Oligopólio

Cournot, Bertrand e Stackelberg
1838 1880

Eq. Cournot-Nash

Eq. de Nash

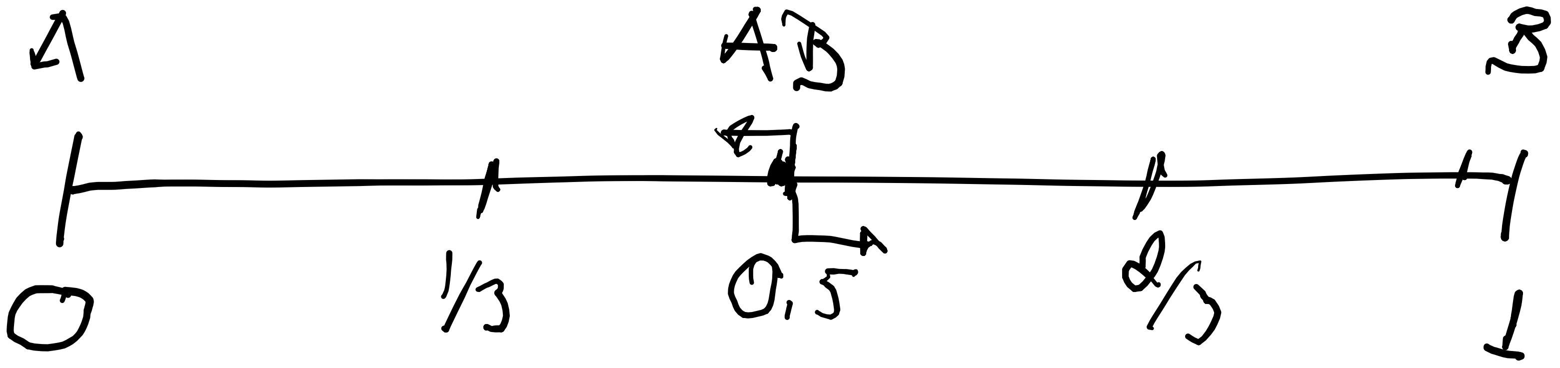
- Dilema do prisioneiro

		B: C	B: NC
A	C	8, 8	1, 20
	NC	20, 1	2, 2

EN: {confessa, confessa}

Tragédia dos Comuns

- Jogo de localização de Hotteling



- 2 sorveteiros: A e B
- preços e produtos são idênticos.
- cada banhista compra 1 sorvete do vendedor mais próximo.

O Modelo de Cournot

- estratégia das firmas são quantidades.
- Solução é um eq de Nash

- Custo: $C_i(q_i) = c_i q_i$
- $i = 1, 2$
- Demanda de Mercado

$$P(Q) = a - bQ$$

- $Q = q_1 + q_2$
- Jogo simultâneo

- Ações das firmas, $q_i \in A_i$

- Payoff das firmas:

$$\pi_1(q_1, q_2) = P(Q)\, q_1 - C_1(q_1)$$

- Solução

$\{q_1^*, q_2^*\} \rightarrow$ é um equilíbrio de Nash

Firma 1

$$\max_{q_1} \left(a - b(q_1 + q_2)\right) q_1 - c_1 q_1$$

$$\frac{d\pi_1}{dq_1} = a - 2bq_1 - bq_2 - c_1 = 0$$

$$a - bq_2 - c_1 = 2bq_1$$

$$q_1 = \frac{a - bq_2 - c_1}{2b} \rightarrow \text{função de resposta ótima da firma 1}$$

