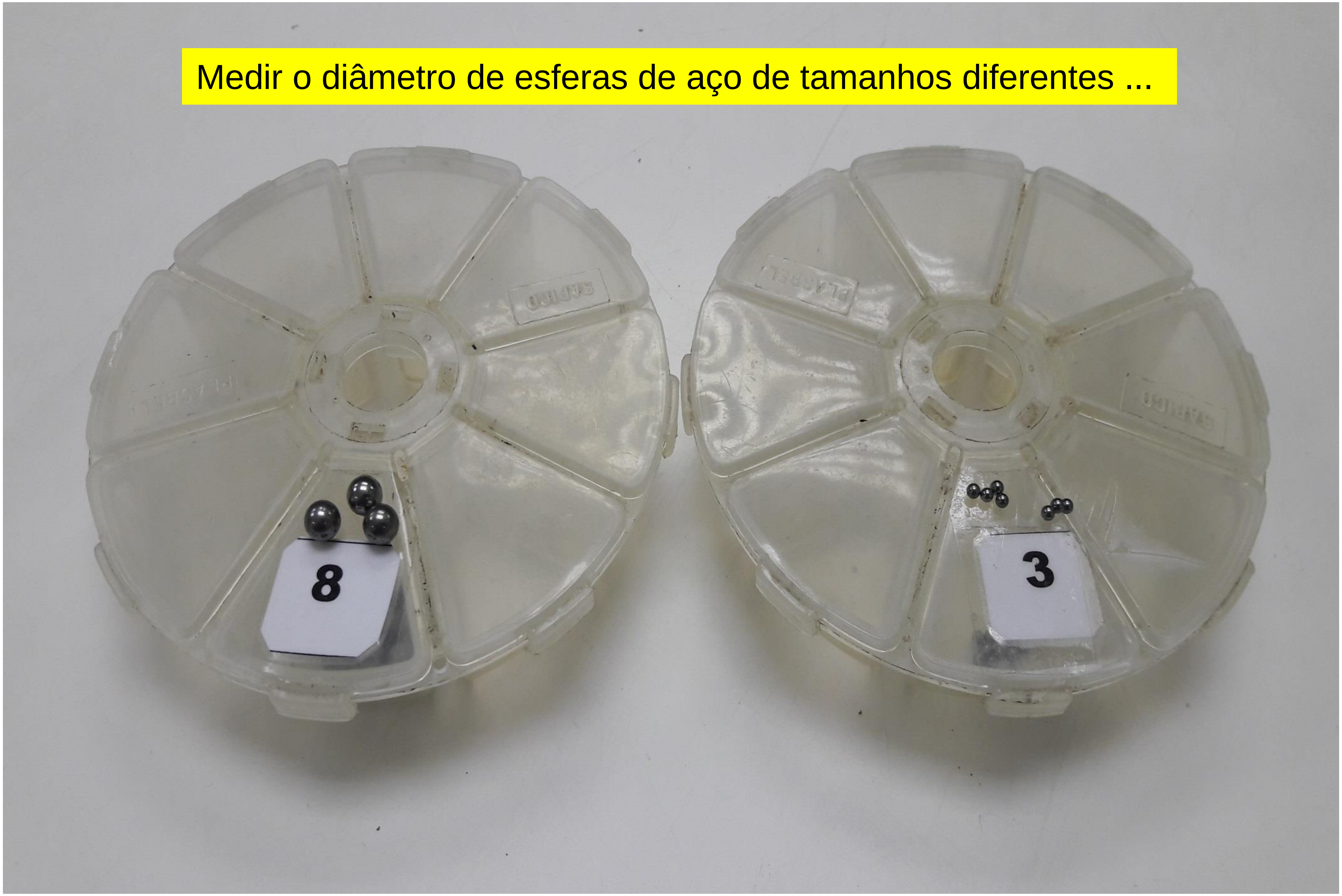
$$\rightarrow v_{lim} = \left(\rho_{esf} - \rho_{flui}\right) \frac{Vg}{6\pi\eta r}$$

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$\rightarrow \boxed{v_{lim} = \frac{2g}{9\eta}\left(\rho_{esf} - \rho_{flui}\right) r^2 = k\, r^2}$$

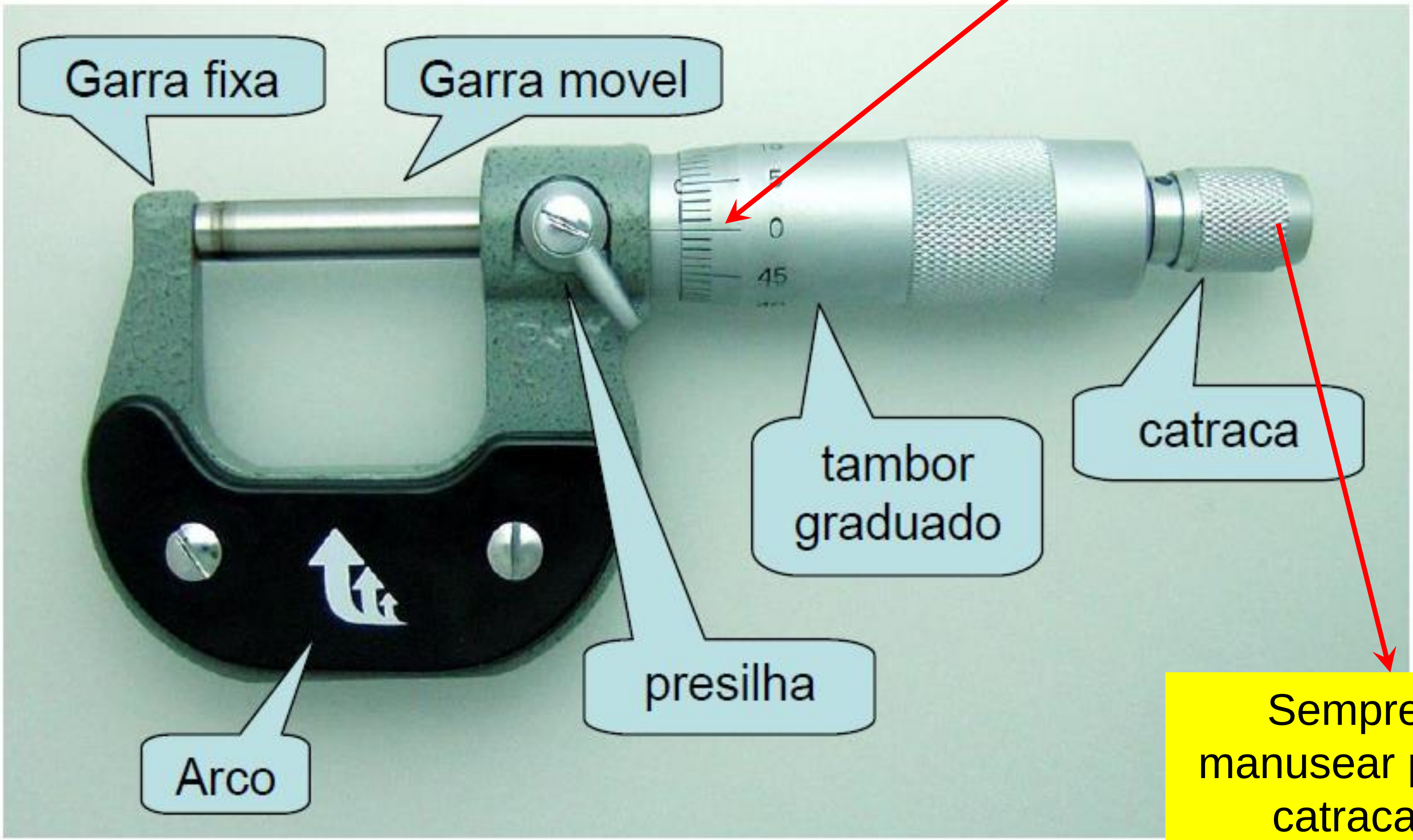
Jogando esferas de um mesmo material, mas com diâmetros diferentes, e medindo $v_{lim}$ para cada uma, é possível fazer um gráfico e encontrar $\eta$. **COMO**???

