- 2022 -

03/05/22

Passar lista de presença

Resumo da aula anterior.

- Regime viscoso $(\lambda << D)$

  ⓐ Condutância de um orifício
  mostrar slide

  $$\boxed{C \sim 20A} \quad \frac{P_2}{P_1} < 0{,}1$$

  ⓑ Condutância de um tubo

  $$\boxed{C_{N_2} = \frac{180 D^4 \bar{P}}{L}} \qquad \bar{P} = \frac{P_1 + P_2}{2}$$

  ⓒ Condutância dependente do gás

  $$\boxed{C = \frac{1}{\eta} \frac{\pi D^4 \bar{P}}{128 L}}$$

- Regime Intermediário

  $$10^{-2} < D\bar{P} < 1$$

  $$\boxed{C_I = C_m \left(0{,}0736 \frac{D}{\bar{\lambda}} + 1 \right)}$$

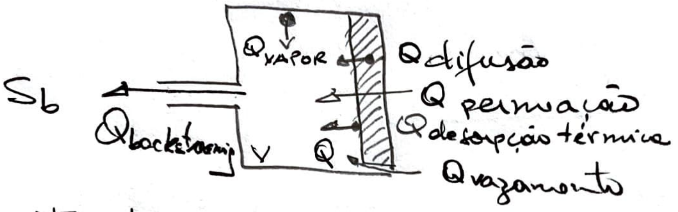
  $$\bar{\lambda} = \frac{5 \times 10^{-3}}{\bar{P}\,(\text{Torr})} \quad [\text{cm}]$$

Sistemas de Vácuo

Comportamento de pressão em função do tempo

$$P(t) \begin{cases} \text{Regime viscoso} \\ \text{Regime molecular} \end{cases}$$

Variação do fluxo de massa (throughput)



Fontes de Gases

(a) Moléculas da atmosfera inicialmente no sistema (Q)

(b) Gás que penetra na câmara devido a um vazamento (Q_V)
- Vazamento real (cte) ou Vazamento virtual (dependente do tempo)

(c) Gás proveniente da desgaseificação dos materiais do sistema (Q_D)
- Difusão e Desorpção térmica (dependente do tempo)

(d) Gás ou vapor resultante da evaporação de substâncias (Q_{PV}) depende da pressão de vapor da substância (VAPORIZAÇÃO)

(e) Gás penetrando na câmara por permeação através das paredes ($Q_P \equiv$ cte)

(f) Backstreaming (Q_B)

$$Q_G = Q_V + Q_D + Q_{PV} + Q_P + Q_B \equiv \boxed{Q_G = \sum_i Q_i}$$

- Todas as fontes de gases dependem de como foi projetado o sistema de vácuo e os materiais utilizados.
- A maioria dessas contribuições é constante no tempo.

Por isso Q_G é considerado constante no intervalo de tempo considerado.

Bombeamento no Regime Viscoso

Hipótese: A velocidade de bombeamento é constante no intervalo de pressões.

A velocidade de bombeamento efetiva depende da condutância do sistema.

$$\boxed{S_{ef} = \frac{S_b\, C}{S_b + C}}$$

No regime viscoso $\quad C = \frac{\pi}{128\eta} \frac{D^4 \bar{P}}{L} = E\bar{P} \; ; \; \bar{P} = \frac{P_1 + P_2}{2}$

$$S_{ef} = \frac{S_b\, E\bar{P}}{S_b + E\bar{P}} \Rightarrow Q = PS = \frac{P\, S_b\, E\bar{P}}{S_b + E\bar{P}}$$

$Q = P\frac{\Delta V}{\Delta t}$ mas $PV = cte$ então $P\frac{dV}{dt} + V\frac{dP}{dt} = 0$

logo $\quad P\frac{dV}{dt} = -V\frac{dP}{dt}$

Q_G é desprezado por ser muito menor do que Q (throughput)

$$\therefore \boxed{Q = -V\frac{dP}{dt} = \frac{P\, S_b\, E\bar{P}}{S_b + E\bar{P}}} \qquad (I)$$

Por outro lado

$$Q = P_b S_b = -V\frac{dP}{dt}$$

$$\therefore \boxed{P_b = \frac{-V}{S_b}\frac{dP}{dt}} \qquad (II)$$

substituindo $\overline{P}$ na equação (1), temos:

$$Q = P S_b E \left(\frac{P_1 + P_b}{2}\right)\left[\frac{1}{S_b + \left(\frac{P_1 + P_b}{2}\right)E}\right] = -V \frac{dP}{dt}$$