$$q_1 = R_1(q_2)$$

Firma 2

$$\max_{q_2} \Big(\overbrace{a - b(q_1+q_2)}^{P(Q)}\Big) q_2 - c_2 q_2$$

$$\frac{d\pi_2}{dq_2} = a - bq_1 - 2bq_2 - c_2 = 0$$

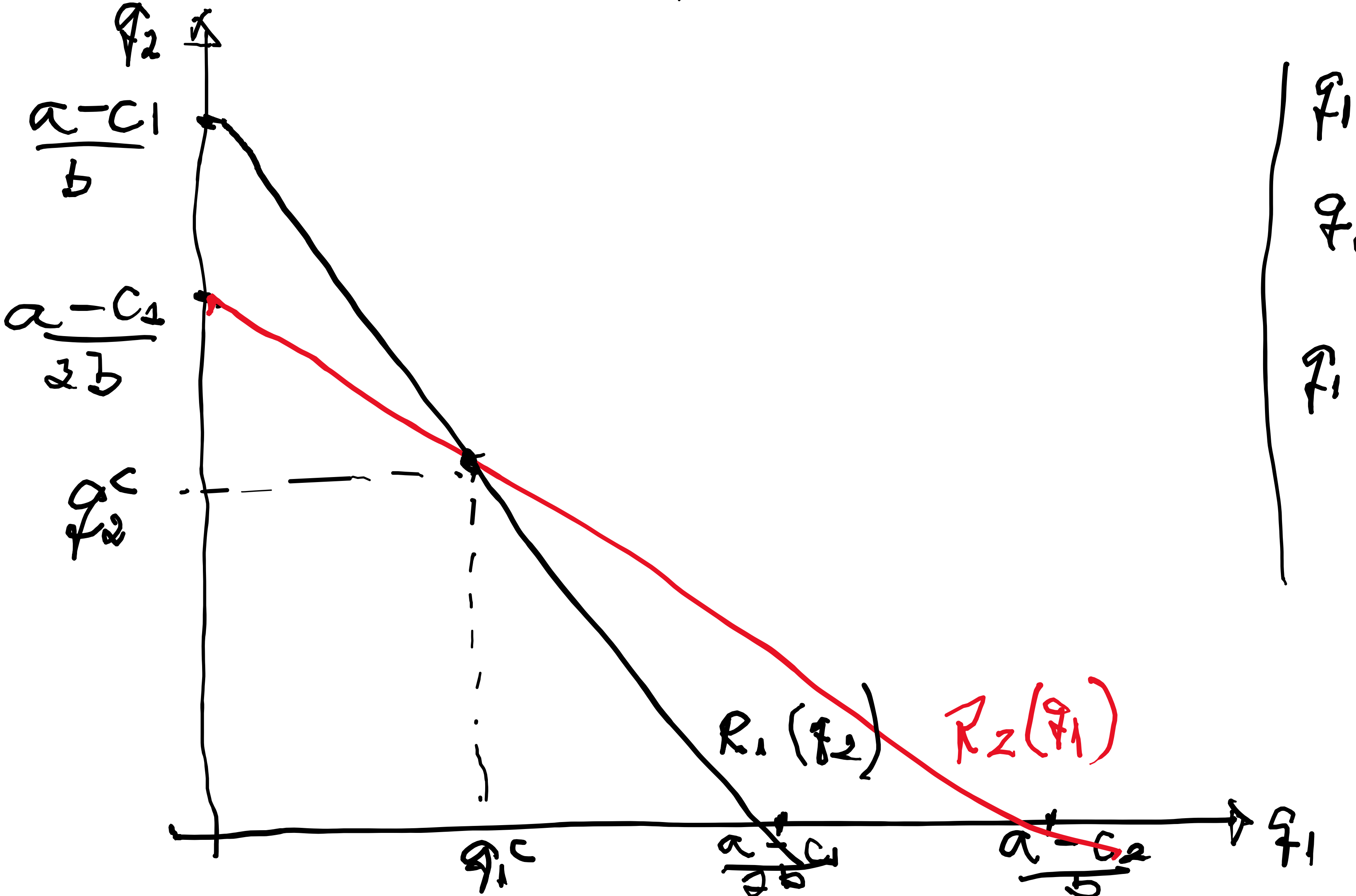
$$a - bq_1 - c_2 = 2bq_2$$

$$q_2 = \frac{a - bq_1 - c_2}{2b}$$

$$q_2 = R_2(q_1)$$

$$q_1 = \frac{a - b q_2 - c_1}{2b}$$

$$q_2 = \frac{a - b q_1 - c_2}{2b}$$



$q_1 = R_1(q_2)$

$q_2 = 0 \Rightarrow q_1 = \frac{a-c_1}{2b}$

$q_1 = 0 \Rightarrow 0 = \frac{a-c_1}{2b} - \frac{q_2}{2}$

$q_2 = \frac{a-c_1}{b}$

$$q_1 = 0 \Rightarrow q_2 = \frac{a - c_2}{2b}$$

$$q_2 = 0 \Rightarrow 0 = \frac{a - bq_1 - c_2}{2b}$$

$$0 = \frac{a - c_2}{2b} - \frac{q_1}{2}$$

$$q_1 = \frac{a - c_2}{b}$$

$$q_1 = \frac{a - b q_2 - c_1}{2b} = \frac{a - c_1}{2b} - \frac{q_2}{2}$$

$$q_2 = \frac{a - c_2}{2b} - \frac{q_1}{2}$$

$$q_2 = \frac{a - c_2}{2b} - \frac{1}{2}\left(\frac{a - c_1}{2b} - \frac{q_2}{2}\right)$$