# Na experiência de hoje, ....

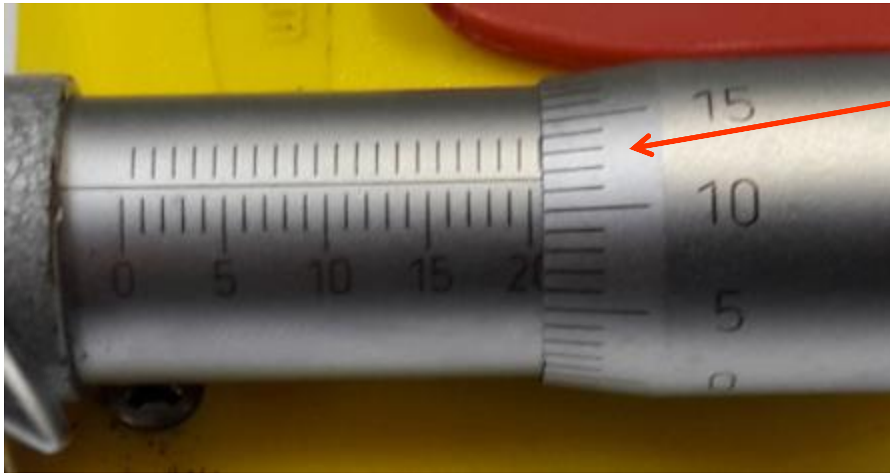


**Com um micrômetro**

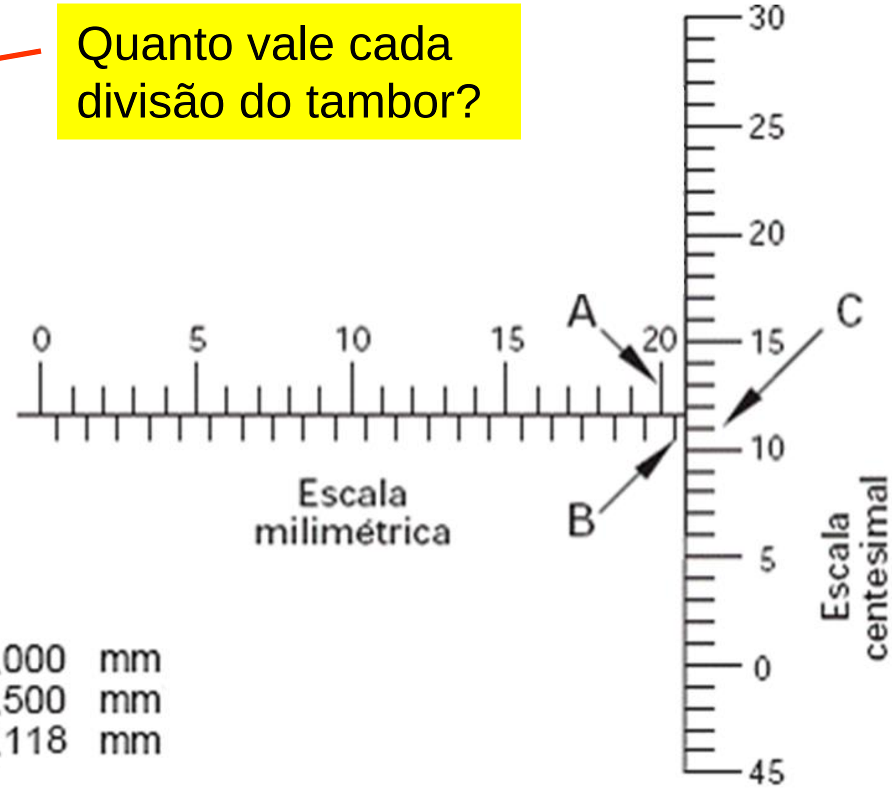
Conferir o zero!




Sempre manusear pela catraca

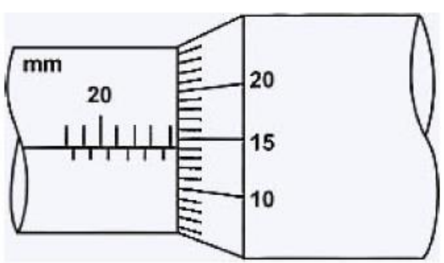


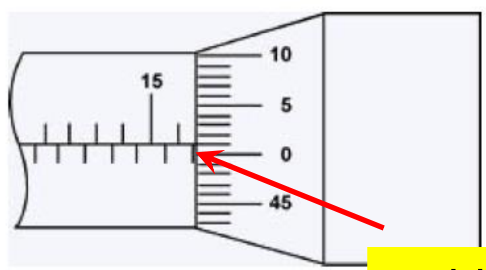

Quanto vale cada divisão do tambor?




Leitura

| | | | |
|---|---|---|---|
| | A | = 20,000 | mm |
| + | B | = 0,500 | mm |
| | C | = 0,118 | mm |
| | Total | = 20,618 | mm |




Cuidado com 0.5mm

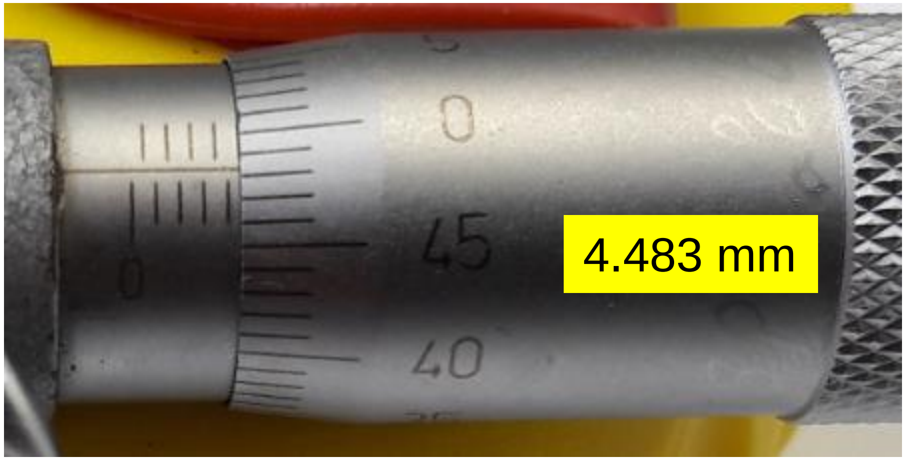
Quanto vale a leitura??

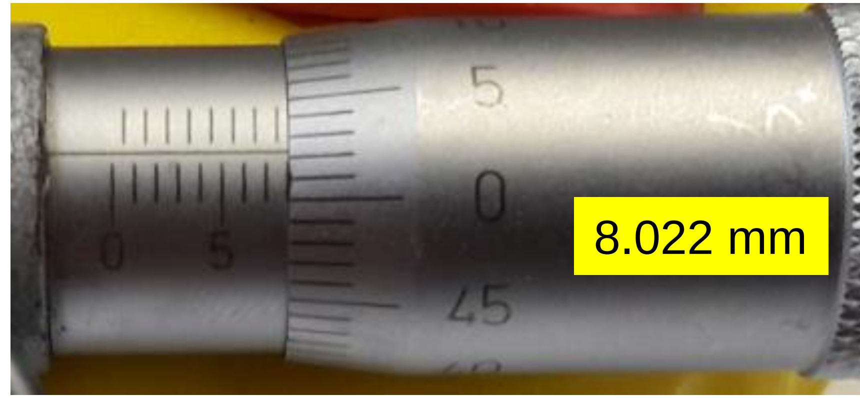


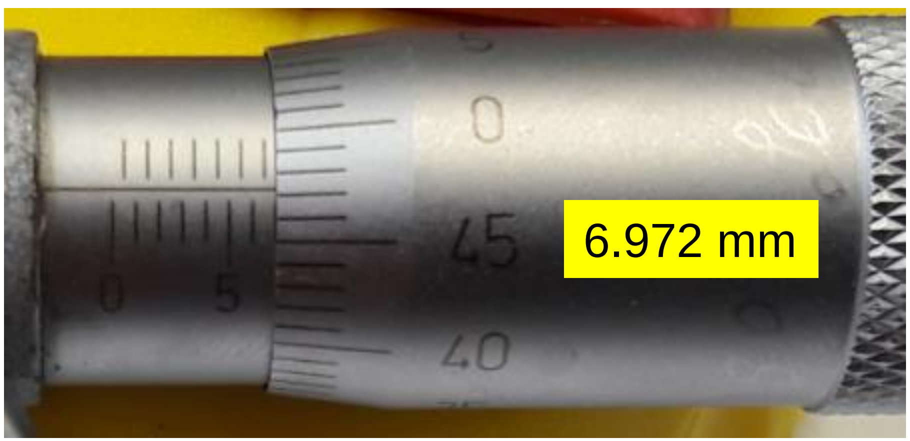


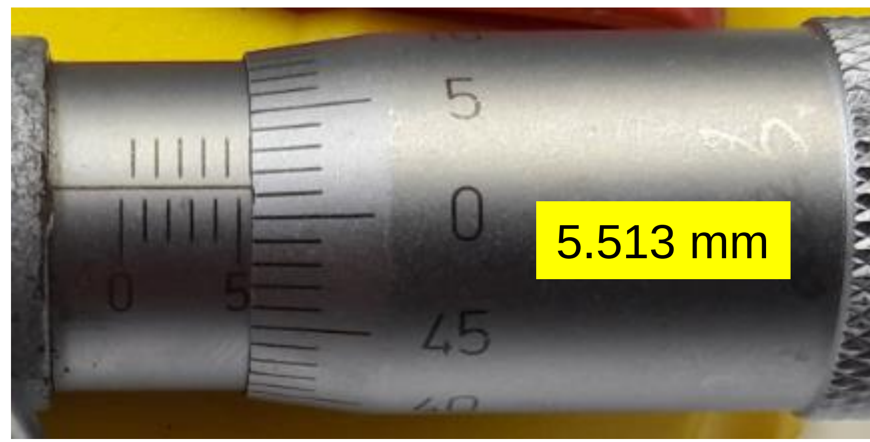
Qual é a incerteza de um micrômetro??