Substituindo (11) em (1)

$$Q = P S_b E \left(\frac{P_1 - \frac{V}{S_b}\frac{dP}{dt}}{2}\right)\left[\frac{1}{S_b + E\left(\frac{P_1 - \frac{V}{S_b}\frac{dP}{dt}}{2}\right)}\right] = -V\frac{dP}{dt}$$

$$P S_b E \left(\frac{P - \frac{V}{S_b}\frac{dP}{dt}}{2}\right) = -V\frac{dP}{dt}\left[S_b + E\left(\frac{P - \frac{V}{S_b}\frac{dP}{dt}}{2}\right)\right]$$ Multiplicando por 2

$$P^2 S_b E - PVE\frac{dP}{dt} = -V\frac{dP}{dt}\left[2S_b + E\left(P - \frac{V}{S_b}\frac{dP}{dt}\right)\right]$$ dividindo por S_b

$$V\frac{dP}{dt}\,2\frac{S_b}{S_b} - \cancel{V\frac{dP}{dt}\frac{EP}{S_b}} - V\frac{dP}{dt}\frac{E}{S_b^2}V\frac{dP}{dt} + \frac{P^2 S_b E}{S_b} - \cancel{V\frac{dPEP}{dt\,S_b}} = 0$$

$$\frac{dP}{dt}2V - \frac{V^2 E}{S_b^2}\left(\frac{dP}{dt}\right)^2 + P^2 E = 0$$ dividindo por E

$$\boxed{\frac{2V}{E}\frac{dP}{dt} - \frac{V^2}{S_b^2}\left(\frac{dP}{dt}\right)^2 + P^2 = 0}$$

escolhendo $A = \frac{2V}{E}$ $B = \frac{-V^2}{S_b^2}$, temos:

$$\boxed{-B\left(\frac{dP}{dt}\right)^2 + A\frac{dP}{dt} + P^2 = 0}$$

Equação do segundo grau.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Raizes $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$$\frac{dP}{dt} = \frac{-A \overset{\text{escolhe}}{\pm} \sqrt{A^2 + 4BP^2}}{-2B}$$

$\frac{dP}{dt} < 0$ então vamos escolher a raiz positiva

$$\frac{dP}{dt} = \frac{-A + \sqrt{A^2 + 4BP^2}}{-2B} \qquad \int \frac{dP}{dt} dt = \int \text{—}\, dt$$

$$dt = \frac{-2B}{-A + \sqrt{A^2 + 4BP^2}} dP$$

Usar tabela de integrais

$$t = \frac{A}{2P} + \sqrt{B} \left[\frac{((A^2/4B) + P^2)^{1/2}}{P} - \ln\left(P + \left(\frac{A^2}{4B} + P^2\right)^{1/2}\right)\right] + C$$

Condição inicial para $t = 0\,s$ $P = P_{inicial}$, então:

$$C = \sqrt{B} \left[\ln\left(P_i + \left(\frac{A^2}{4B} + P_i^2\right)^{1/2}\right) - \frac{\left(\frac{A^2}{4B} + P_i^2\right)^{1/2}}{P_i} \right] - \frac{A}{2P_i}$$

Resultado final

$$\frac{t}{V} = f(E, P_i, P, Sb) \quad \text{substituindo}$$

$$A = \frac{2V}{E} \quad e \quad B = \frac{V^2}{Sb^2}$$

$$\frac{t}{V} = \frac{1}{E}\left[\frac{1}{P} - \frac{1}{P_i}\right] + \frac{1}{Sb}\left[\frac{((Sb/E)^2 + P^2)^{1/2}}{P} - \frac{((Sb/E)^2 + P_i^2)^{1/2}}{P_i}\right]$$

$$+ \frac{1}{Sb}\left[\ln \frac{P_i + ((\frac{Sb}{E})^2 + P_i^2)^{1/2}}{P + ((\frac{Sb}{E})^2 + P^2)^{1/2}}\right] \quad (III)$$

→ Apresentar o gráfico dessa função para o parâmetro $\frac{D^4}{L}$

$$\boxed{\frac{D^4}{L} = \frac{128}{\pi}\eta E}$$

Considerando $\begin{cases} P_i = 760 \text{ Torr} \\ P = 7{,}6 \times 10^{-2} \text{ Torr} \end{cases}$

No regime viscoso: $\boxed{D\bar{P} \geq 1}$

EXEMPLO 1

Se uma câmara de $V = 100\,\ell$ for bombeada por uma bomba de $S_b = 2\,\ell/s$, através de um tubo de $D = 2\,cm$ e comprimento $L = 200\,cm$, o parâmetro geométrico é: $\frac{D^4}{L} = \frac{2^4}{200} = 8 \times 10^{-2}\,cm^3$

