Ciência e Tecnologia do Vácuo

- 2022 -

26/04/22

Distribuir artigo do prof. Helcio
J. Vac. Sci. Technology 17(2) (1980) 661

Resumo da aula passada

cálculo de condutâncias no regime molecular ($\lambda >> D$)

(a) Condutância de um orifício

$$Q = PS = P\frac{\Delta V}{\Delta t} \qquad PV = NkT$$

$$Q = kT\frac{\Delta N}{\Delta t} \qquad \boxed{Q = C\,\Delta P}$$

$$C = 3{,}64\left(\frac{T}{M}\right)^{1/2} A \;(\ell/s) \longrightarrow \boxed{C \propto \sqrt{\frac{T}{M}}}$$ comentar

Para N_2 $T = 293\,K$

$$C_{N_2} = 12A\;[\ell/s] \qquad A\,[cm^2] \quad C\,[\ell/s]$$

orifício circular $\boxed{C_{o_{N_2}} = 9D^2}$

(b) Condutância de um diafragma

$$C_{ef} = 12A\left(\frac{A_0}{A_0 + A}\right)$$

$$C_{ef} = 9D^2\left(\frac{D_0^2}{D_0^2 + D^2}\right)$$

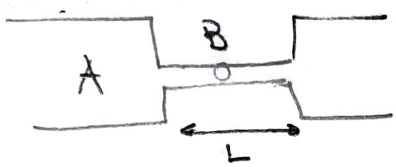
Estudo de Casos

$A << A_0 \qquad C_{ef} \sim C_A$

$A \sim A_0 \qquad C_{ef} \sim \infty$

$A = A_0/2 \qquad C_{ef} = 2\,C_A$ efeito diafragma

ⓒ Condutância de um tubo (Regime molecular)



$$C = \frac{16K}{3}\sqrt{\frac{kT}{2\pi m}}\,\frac{A^2}{BL}$$ K = 1 p/ tubos cilíndricos

$$\boxed{C = \frac{4}{3}\,\bar{v}\,\frac{A^2}{BL}}$$

$$\boxed{C = \frac{\pi}{12}\,\bar{v}\,\frac{D^3}{L}}$$

Para N_2 num tubo cilíndrico

$$\boxed{C_{AIR} = \frac{12 D^3}{L}}$$

D (cm)
L (cm)
C (l/s)

ⓓ Cálculo da condutâncias de tubos

- quadrado
- retangular
- elíptico
- "triangular"

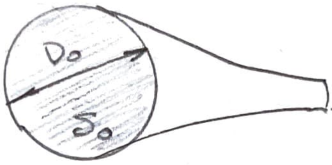
Expressão Geral

$$\boxed{C = K\,\frac{4}{3}\,\frac{\bar{v}}{\int_0^L \frac{B}{A^2}\,dl}}$$

E.

CÁLCULO DA CONDUTÂNCIA DE UMA VUVUZELA

Regime molecular



$$\boxed{S = S_o e^{-\beta x}}$$

$$\begin{cases} D^2 = D_o^2 e^{-\beta x} \\ D = D_o e^{-\frac{\beta x}{2}} \end{cases}$$

área $\quad A = \dfrac{\pi D^2}{4} = \dfrac{\pi D_o^2 e^{-\beta x}}{4}$

perímetro $\quad B = 2\pi R = \pi D$

$$A = \frac{\pi D^2}{4} \qquad A^2 = \frac{\pi^2 D^4}{16} \Rightarrow \frac{B}{A^2} = \frac{\pi D}{\frac{\pi^2 D^4}{16}} = \frac{16}{\pi D^3}$$

Equação Geral

$$\boxed{C = \frac{4}{3} k \frac{\bar{v}}{\int_0^L \frac{B}{A^2} dl}}$$

substituindo D

$$I = \int_0^L \frac{B}{A^2} dx = \int_0^L \frac{16}{\pi D^3} dx = \frac{16}{\pi} \int_0^L D^{-2} D^{-1} dx$$

$$I = \frac{16}{\pi} \int_0^L \left(D_o^{-2} e^{+\beta x}\right)\left(D_o^{-1} e^{+\frac{\beta x}{2}}\right) dx$$

$$I = \frac{16}{D_o^3 \pi} \int_0^L e^{+\frac{3\beta x}{2}} dx = \frac{16}{D_o^3 \pi} \frac{2}{3\beta} e^{\frac{3\beta x}{2}} \Big|_0^L =$$

$$I = \frac{32}{3\pi} \frac{1}{D_o^3 \beta} \left[e^{\frac{3\beta L}{2}} - e^0 \right] = \frac{32}{3\pi D_o^3 \beta} \left[e^{\frac{3\beta L}{2}} - 1 \right]$$

substituindo na equação geral

$$C = \frac{\cancel{4}}{\cancel{3}} k \bar{v} \left[\frac{\cancel{3}\pi D_o^3 \beta}{\cancel{32}} \left\{ e^{\frac{3\beta L}{2}} - 1 \right\}^{-1} \right]$$

$$\therefore \boxed{C = \frac{k \bar{v} \pi D_o^3 \beta}{8} \left[e^{\frac{3\beta L}{2}} - 1 \right]^{-1}}$$