## Quanto vale a leitura??



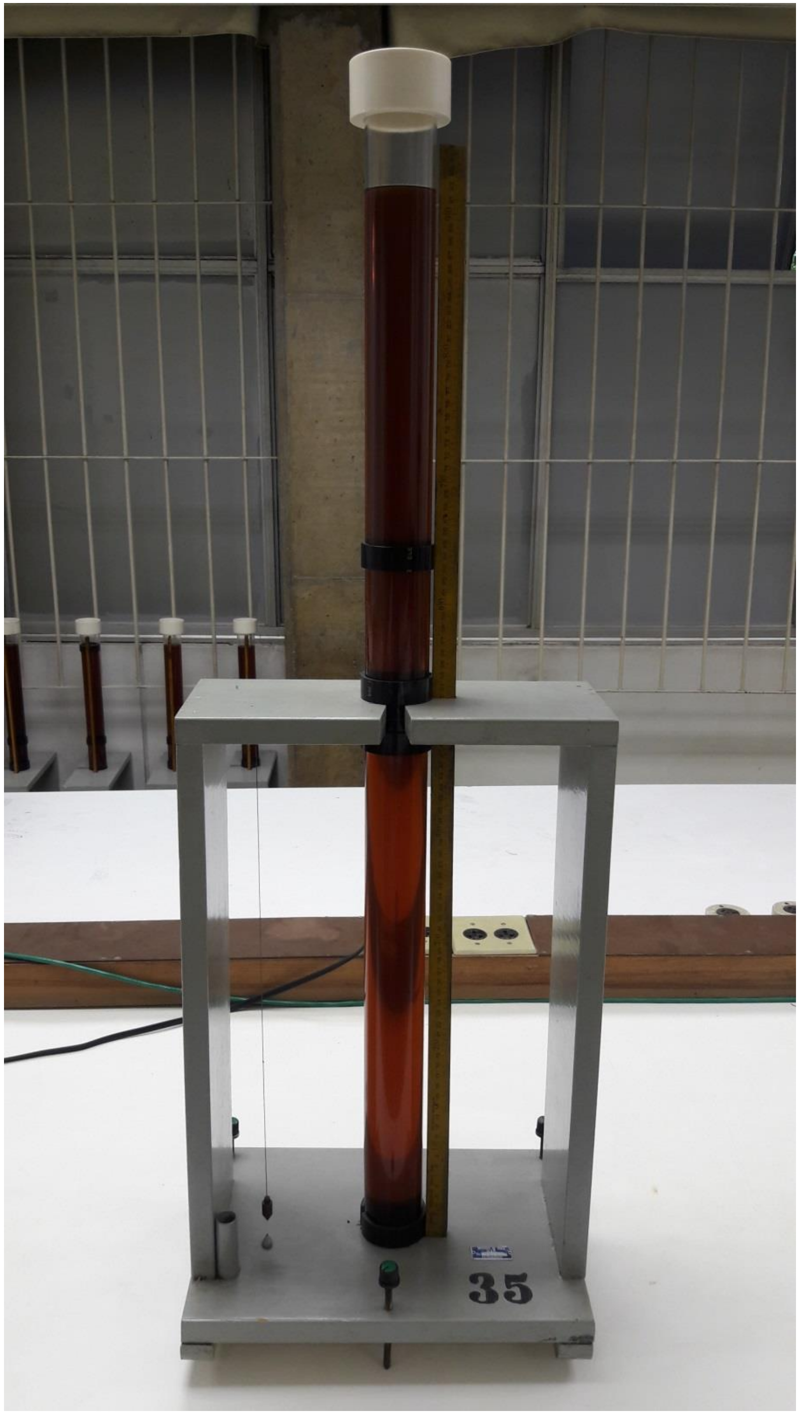

Incerteza = metade da menor divisão = 0.01 mm / 2 = 0.005 mm = 5 µm

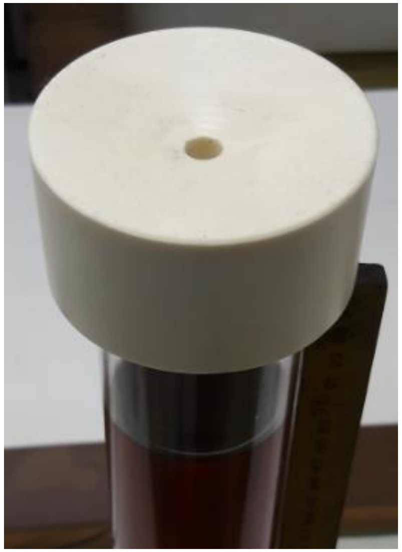
→ Precisa apresentar as medidas com 3 casas decimais!!!

| Tabela dos diâmetros $d$ das esferas (em mm) | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Esfera→ | #1 | #2 | #3 | #4 | #5 | #6 | #7 | #8 |
| 1 | | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | | |
| 3 | | | | | | | | |
| 4 | | | | | | | | |
| $\overline{d}$ (mm) | | | | | | | | |
| $\sigma_d$ (mm) | | | | | | | | |
| $\sigma_{\overline{d}}$ (mm) | | | | | | | | |
| $\sigma_{T_{\overline{d}}}$ (mm) | | | | | | | | |
| $\overline{r}$ (mm) | | | | | | | | |
| $\sigma_{T_{\overline{r}}}$ (mm) | | | | | | | | |
| $\overline{r}^2$ ($mm^2$) | | | | | | | | |
| $\sigma_{T_{\overline{r}^2}}$ ($mm^2$) | | | | | | | | |

Diâmetro *d* das esferas (*d* = 2 *r*)

- Preencher apenas uma coluna!!!
- Inserir os 4 valores medidos
- Calcular $\bar{d}, \sigma_d, \sigma_{\bar{d}}, \sigma_{\bar{d}c}$, ... com aplicativo Excel ou calculadora científica
- **Colocar os dados na planilha do Prof.**
- Comparar os resultados