Pela função $\frac{t}{V}$ $8{,}0 \times 10^{-2}$ para $S_b = 2\,\ell/s$

$\frac{t}{V} = 6\,\frac{seg}{\ell}$ então o tempo necessário para bombear $100\,\ell$ será $\boxed{t = 600\,s}$

EXEMPLO 2

Se o mesmo volume for conectado diretamente na bomba $(L = 0\,cm)$ então $\lim\limits_{L \to 0} \frac{D^4}{L} \to \infty$

$$\frac{t}{V} = 4{,}5\,\frac{s}{\ell}$$

Neste caso, o tempo para o escoamento de $100\,\ell$ será de $\boxed{t = 450\,s}$

EXEMPLO 3

Se a bomba de vácuo estiver conectada diretamente na câmara ($L = 0$ cm)

$$E = \frac{\pi}{128\eta} \frac{D^4}{L}$$

$E \to \infty$ Vide equação (III)

$$\frac{t}{V} = \frac{1}{S_b}\left[1 - 1\right] + \frac{1}{S_b}\left[\ln \frac{P_i + P_i}{P + P}\right]$$

$$\boxed{\frac{t}{V} = \frac{1}{S_b} \ln \frac{P_i}{P}}$$

Equação que rege o bombeamento no regime molecular.

$$\frac{S_b t}{V} = \ln \frac{P_i}{P}$$

$$e^{\frac{S_b t}{V}} = e^{\ln \frac{P_i}{P}} \Longrightarrow \frac{P_i}{P} = e^{\frac{S_b t}{V}}$$

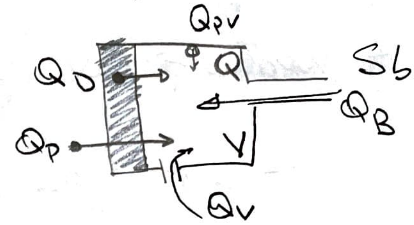
então $P = P_i \, e^{-\frac{S_b}{V} t}$

$$\boxed{P(t) = P_0 \, e^{-\frac{S_b}{V} t}}$$

Bombeamento no Regime Molecular

Comportamento da pressão em função do tempo $P(t)$

fontes: Q moléculas de gás do sistema
Q_V vazamentos (Real e virtual)
Q_D Desorpção térmica e Difusão.
Q_{PV} Vaporização
Q_P Permeação
Q_B Backstreaming



$$\boxed{Q_G = Q_V + Q_D + Q_{PV} + Q_P + Q_B} \qquad \boxed{Q_G = \sum_i Q_i}$$

Variação do throughput

$$-V\frac{dP}{dt} = PS - \underbrace{(Q_V + Q_D + Q_{PV} + Q_P + Q_B)}_{\sum Q_i}$$

pressão diminuindo

$$\frac{dP}{dt} < 0 \quad \therefore \quad Q > 0$$

Equação geral que rege o escoamento de gases

$$\boxed{-V\frac{dP}{dt} = PS - \sum_i Q_i}$$

Após decorrido um certo tempo, que depende do sistema, o arranjo experimental entra em equilíbrio, ou seja, $\frac{dP}{dt} \approx 0$

Neste estágio, o sistema de vácuo mantém uma pressão residual P_{res}, então:

$$\boxed{S P_{res} - \sum_i Q_i = 0}$$

$S P_{res} = \sum_i Q_i \Rightarrow \boxed{P_{res} = \frac{\sum_i Q_i}{S}}$

Compare as pressões finais atingidas pelas bancadas 1 e 2 $S = 5\frac{m^3}{h}$ e $S = 8\frac{m^3}{h}$

É muito importante se preocupar com todas as fontes de gases, principalmente com os vazamentos

A pressão final atingida depende dessas fontes.

- Limpeza do sistema (aquecer p/ limpar)
- Reduzir vazamentos
- Escolher materiais adequados
- As fontes de gases devem ser conhecidas.

A pressão final do sistema de vácuo é o resultado da razão $\boxed{P_{res} = \frac{\sum_i Q_i}{S}}$

Para reduzir a pressão residual é necessário reduzir as fontes de gases e/ou aumentar a velocidade de bombeamento da bomba de vácuo.

Mas, nem sempre é possível!

A escolha de materiais e o tipo de vedação também é muito importante para atingir P_{res} baixa.