Para $\beta \to 0$

$$C = \lim_{\beta \to 0} \frac{k \bar{v} \pi \beta D_o^3}{8} \left[e^{\frac{3\beta L}{2}} - 1 \right]^{-1}$$

$$C = \lim_{\beta \to 0} \frac{k \bar{v} \pi D_o^3}{8} \left[\frac{\beta}{e^{\frac{3\beta L}{2}} - 1} \right]$$ usando a regra de L'Hopital.

$$C = \lim_{\beta \to 0} \frac{k \bar{v} \pi D_o^3}{8} \left[\frac{1}{\frac{3L}{2} e^{\frac{3\beta L}{2}}} \right] = \frac{k \bar{v} \pi D_o^3}{12L}$$

Para um tubo circular $k = 1$

então $\boxed{C = \frac{\bar{v} \pi D_o^3}{12L}}$ Expressão de um tubo circular.

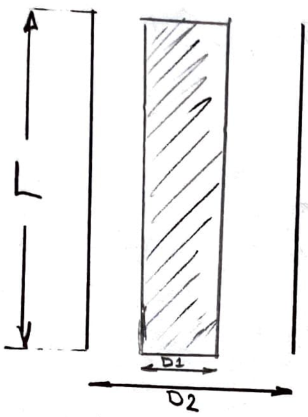
como $\bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$ p/ $T = 20°C$ $T = 293 K$

$$\bar{v} = 14.550 \left(\frac{T}{M} \right)^{1/2} cm/s = 14550 \left(\frac{293}{28} \right)^{1/2} \frac{cm}{s} = 47070 \frac{cm}{s}$$

então $C = \frac{\pi}{12} (47070) \frac{D_o^3}{L} \left[\frac{cm^3}{s} \right]$

$$\therefore \boxed{C = 12{,}3 \frac{D_o^3}{L}} \; [l/s]$$

Condutância de um duto anular



Regime molecular
hipótese de Knudsen

$$P_{transmissão} \propto \frac{A}{BL}$$

$$\boxed{C = \frac{4}{3} k \frac{\bar{v}}{\int_0^L \frac{B\,dl}{A}}}$$ Equação Geral

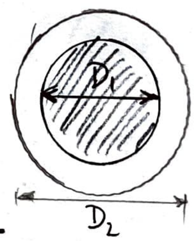
Para seção reta constante

$$\boxed{C = \frac{4}{3} k \bar{v} \frac{A^2}{BL}}$$

Superfície de um duto anular

$$BL = \pi D_1 L + \pi D_2 L = \pi L (D_1 + D_2)$$

$$A = \frac{\pi}{4} (D_2^2 - D_1^2)$$



$$C = \frac{4}{3} k \bar{v} \frac{A^2}{BL} = \frac{4}{3} k \bar{v} \frac{\pi^2}{16} \frac{(D_2^2 - D_1^2)^2}{\pi L (D_1 + D_2)}$$

Lembrando que $(a+b)(a-b) = a^2 - ab + ab - b^2 = a^2 - b^2$, temos

$$C = \frac{k \bar{v} \pi}{12 L} \left[\frac{(D_1 + D_2)(D_2 - D_1)}{D_1 + D_2} \right]^2$$

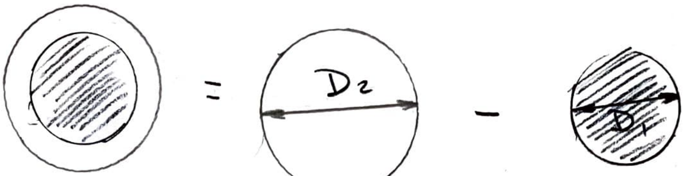
Para $T = 20°C$ N_2 $\bar{v} = 47070$ cm/s

$$\boxed{C \simeq \frac{12 k}{L} (D_2 - D_1)^2 (D_1 + D_2)} \quad [\ell/s]$$

equação (I)