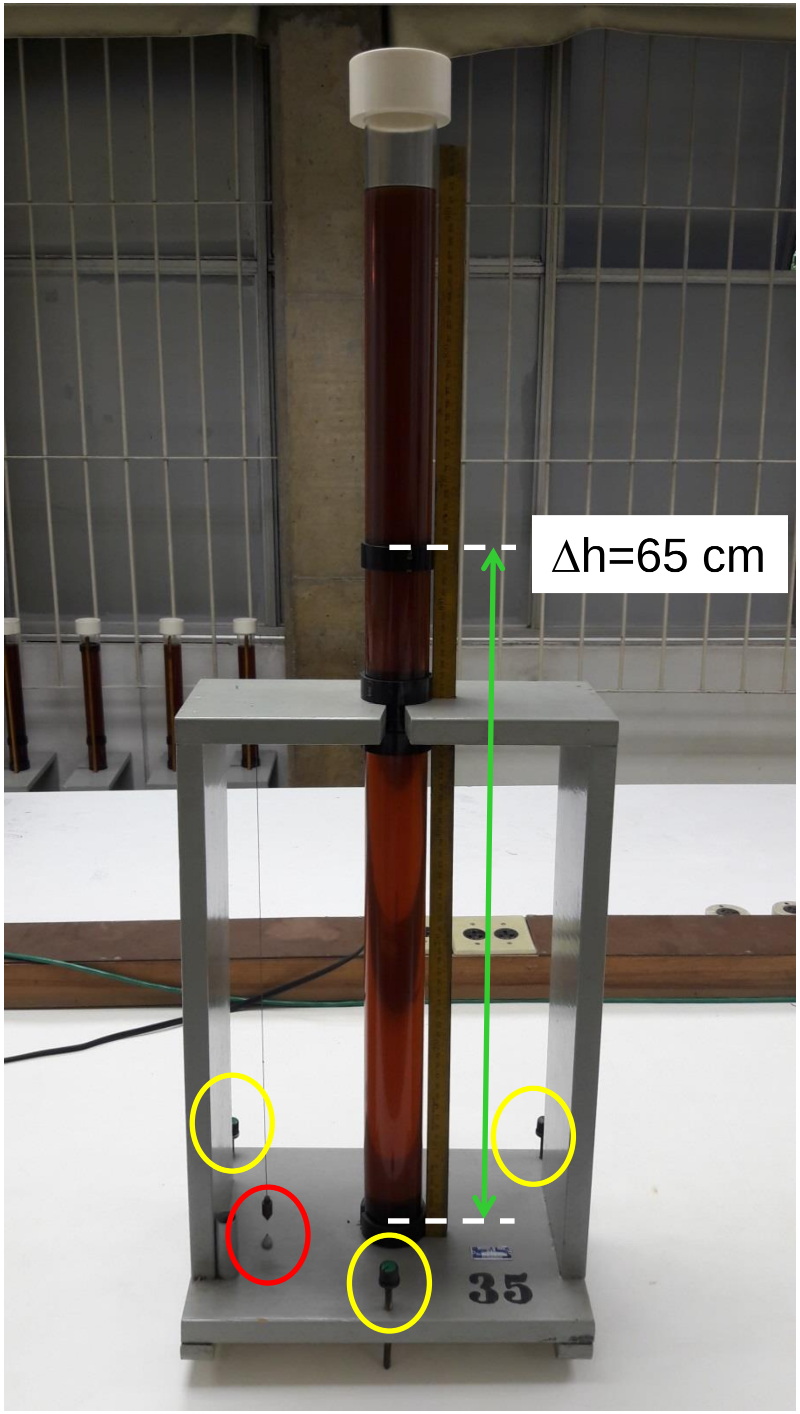


- Como vamos medir $v_{lim}$?

- Como saber se alcançamos o regime v=cste?

- Como determinar o melhor intervalo para as medidas de $v_{lim}$?



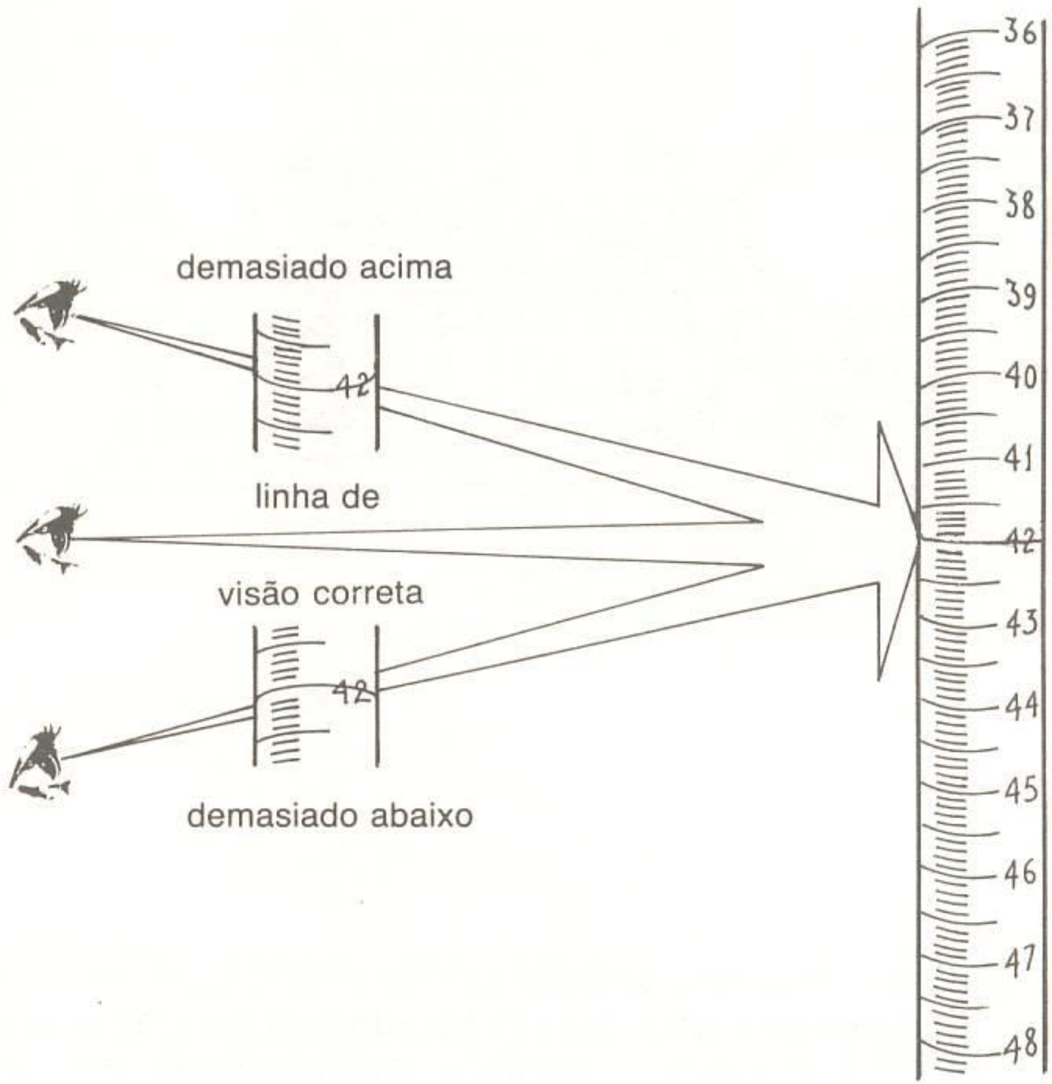

- Nivelar o sistema (cuidado para não piorar!!)
- Intervalo mais em baixo possível (v=cste)
- Intervalo maior possível (tempo maior)
  → Incerteza relativa menor
- Cronometrar o tempo de queda

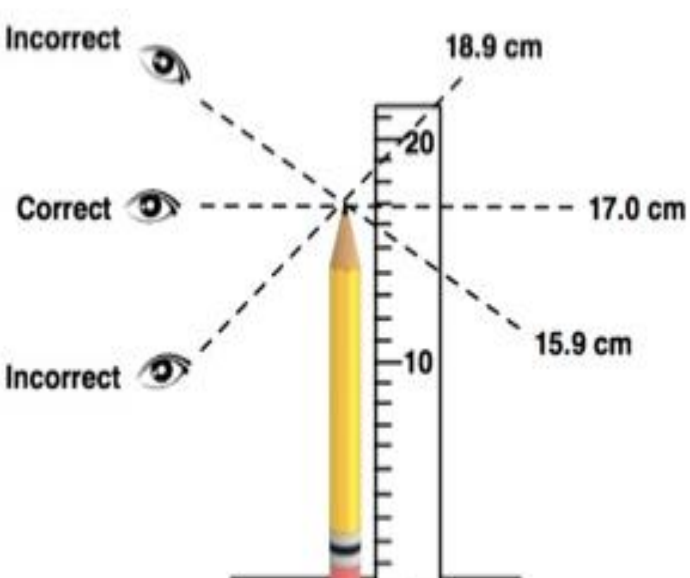
- Treinar lançamento e medida com cronômetro usando as outras esferas que não foram medidas

- Qual é o erro de $\Delta h$??

## Erros de $\Delta h$

- Incerteza da trena: 0.5 mm
- Paralaxe: 2 mm (??)




Posicionar sempre os olhos na altura das tiras na hora de acionar o cronômetro

## Quais são os erros do tempo??

## Erros do tempo

- Incerteza do cronômetro 0.01 s

- Tempo de reflexo 0.1 – 0.2 s (menor que na EXP0. Pq?)

| Tabela de valores de $\Delta t$ (em s) | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Esfera$\rightarrow$ | #1 | #2 | #3 | #4 | #5 | #6 | #7 | #8 |
| 1 | | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | | |
| 3 | | | | | | | | |
| 4 | | | | | | | | |
| $\overline{\Delta t}$ (s) | | | | | | | | |
| $\sigma_{\Delta t}$ (s) | | | | | | | | |
| $\sigma_{\overline{\Delta t}}$ (s) | | | | | | | | |
| $\sigma_{T_{\overline{\Delta t}}}$ (s) | | | | | | | | |
| $\overline{\Delta t} \pm \sigma_{T_{\overline{\Delta t}}}$ (s) | $\pm$ | $\pm$ | $\pm$ | $\pm$ | $\pm$ | $\pm$ | $\pm$ | $\pm$ |

Apresentar corretamente

- Preencher apenas uma coluna!!!
- Inserir os 4 valores medidos
- Calcular $\overline{\Delta t}, \sigma_{\Delta t}, \sigma_{\overline{\Delta t}}, \sigma_{\overline{\Delta t}c}$, ....
- **Colocar os dados na planilha do Prof.**
- Comparar os resultados

A equação do movimento adotada (3 forças externas) não leva em conta a influência das paredes do tubo que resulta numa força extra atuando sobre a esfera no sentido oposto ao movimento.