Resolução da Equação Diferencial

$$\boxed{-V\frac{dP}{dt} = PS - \sum_i Q_i}$$

Supondo que S seja constante e que o fluxo de massa seja constante ou varie lentamente.

$$-\frac{dP}{dt} = \frac{PS-Q}{V} \qquad \text{onde} \quad Q = \sum_i Q_i$$

$$\frac{dP}{PS-Q} = -\frac{dt}{V} \qquad \begin{cases} u = PS-Q \\ du = S\,dP \end{cases}$$

$$\frac{du}{Su} = -\frac{dt}{V} \Rightarrow \frac{du}{u} = -\frac{S}{V}dt \quad ; \text{ integrando}$$

$$\int_{u_0}^{u}\frac{du}{u} = -\frac{S}{V}\int_{t_0}^{t} dt \longrightarrow \ln u \Big|_{u_0}^{u} = -\frac{S}{V}(t-t_0)$$

$$\ln\frac{u}{u_0} = -\frac{S}{V}(t-t_0) \Rightarrow e^{\ln\frac{u}{u_0}} = e^{-\frac{S}{V}(t-t_0)}$$

$$\frac{u}{u_0} = e^{-\frac{S}{V}(t-t_0)}$$

mas $u = PS-Q$, então:

$$\frac{PS-Q}{P_0S-Q} = e^{-\frac{S}{V}(t-t_0)} \qquad Q = P_{res}S, \text{ logo}$$

$$PS - P_{res}S = (P_0S - P_{res}S)e^{-\frac{S}{V}(t-t_0)}$$

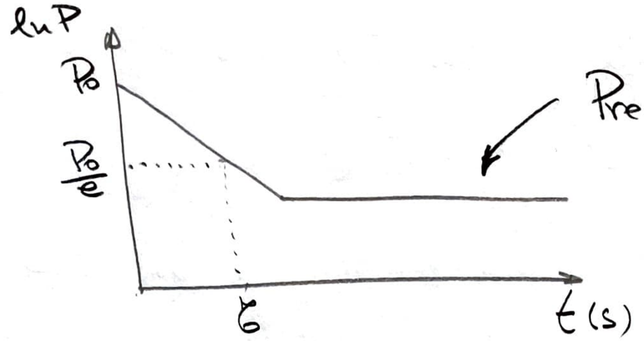
$$(P-P_{res})S = (P_0-P_{res})S\,e^{-\frac{S}{V}(t-t_0)} \Rightarrow P-P_{res} = (P_0-P_{res})e^{-\frac{S}{V}(t-t_0)}$$

como $P_0 >> P_{res}$, vem: $P - P_{res} = P_0 e^{-\frac{S}{V}(t-t_0)}$

$$P = P_0 e^{-\frac{S}{V}(t-t_0)} + P_{res} \Longrightarrow \text{Para } t_0 = 0\,s, \text{ vem:}$$

$$\boxed{P = P_0 e^{-\frac{S}{V}t} + P_{res}}$$

Gráfico



$$P_{res} = \frac{\sum_i Q_i}{S}$$

$$P = \frac{P_o}{e} \qquad \frac{P_o}{e} = P_o e^{-\frac{S}{V}t} \qquad \frac{1}{e} = e^{-\frac{S}{V}t}$$

$$e^{-1} = e^{-\frac{S}{V}t} \qquad \ln e^{-1} = \ln e^{-\frac{S}{V}t} \qquad -1 = -\frac{S}{V}t$$

$$t = \frac{V}{S} \Longrightarrow t = \tau = \frac{V}{S}$$ é a constante de bombeamento

Constante de tempo do sistema (τ)

—/—

$$Q = C\Delta P = C(P_o - \cancel{P_{residual}})$$ → desprezível

$$Q = C P_o$$

$$\therefore \; Q = cte$$

Exercício

Qual o tempo para se reduzir a pressão de um sistema de vácuo por um fator 100?

Considere uma bomba mecânica de $S_b = 60\ \ell/min$ bombeando uma câmara de $D = 30\ cm$, conectada à bomba por um tubo de $L = 80\ cm$ e $D = 2,5\ cm$

ⓐ Regime molecular $(DP \leq 10^{-2}\ Torr\ cm)$

$$P = P_0 e^{-\frac{S}{V}t}$$

$$\ln P = \ln P_0 - \frac{S}{V} t \qquad \boxed{t = \frac{V}{S} \ln \frac{P_0}{P}}$$

deduzido também para o regime viscoso.