$$= \frac{a - c_2}{2b} - \frac{a - c_1}{4b} + \frac{q_2}{4}$$

$$q_1^C = \frac{a - 2c_1 + c_2}{3b}$$

Quantidades de equilíbrio do oligopólio

$$q_2^C = \frac{a - 2c_2 + c_1}{3b}$$

$$p^C = a - b\left(q_1^C + q_2^C\right)$$

Exercício: Duopólio com 2 fontes de água mineral.

- custo zero de produção
- Demanda: $P = 1 - Q$
- $Q = q_1 + q_2$

(1) Acha o equilíbrio de Cournot q_1^C, q_2^C, p^C, π^C.

(2) Ache q, p e π se as firmas forem do mesmo dono.

(1) $\max_{q_1} (1 - q_1 - q_2) q_1$

$\pi_1' = 1 - 2q_1 - q_2 = 0$

$1 - q_2 = 2q_1$

$q_1 = \frac{1 - q_2}{2} = R_1(q_2)$

$q_2 = \frac{1 - q_1}{2} = R_2(q_1)$

Mesmo custo + produto homogêneo

$\Rightarrow$ equilíbrio simétrico

$$q_1^c = q_2^c = q^c$$

$$q^c = \frac{1 - q^c}{2} = \frac{1}{2} - \frac{q^c}{2}$$

$$\frac{3}{\cancel{2}} q^c = \frac{1}{\cancel{2}} \Rightarrow q^c = \frac{1}{3}$$

$$p^c = 1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$

$$\pi^c = \frac{1}{3}\frac{1}{3} = \frac{1}{9}$$

(5) $\max\limits_{Q} (1-Q)Q$

$$\pi' = 1 - 2Q = 0$$

$$Q^m = \frac{1}{2}$$

$$P^m = 1/2$$

$$\pi^m = \frac{1}{4}$$

Cournot com N Firmas

- Custos idênticos: $C_i(q_i) = c\,q_i \quad ; i = 1, \dots, N$
- Demanda: $P = a - bQ$
- Lucro da firma 1:

$$\max_{q_1} \left(a - b\sum_{i=1}^{N} q_i\right) q_1 - c\,q_1$$

$$\pi_1' = a - b\sum_{i=1}^{N} q_i - b\,q_1 - c = 0$$

$$a - b\sum_{i=2}^{N} q_i - 2b\,q_1 - c = 0$$

$$b(q_1 + q_2 + q_3) \quad q_1$$

$$b \cdot (2q_1 + q_2 + q_3)$$

$$b(q_1 + q_2 + q_3) + b q_1$$

$$a - b\sum_{i=2}^{N} q_i - c = 2b\, q_1$$

$$q_1 = \frac{a-c}{2b} - \frac{\sum_{i=2}^{N} q_i}{2} = R_1(q_2, \dots, q_N)$$

Eq. simétrico: $q_1^c = \dots = q_N^c = q^c$

$$q^c = \frac{a-c}{2b} - \frac{(N-1)\, q^c}{2}$$

$$q^c + \frac{(N-1)}{2} q^c = \frac{a-c}{2b}$$

$$q^c\left(\frac{2+N-1}{\cancel{2}}\right) = \frac{a-c}{\cancel{2}b}$$

$$q^c = \frac{a-c}{b(N+1)}$$

$$Q^c = N q^c = \frac{N}{N+1} \frac{a-c}{b}$$

$$P^c = a - bQ^c$$

$$P^c = a - \cancel{b}\,\frac{N}{N+1}\,\frac{a-c}{\cancel{b}}$$

$$P^c = \frac{(N+1)a - Na + Nc}{N+1} = \frac{a}{N+1} + \frac{N}{N+1}\,c$$

$$N = 1 \Rightarrow P^1 = \frac{a+c}{2}$$

$$N = 2 \Rightarrow P^2 = \frac{a+2c}{3}$$

$$\vdots$$

$$N \to \infty \Rightarrow P^c \to c$$

Podemos entender o modelo de concorrência perfeita como um caso limite do modelo de Cournot, quando $N \to \infty$.