Precisamos corrigir o valor de $v_{\text{lim } D} = \frac{\Delta h}{\Delta t}$ por um fator $f = 1 + x + x^2$ onde $x = \frac{9r}{2D}$ (r = raio da esfera, D = diâmetro interno do tubo)

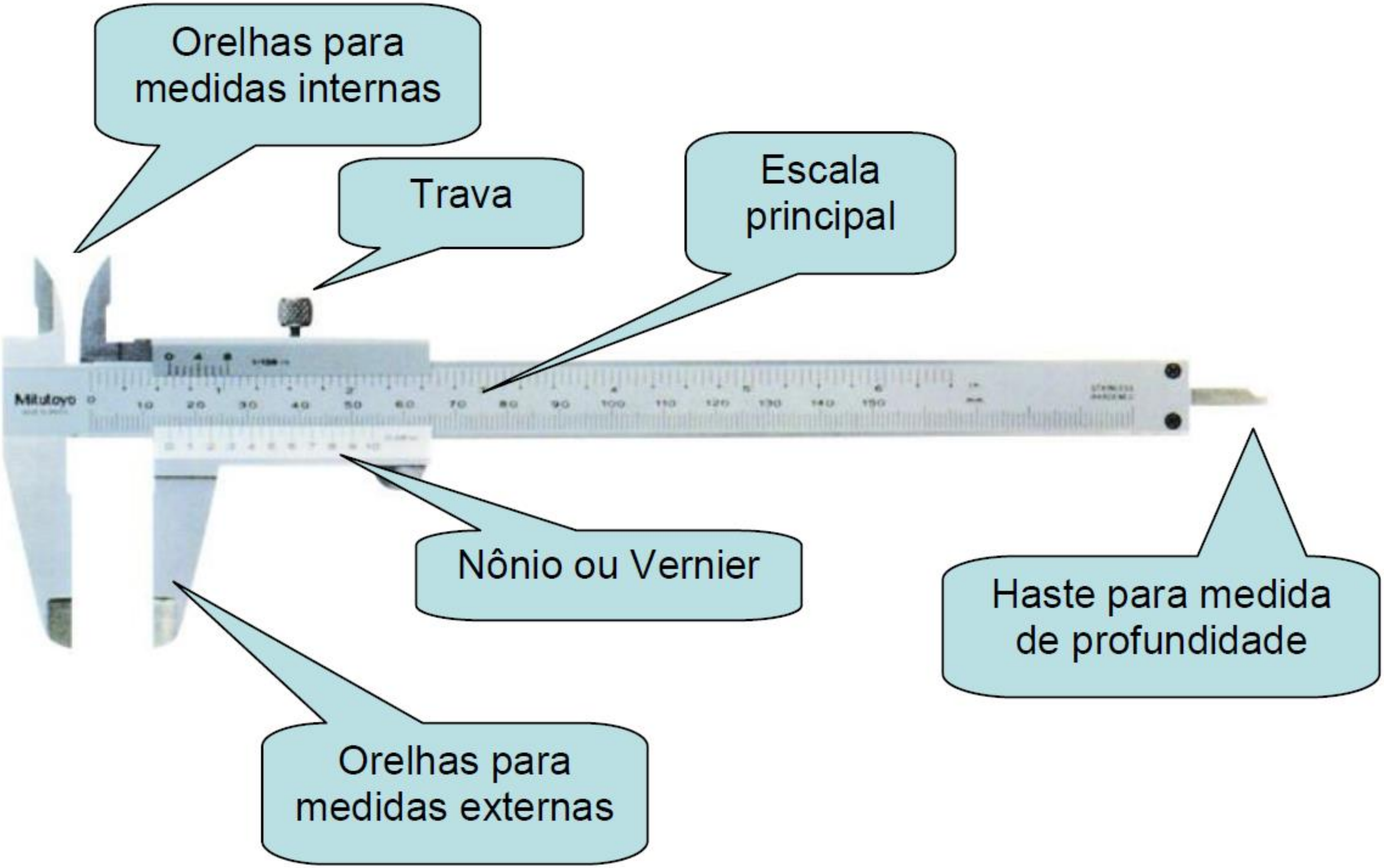
$\rightarrow$ $v_{\text{lim } \infty} = f \, v_{\text{lim } D}$

| Tabela de velocidades e de correções. | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Esfera$\rightarrow$ | #1 | #2 | #3 | #4 | #5 | #6 | #7 | #8 |
| $v_{\text{lim } D}$ (cm/s) | | | | | | | | |
| $\sigma_{v_{\text{lim } D}}$ (cm/s) | | | | | | | | |
| $x$ (adim.) | | | | | | | | |
| $f$ (adim.) | | | | | | | | |
| $v_{\text{lim } \infty}$ (cm/s) | | | | | | | | |
| $\sigma_{v_{\text{lim } \infty}}$ (cm/s) | | | | | | | | |

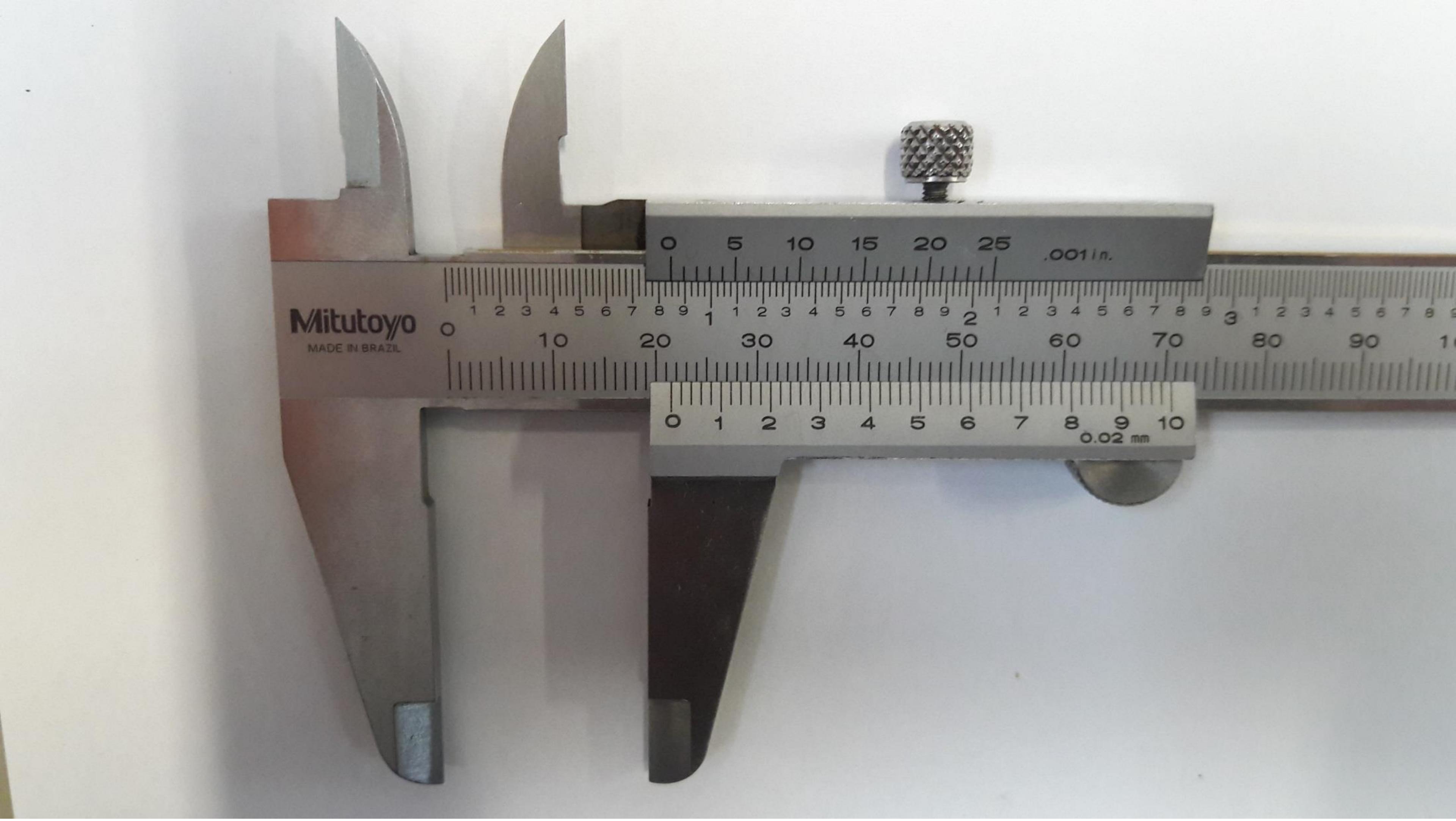
- Preencher apenas uma coluna!!!
- Calcular $v_{\text{lim } D}$, $x, f, v_{\text{lim } \infty}$
- Calcular $\sigma_{v_{\text{lim } D}}$, $\sigma_{v_{\text{lim } \infty}}$
- **Conferir na planilha do Prof. se seus valores estão corretos**

