# Cartel

2

1

| | $q_D$ | $q_m^c$ | $q_A$ |
|---|---|---|---|
| $q_D = 1/4$ | $\frac{1}{8}, \frac{1}{8}$ x | $\frac{5}{48}, \frac{5}{36}$ | $\frac{3}{32}, \frac{9}{64}$ |
| $q_M^c = 1/3$ | $\frac{5}{56}, \frac{5}{48}$ | $\frac{1}{9}, \frac{1}{9}$ | $\frac{7}{72}, \frac{7}{64}$ |
| $q_A = \frac{3}{8}$ | $\frac{9}{64}, \frac{3}{32}$ | $\frac{7}{64}, \frac{7}{72}$ | $\frac{3}{32}, \frac{3}{32}$ |

# O Jogo Repetido Infinito

Jogadores:

- 2 firmas que vivem para sempre
- a cada período elas observam a história do jogo, e jogam o jogo estático.
- $q_i \in \{q_B, q_M, q_A\}$, $i = 1, 2$
- $\rho$ é o fator de desconto.

( $r \to tx$ de juros

$$\beta = \frac{1}{1+r}$$

$$r = 0{,}02 \Rightarrow \beta = 0{,}99$$

1 ano: $\beta \times 100 \to$ valor hoje

2 anos: $\beta \times \beta \times 100 \to$ //

$\beta^2 100$

3 anos: $\beta^3 100 \to$ // )

Ganho das firmas:

firmas maximizam

$$\Pi_i = \sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} \underline{\pi_i(t)}$$

mesmo jogo estático

As firmas adotam a <u>estratégia do gatilho</u> (Trigger strategy).

É uma estratégia onde os jogadores cooperam (jogam $q = 1/4$) enquanto os demais jogadores cooperaram no passado. Se alguém desviar em algum período passado, então eles jogam a quantidade (não-cooperativa) de Cournot.

Definição: um jogador $i$ joga a estratégia do gatilho se, para cada período $\tau$, $\tau = 1, 2 \ldots$

$$q_i(\tau) = \begin{cases} 1/4, & \text{enquanto } q_1(t) = q_2(t) = 1/4, \text{ p/ todos } t = 1, \ldots, \tau - 1 \\ 1/3, & \text{em qualquer outro caso} \end{cases}$$

# Equilíbrio

Nunca houve desvio ($q_1 = q_2 = 1/4$)

Firma 1: vale a pena desviar?

(i) se não desviar

$$\frac{1}{8} + \rho\frac{1}{8} + \rho^2\frac{1}{8} + \cdots = \frac{1}{8}\left(1 + \rho + \rho^2 + \cdots\right)$$

$$= \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{1-\rho} = \frac{1}{8(1-\rho)} \; //$$

(ii) Se desvian

$$\frac{9}{64} + \rho\frac{1}{9} + \rho^2\frac{1}{9} + \ldots$$

$$= \frac{9}{64} + \frac{1}{9}\left(\rho + \rho^2 + \ldots\right) = \frac{9}{64} + \frac{\rho}{9(1-\rho)}$$

Condição p/ não haver desvio:

$$\frac{1}{8(1-\rho)} \geq \frac{9}{64} + \frac{\rho}{9(1-\rho)}$$

$$\frac{1}{8} \geq \frac{9(1-\rho)}{64} + \frac{\rho}{9} =$$

$$\frac{9}{8} \geq \frac{81}{64}(1-\rho) + \rho = \frac{81}{64} - \frac{81\rho}{64} + \frac{64\rho}{64}$$

$$\frac{9}{8} - \frac{81}{64} \geq -\frac{17\rho}{64}$$

$$\frac{72-81}{\cancel{64}} \geq -\frac{17\rho}{\cancel{64}}$$

$$-9 \geq -17\rho$$

$$\rho \geq \frac{9}{17}$$

se as firmas forem suficientemente pacientes ($\rho_i \geq 9/17$), é um equilíbrio jogar $q_1 = q_2 = 1/4$ no jogo infinito.

1- Equilíbrio do jogo infinito é diferente do jogo estático.

2- A repetição é essencial para esse equilíbrio.

3- As firmas a quantidade de cooperação em um jogo não-cooperativo. (!)

→ Conluio combinado → cartel

→ Conluio tácito → quantidade de cartel sem combinação. (não é crime)

Exercício: Seja o jogo estático

| | | B | |
|---|---|---|---|
| | | C | NC |
| A | C | 3, 3 | 7, 0 |
| | NC | 0, 7 | 5, 5 |

Agora considere o jogo repetido infinito, e que as firmas estão jogando a estratégia do gatilho.

Ache a condição p/ $\rho$ que sustenta os jogadores jogarem $\{C, C\}$ indefinidamente.

Agentes jogam $\{NC, NC\}$ desde sempre.

Jogador 1 deve decidir se desvia ou não

(i) se não desviar

$$5 + \rho 5 + \rho^2 5 + \dots = 5(1 + \rho + \dots)$$

$$= \frac{5}{1-\rho}$$

(ii) Se desvian

$$7 + \rho 3 + \rho^2 3 + \dots = 7 + 3(\rho + \rho^2 + \dots)$$

$$= 7 + \frac{3\rho}{1-\rho}$$

O jogador 1 não desvia se

$$\frac{5}{1-\rho} \geq 7 + \frac{3\rho}{1-\rho}$$

$$5 \geq 7 - 7\rho + 3\rho$$

$$-2 \geq -4\rho$$

$$2 \leq 4\rho \longrightarrow \rho \geq \frac{1}{2}$$

# Cartel na Prática

1) Qual preço colocar?

$P^M \geqslant P^{CA} > P^*$

$\uparrow$

preço muito alto $\Rightarrow$ $\uparrow$ incentivo p/ desviar

Como decidir o preço?

-> liderança de preço

Cartel de empresas aéreas nos EUA.

| | Hub | Min -> LA | Phoenix -> NY |
|---|---|---|---|
| America West | Phoenix | 250/round trip | |
| Northwest | Minneapolis | | 308 -> 100 |

→ Regra de mark-up

custo + 50%

Na prática, diferenças entre as firmas dificultam a formação e estabilidade do cartel.