Maneira alternativa de fazer o cálculo

H. Onusic J. Vac. Sci Tech 17(2)(1980)661



Considerando a condutância de um duto circular

$$C = \frac{12 D^3}{L}, \text{ então:}$$

$$C_T = 12\frac{D_2^3}{L} - \frac{12 D_1^3}{L} = \frac{12}{L}(D_2^3 - D_1^3) \times H \qquad (II)$$

Como equação (I) = equação (II), então

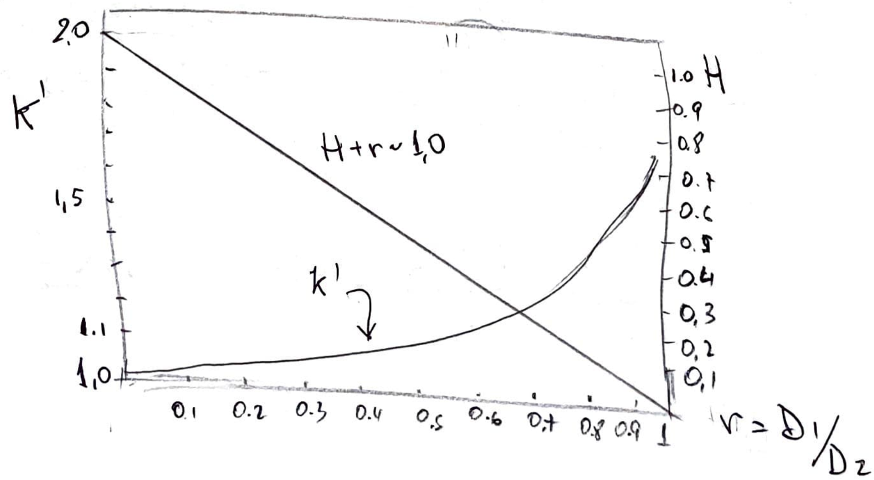
$$H = (1 - r^2)(1 + r + r^2)^{-1} K' \qquad \text{onde } r = D_1/D_2$$

Como $H + r \sim 1{,}0$ então $\boxed{H = 1 - \frac{D_1}{D_2}}$

$$\therefore \boxed{C = \frac{12}{L}(D_2^3 - D_1^3)\left(1 - \frac{D_1}{D_2}\right)}$$

Equação mais prática por ser resultante da subtração e usa um fator de multiplicação simples.

$H = 1{,}0 - \frac{D_1}{D_2}$



Lista 2 - Exercício 15

Calcular a condutância para $T = -196°C$

$C \propto \sqrt{\dfrac{T}{M}}$ $\qquad T_{N_2}$ líquido $\sim -196°C = 77\,K$

$$\frac{C_1}{C_2} \propto \sqrt{\frac{T_1}{T_2}} \Rightarrow \frac{C_1}{C_2} \propto \sqrt{\frac{77}{293}} \qquad \boxed{\frac{C_{77k}}{C_{293}} \sim 0{,}5}$$

Lista 2 - Ex. 11

Qual a velocidade de bombeamento de uma bomba difusora de 4"

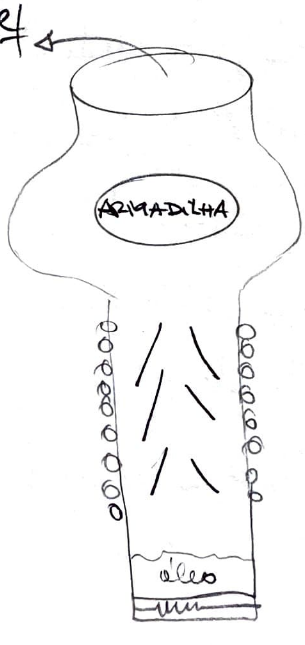
$$S_{BD} \sim 50\%\, C_{orifício} = 50\%\, 9D^2 \simeq 4{,}5\, D^2$$

4" ~ 10 cm logo $\boxed{S = 450\ \ell/s}$

Exercício: Bomba Difusora

(a) Qual a velocidade de bombeamento efetiva (S_{ef}) ao se colocar um trap com condutância da mesma ordem de grandeza da S_{BD}?

Sef



$$C_{TRAP} \simeq 450\ \ell/s$$

$$\boxed{S_{ef} = \frac{S_b\, C}{S_b + C}}$$

Essa equação só é válida quando o throughput é constante!

Calculando

$$S_{ef} = \frac{450 \times 450}{450 + 450} = 225 \ l/s$$

A velocidade de bombeamento cai pela metade.