# Como medir o diâmetro interno do tubo??

## Com um paquímetro

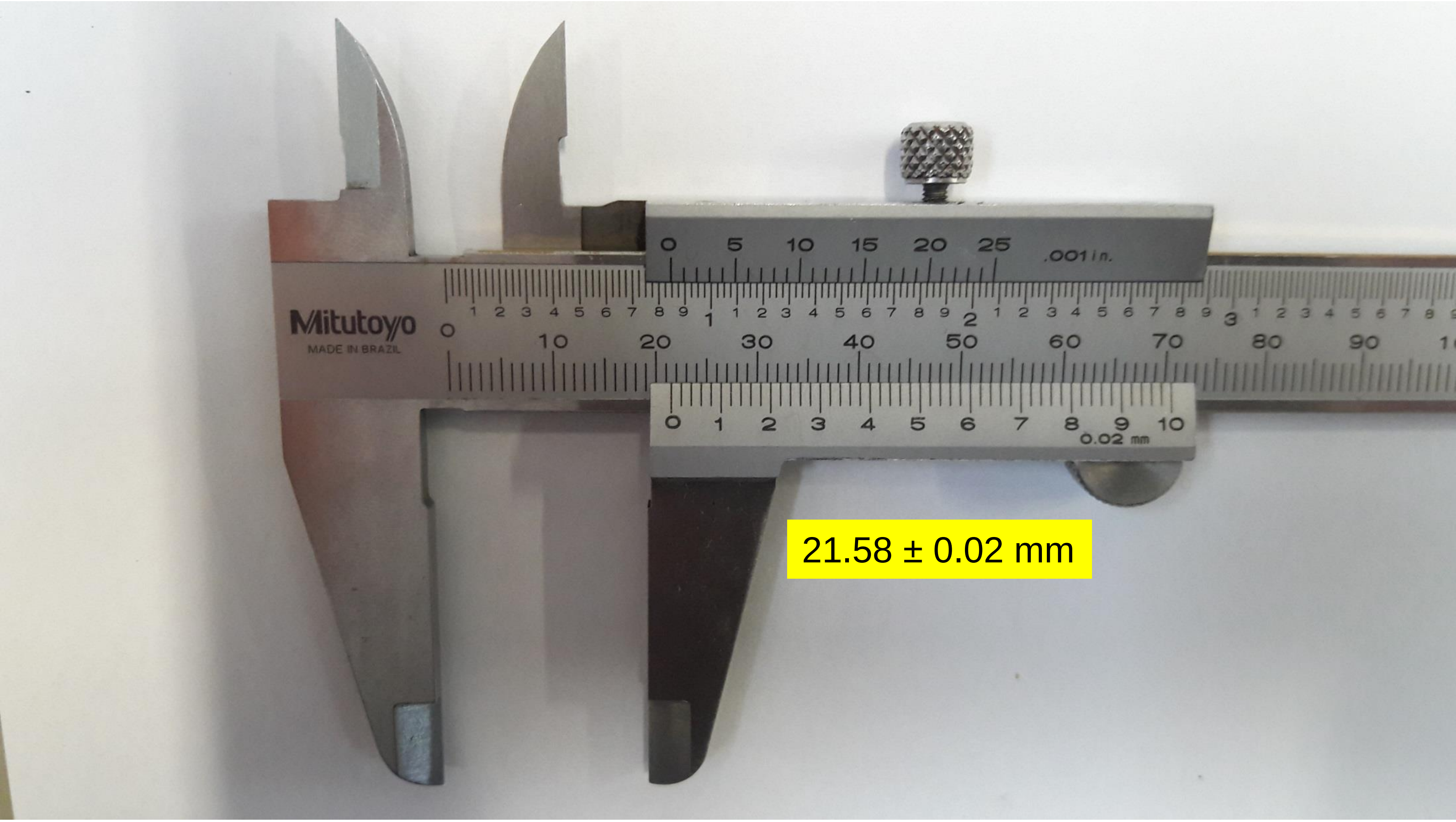


Quanto vale a leitura??




Qual é a incerteza do paquímetro??

Quanto vale a leitura??




21.58 ± 0.02 mm

Incerteza = menor divisão = 1 mm / 50 = 0.02 mm

| | $D$ (mm) |
|---|---|
| 1 | |
| 2 | |
| 3 | |
| $\overline{D}$ | |
| $\sigma_D$ | |
| $\sigma_{\overline{D}}$ | |
| $\sigma_{T_{\overline{D}}}$ | |
| $\overline{D} \pm \sigma_{T_{\overline{D}}}$ | $\pm$ |

- Inserir os 3 valores medidos
- Calcular $\overline{D}, \sigma_D, \sigma_{\overline{D}}, \sigma_{T\overline{D}}$, ....
- Apresentar corretamente os resultados

# A viscosidade depende da temperatura. Como medir $T$ e $\rho_{flui}$??


Termômetro digital

- Não tirar do tubo
- Em equilíbrio térmico com a sala
- Medir T logo antes de jogar as esferas e logo no final.
- Incerteza = 0.1 °C

Densímetro

- Para determinar $\rho_{flui}$ (g/cm$^3$)
- Não tirar do tubo
- Não mexer (ou deixar estabilizar 2 min)
- Incerteza ???
- Mesmo princípio que nas bombas a álcool (para evitar adulteração)


Menor divisão: 0.001 g/cm$^3$
→ incerteza do instrumento = 0.0005 g/cm$^3$

Presença de um menisco
→ incerteza da medida
= 0.001 g/cm$^3$


O mesmo instrumento é usado nas bombas a álcool para evitar adulteração

## Fazer um gráfico de $v_{lim} \times r^2$

- No computador, usar o programa  Origin 9.1 (ver procedimento)
- Discutir a presença de regime laminar e turbulento
- Discutir a validade da lei de Stokes
- A partir deste gráfico, extrair o valor de $\eta$
- Calcular $\nu$ e comparar com os dados da tabela (extrapolar se for necessário!!)
- Calcular *R e ver* se os valores de R são compatíveis com a tendência do gráfico
- Responder às perguntas

| T (°C) | Lubrax SJ SAE 20W/50 | Lubrax MG-1 Multi SAE 20W/40 |
|---|---|---|
| 0 | 25,00 | 20,00 |
| 10 | 11,00 | 8,00 |
| 20 | 5,80 | 4,00 |
| 30 | 3,10 | 2,10 |
| 40 | 1,84 | 1,28 |
| 50 | 1,10 | 0,80 |
| 60 | 0,75 | 0,50 |
| 70 | 0,50 | 0,36 |
| 80 | 0,36 | 0,25 |
| 90 | 0,27 | 0,185 |
| 100 | 0,21 | 0,14 |