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{30}{2}\right)^3 = 14\,130\ cm^3 \longrightarrow \boxed{V = 14,1\ \ell}$$

$$S_{ef} = \frac{S_b C}{S_b + C} \longrightarrow S_b = 1\ \ell/s$$

$$C_{tubo} = \frac{12 D^3}{L} \qquad N_2,\ T = 300\ K \qquad \begin{matrix} D\ (cm) \\ L\ (cm) \end{matrix}$$

$$C_{tubo} = \frac{12\,(2,5)^3}{80} = 2,3\ \ell/s$$

Podemos usar a condutância do tubo?
Resposta: Sim.

Lembrando Dushman

$$\frac{1}{C_{total}} = \frac{1}{C_0} + \frac{1}{C_{tubo}} \qquad \left\{ \begin{aligned} C_0 &= 9D^2 = 9(2,5)^2 = 56\ \ell/s \\ C_{tubo} &= \frac{12 D^3}{L} = 2,3\ \ell/s \end{aligned} \right.$$

Portanto $C_o >> C_{tubo}$

Então podemos usar a condutância menor, ou seja, a de maior impedância.

$$S_{ef} = \frac{1 \times 2,3}{2,3+1} \cong 0,7 \; l/s$$

$$t = \frac{V}{S_{ef}} \ln \frac{P_0}{P} = \frac{14}{0,7} \ln \frac{100}{1} = 93 \, s$$

(b) Regime viscoso

Pressão alta
$\lambda << D$ $\quad D\bar{P} \geq 1$ Torr cm
choque entre moléculas

$$C_{tubo} = \frac{180 D^4 \bar{P}}{L} \quad \text{para } N_2, \; T = 300 K$$

$$C_{tubo} = \frac{180 D^3 D\bar{P}}{L} \quad D\bar{P} \equiv 1$$

logo
$$C_{viscoso} = \frac{180 (2,5)^3}{80} \times 1 = 35 \; l/s$$

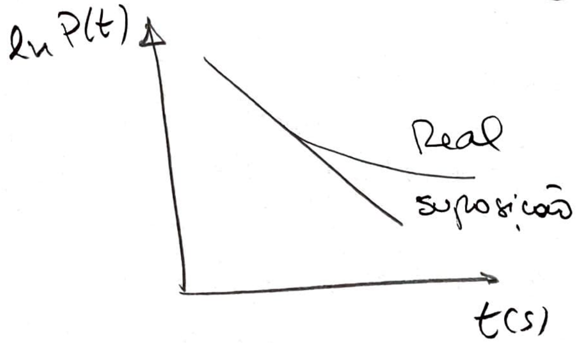
$$S_{ef} = \frac{S_b C}{S_b + C} = \frac{1 \times 35}{35+1} \sim 0,98 \; l/s$$

$$\boxed{S_b \sim S_{ef} \sim 1 \; l/s}$$

9

No regime viscoso a perda da capacidade de bombeamento é praticamente desprezível!

$$t = \frac{V}{S} \ln \frac{P_o}{P} = \frac{14.1}{1} \ln \frac{100}{1} = 64s$$



Neste cálculo, foi desprezado o termo $P_{res} = \frac{\sum_i Q_i}{S}$

Essa suposição é válida principalmente nos regimes viscoso e intermediário.

Vamos considerar $760 \, Torr \longrightarrow 7{,}6 \times 10^{-2} \, Torr$

Para usar o gráfico do início da aula

$$\frac{D^4}{L} = \frac{(2{,}5)^4}{80} = 0{,}5$$

$V = 14{,}1 \, l$ $\quad S_b = 1 \, l/s$ $\quad D = 2{,}5 \, cm$ $\quad L = 80 \, cm$

$\frac{t}{V} = 9 \frac{s}{l}$ então $\boxed{t = 127 \, s}$

Usando a expressão acima $t = \frac{V}{S} \ln \frac{P_o}{P}$, temos.

$$t = \frac{14{,}1}{1} \ln \frac{760}{7{,}6 \times 10^{-2}} \cong 130 \, l/s$$

FATOR DE SERVIÇO

O fator de serviço é um fator empírico igual ou maior do que 1,0, o qual é especificado para uma dada faixa de pressão, sendo um valor multiplicativo para o escoamento calculado pelas fórmulas para as bombas mecânicas, devido à desgaseificação e outras condições reais em sistemas industriais.

Faixa de pressão (Torr)	Fator de serviço
760 - 100	1,0
100 - 10	1,25
10 - 0,5	1,5
0,5 - 0,05	2,0
0,05 - 0,0002	4,0