(b) Se for colocado N_2 líquido $T = 77K$ então.

$$\underset{T=300K}{C_{trap}} \simeq 450 l/s \Rightarrow \underset{77K}{C_{trap}} \simeq 0{,}5 \times 450 = 230 \ l/s$$

Neste caso, temos:

$$S_{ef} = \frac{450 \times 230}{230 + 450} = 150 \ l/s$$

Redução de 1/3 do valor inicial

$$\begin{cases} S_{inicial} = 450 \ l/s \\ S_{ef}\ (300K) = 225 \ l/s \\ S_{ef}\ (77K) = 150 \ l/s \end{cases}$$

Ao colocar N_2 líquido na armadilha, a velocidade de bombeamento cai de 225 l/s para 150 l/s, mas a pressão não aumenta, na verdade a pressão diminui!

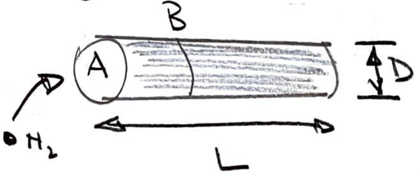
A armadilha de N_2 líquido aprisiona o vapor de água e moléculas do ar e evita o "back streaming"

A armadilha de N_2 líquido funciona como uma outra bomba de vácuo

$\boxed{\text{Bomba criogênica}}$

Lista 2 - Exercício 17

S. Dushman propôs que a condutância de um duto pode ser descrita como a associação em série de um orifício com um tubo. Obtenha a expressão para a condutância neste caso. Considere N_2 a $T = 300\,K$ no regime molecular.



Primeiro a molécula de N_2 deve encontrar a abertura e depois atravessar o tubo.

$$P_{trans} \propto A \text{ e } P_{trans} \propto \frac{1}{BL}$$

$$Z_{Total} = Z_{orifício} + Z_{duto}$$

$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_O} + \frac{1}{C_{tubo}} \qquad \begin{cases} C_O = 9D^2 \\ C_{tubo} = \dfrac{12D^3}{L} \end{cases}$$

então $$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{9D^2} + \frac{1}{\frac{12D^3}{L}} = \frac{\frac{12D^3}{L} + 9D^2}{9D^2\,\frac{12D^3}{L}}$$

$$C_T = \frac{9D^2\,\frac{12D^3}{L}}{\frac{12D^3}{L} + 9D^2} = \frac{12D^3}{L}\left[\frac{9D^2}{\frac{12D^3}{L} + 9D^2}\right]$$ dividindo e multiplicando por $3D^2$

$$C_T = \frac{12D^3}{L}\left[\frac{3}{\frac{4D}{L} + 3}\right] = \frac{12D^3}{L}\left[\frac{3 + \frac{4D}{L}}{3}\right]^{-1}$$

$$\boxed{C_T = C_{tubo}\left[1 + \frac{4}{3}\frac{D}{L}\right]^{-1}}$$

Para $L >> D$

$$\boxed{C_{TOTAL} \sim C_{TUBO}}$$

No caso de $L << D$

$$C_{total} \sim C_{tubo} \frac{3L}{4D} = \frac{12D^3}{\cancel{L}} \frac{3\cancel{L}}{4\cancel{D}} = 9D^2 \equiv C_{orifício}$$

C_o é a condutância do orifício

Reescrevendo em relação à condutância do orifício

$\alpha \, C_o$ onde α é uma proporção

$$\alpha C_o = C_{TOTAL} = \frac{12D^3}{L}\left(1 + \frac{4}{3}\frac{D}{L}\right)^{-1}$$

$$\alpha = \frac{12D^3}{L}\left(1 + \frac{4}{3}\frac{D}{L}\right)^{-1} \frac{1}{9D^2}$$

C_o

$$\alpha = \frac{12D^3}{L}\left(\frac{1}{1+\frac{4}{3}\frac{D}{L}}\right)\frac{1}{9D^2}$$

$$\alpha = \frac{4}{3}\frac{D}{L}\left[\frac{1}{1+\frac{4}{3}\frac{D}{L}}\right] = \frac{4}{\cancel{3}}\frac{D}{\cancel{L}}\left[\frac{3\cancel{L}}{3L+4D}\right]$$

$$\alpha = \frac{4D}{3L+4D} = \frac{1}{1+\frac{3L}{4D}}$$

Estudo de casos:

ⓐ $L >> 1$ $\qquad \alpha = \frac{4D}{3L}$

ⓑ $L << 1$ $\qquad \alpha = 1$