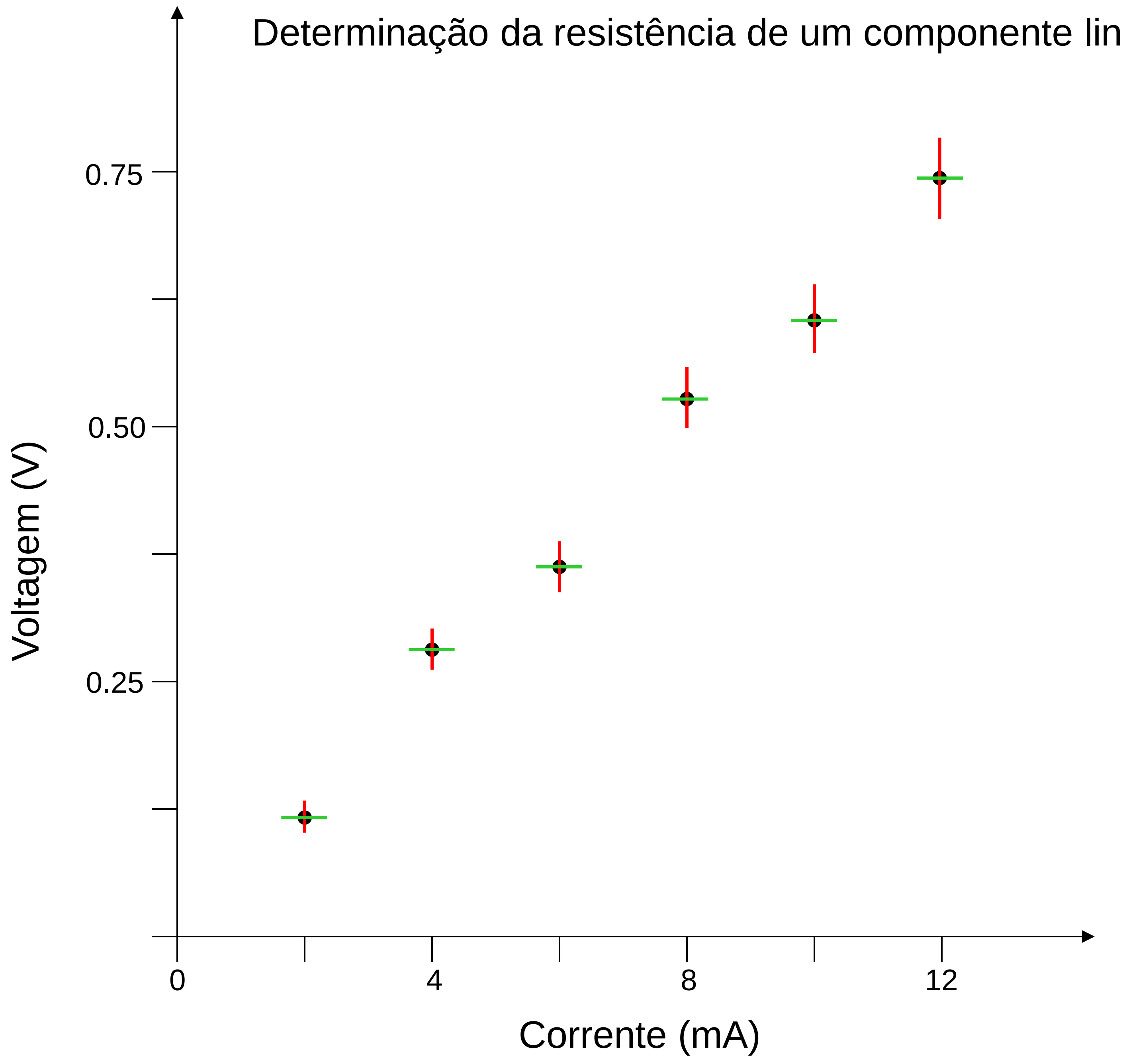
Viscosidade cinemática $\nu$ em Stokes para 2 tipos de óleo da Petrobras

# Gráfico

Maneira prática para ilustrar um conjunto de dados numéricos

→Deve ser simples, claro, mas completo

- Título explicativo (não redundante)
- 2 eixos com nome e unidade
- 2 escalas com algumas divisões e números simples
- Dados com as barras de erro
- Não traçar linha nem marcar o valor dos dados nas escalas

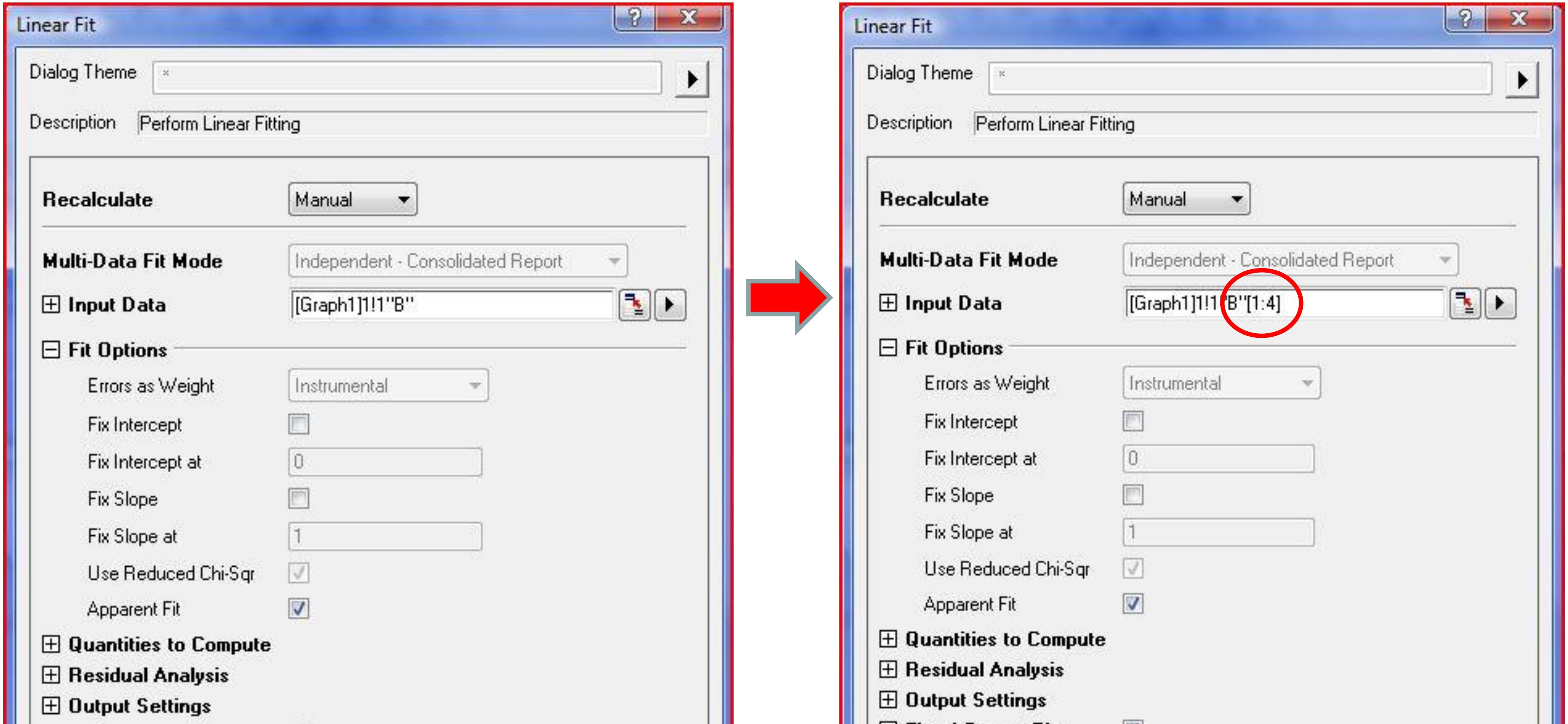

Determinação da resistência de um componente linear
0.75
0.50
0.25
Voltagem (V)
0
4
8
12
Corrente (mA)

# Como limitar o número de dados numa regressão linear?

•Selecionar **Analysis → Fitting → Linear fit → Open dialog**.

•No campo *input data*, inserir no final a expressão [n1:n2] onde n1 e n2 são respectivamente o número do primeiro e do último dado a serem levados em conta na regressão.

• Clicar **OK**.



•**Procedimento para fazer um gráfico com Origin 9.1**

•No desktop, clique no ícone **ORIGIN 9.1**.

•Um novo projeto (book1) será aberto com duas colunas: uma para os dados do eixo x (coluna A(x)) e outra para os dados do eixo y (coluna B(y)).

•Se precisar de mais colunas, clique em **Column**, seguido de **Add new column**, escolhe o número de colunas extras desejado, e clique **OK**.

•Se uma destas novas colunas (C(y) por exemplo) for associada às barras de erro de uma das grandezas (por exemplo dos dados B(y)), selecione a coluna relacionada INTEIRA C(y), clique em **Column** seguido de **Set as** e de **Y error**. O nome da coluna deve ter mudado para alguma coisa do tipo C(yEr±).

•Se quiser, pode mencionar nas duas primeiras linhas amarelas de cada coluna A(x) e B(y) (não para a coluna de incerteza) o nome dos eixos e as unidades relacionadas. Todavia, isto pode também ser feito mais tarde diretamente no gráfico, se preferir. Não precisa preencher as linhas amarelas “Comments” e F(x).

•Preencha as colunas com seus dados, começando a partir da linha 1 (parte branca da tabela). Frações não são reconhecidas pelo programa. Use valores decimais.

•Para montar o gráfico, selecione todas as colunas desejadas (aquelas contendo os erros também), clique em **Plot**, seguido de **Symbol** e **Scatter.**

•Se achar necessário, pode clicar duas vezes sobre as escalas e mudar o estilo, os valores, etc.

•Pode fazer a mesma coisa com o nome e a unidade de cada eixo do gráfico, clicando duas vezes neles.

•Para fazer uma regressão linear dos dados, selecione o gráfico (clique nele) e clique em **Analysis**, seguido de **Fitting**, **Linear fit**, **Open dialog** (normalmente não precisa mudar nada) e **OK**. Uma reta vermelha indicará o melhor ajuste, e uma caixa de texto aparecerá com os parâmetros indicando a qualidade do ajuste (Adj. R-Squ, que deve ser o mais próximo possível de 1), o coeficiente linear (intercept) e o coeficiente angular (slope), assim como as incertezas desses 2 últimos parâmetros (à direita).

•Para colocar um título no seu gráfico, clique no ícone **T** (de texto) à esquerda da tela e clique uma segunda vez no seu gráfico para posicionar e inserir o título.

•Repita a operação para mencionar os nomes dos integrantes da equipe.

•Acerte a legenda dos símbolos e da regressão (tudo em português, com nome sucinto).

•Coloque todos esses textos dentro da área da folha, deixando um espaço em branco de 1 cm na borda da folha, para ter certeza que tudo será impresso corretamente.

•Imprima o gráfico, selecionando a impressora LaserJet Professional CP1520 ou LaserJet 1300.

•Não apague seus dados antes de ter certeza que tudo está certo e foi impresso corretamente. Na dúvida, salve seus dados no desktop, mostre tudo para o Professor, e depois volte para apagar os seus dados do computador.

•Vá buscar o gráfico na impressora localizada no balcão de atendimento do laboratório, perto das salas 116 e 117.

| Tabela dos diâmetros $d$ das esferas (em mm) | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Esfera→ | #1 | #2 | #3 | #4 | #5 | #6 | #7 | #8 |
| 1 | | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | | |
| 3 | | | | | | | | |
| 4 | | | | | | | | |
| $\overline{d}$ (mm) | | | | | | | | |
| $\sigma_d$ (mm) | | | | | | | | |
| $\sigma_{\overline{d}}$ (mm) | | | | | | | | |
| $\sigma_{T_{\overline{d}}}$ (mm) | | | | | | | | |
| $\overline{r}$ (mm) | | | | | | | | |
| $\sigma_{T_{\overline{r}}}$ (mm) | | | | | | | | |
| $\overline{r}^2$ (mm$^2$) | | | | | | | | |
| $\sigma_{T_{\overline{r}^2}}$ (mm$^2$) | | | | | | | | |

$$\sigma_d = \sqrt{\frac{1}{(n-1)}\sum_{i=1}^{n}(\bar{x} - x_i)^2}$$

$$\sigma_{\bar{d}} = \sigma_d/\sqrt{n}$$

$$\sigma_{T_{\bar{d}}} = \sigma_{\bar{d}_c} = \sqrt{(\sigma_{\bar{d}})^2 + (\sigma_{microm})^2}$$

$$\bar{r} = \frac{\bar{d}}{2}$$

$$\sigma_{T_{\bar{r}}} = \sigma_{\bar{r}_c} = \frac{\sigma_{T_{\bar{d}}}}{2}$$

$$y = \bar{r}^2 = (\bar{r})^2$$

$$\left(\frac{\sigma_y}{y}\right)^2 = \left(2\,\frac{\sigma_{\bar{r}}}{\bar{r}}\right)^2 \rightarrow \sigma_y = \sigma_{T_{\bar{r}^2}} = 2\bar{r}\sigma_{T_{\bar{r}}}$$

| Tabela de valores de $\Delta t$ (em s) | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Esfera→ | #1 | #2 | #3 | #4 | #5 | #6 | #7 | #8 |
| 1 | | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | | |
| 3 | | | | | | | | |
| 4 | | | | | | | | |
| $\overline{\Delta t}$ (s) | | | | | | | | |
| $\sigma_{\Delta t}$ (s) | | | | | | | | |
| $\sigma_{\overline{\Delta t}}$ (s) | | | | | | | | |
| $\sigma_{T_{\overline{\Delta t}}}$ (s) | | | | | | | | |
| $\overline{\Delta t} \pm \sigma_{T_{\overline{\Delta t}}}$ (s) | $\pm$ | $\pm$ | $\pm$ | $\pm$ | $\pm$ | $\pm$ | $\pm$ | $\pm$ |

$$\sigma_{T_{\overline{\Delta t}}} = \sigma_{\overline{\Delta t}_c} = \sqrt{(\sigma_{\overline{\Delta t}})^2 + (\sigma_{cron})^2 + (\sigma_{sist})^2}$$

| Tabela de velocidades e de correções. | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Esfera→ | #1 | #2 | #3 | #4 | #5 | #6 | #7 | #8 |
| $v_{\lim D}$ (cm/s) | | | | | | | | |
| $\sigma_{v_{\lim D}}$ (cm/s) | | | | | | | | |
| $x$ (adim.) | | | | | | | | |
| $f$ (adim.) | | | | | | | | |
| $v_{\lim \infty}$ (cm/s) | | | | | | | | |
| $\sigma_{v_{\lim \infty}}$ (cm/s) | | | | | | | | |

$$v_{\lim D} = \frac{\Delta h}{\overline{\Delta t}}$$

$$x = \frac{9r}{2D}$$

$$f = 1 + x + x^2$$

$$v_{\lim \infty} = f\, v_{\lim D}$$

$$\sigma_{v_{\lim \infty}} = f \sigma_{v_{\lim D}}$$

$$\left(\frac{\sigma_{v_{\lim D}}}{v_{\lim D}}\right)^2 = \left(\frac{\sigma_{\Delta h}}{\Delta h}\right)^2 + \left((-1)\frac{\sigma_{T_{\overline{\Delta t}}}}{\overline{\Delta t}}\right)^2 \rightarrow \sigma_{v_{\lim D}} = v_{\lim D}\sqrt{\left(\frac{\sigma_{\Delta h}}{\Delta h}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{T_{\overline{\Delta t}}}}{\overline{\Delta t}}\right)^2}$$

| | $D$ (mm) |
|---|---|
| 1 | |
| 2 | |
| 3 | |
| $\overline{D}$ | |
| $\sigma_D$ | |
| $\sigma_{\overline{D}}$ | |
| $\sigma_{T_{\overline{D}}}$ | |
| $\overline{D} \pm \sigma_{T_{\overline{D}}}$ | $\pm$ |

$$\sigma_{T_{\overline{D}}} = \sigma_{\overline{D}_c} = \sqrt{(\sigma_{\overline{D}})^2 + (\sigma_{paq})^2}$$

**Fazer um gráfico de $v_{lim} \times r^2$ *(unidades CGS compatíveis!!!)***

$$v_{lim} = \frac{2g}{9\eta}\left(\rho_{esf} - \rho_{flui}\right) r^2 = k\, r^2$$

Coeficiente angular da reta
(quais são as unidades de *k*?)

$$\boxed{\rightarrow \eta = \frac{2g}{9k}\left(\rho_{esf} - \rho_{flui}\right)}$$

## Como achar o erro de $\eta$?

Possuem erro

$$\eta = \frac{2g}{9k}\left(\rho_{esf} - \rho_{flui}\right) = \frac{2g}{9}\left(\rho_{esf} - \rho_{flui}\right)k^{-1}$$

Como $\dfrac{\sigma_g}{g} \ll \dfrac{\sigma_{\rho_{flui}}}{\rho_{flui}} \ll \dfrac{\sigma_k}{k}$ $\rightarrow$ Vamos levar em conta apenas o erro de *k*

$$\rightarrow \eta = ak^{-1} \quad \rightarrow \quad \left(\frac{\sigma_\eta}{\eta}\right)^2 = \left((-1)\frac{\sigma_k}{k}\right)^2$$

$$\boxed{\rightarrow \sigma_\eta = \eta \frac{\sigma_k}{k}}$$

# Como achar o erro de ν?

Possuem erro

$$\nu = \frac{\eta}{\rho_{flui}}$$

$$\rightarrow \quad \left(\frac{\sigma_\nu}{\nu}\right)^2 = \left(\frac{\sigma_\eta}{\eta}\right)^2 + \left((-1)\frac{\sigma_{\rho_{flui}}}{\rho_{flui}}\right)^2$$

$$\boxed{\rightarrow \sigma_\nu = \nu\sqrt{\left(\frac{\sigma_\eta}{\eta}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{\rho_{flui}}}{\rho_{flui}}\right)^2}}$$

## Como comparar o seu valor de $\nu$ com os da tabela?

## Qual dos 2 óleos foi usado no experimento?

| T (°C) | Lubrax SJ SAE 20W/50 | Lubrax MG-1 Multi SAE 20W/40 |
|---|---|---|
| 0 | 25,00 | 20,00 |
| 10 | 11,00 | 8,00 |
| 20 | 5,80 | 4,00 |
| 30 | 3,10 | 2,10 |
| 40 | 1,84 | 1,28 |
| 50 | 1,10 | 0,80 |
| 60 | 0,75 | 0,50 |
| 70 | 0,50 | 0,36 |
| 80 | 0,36 | 0,25 |
| 90 | 0,27 | 0,185 |
| 100 | 0,21 | 0,14 |

Se o seu valor de $\nu$ encontrado foi $\nu$ = 4,59 ± 0,08 Stokes e T = 24,3 °C

→ Fazer a interpolação dos valores na tabela para T = 24,3 °C

→ $\nu$ (20W/50) = 4,64 St e $\nu$ (20W/40) = 3,18 St

→ Bate exatamente com o óleo SAE 20W/50

FIM