AULA 6

Ciência e Tecnologia do Vácuo

- 2022 -

19/04/22

Lista de presença
distribuir lista 2

Resumo da aula anterior

(a) $\nu = \frac{1}{4} n \bar{v}$ $\quad \frac{\text{nº de moléculas}}{\text{área} \quad \text{tempo}}$ $\qquad \bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$; $n = \frac{P}{kT}$

$$\boxed{\nu = \frac{3{,}5 \times 10^{22}}{(MT)^{1/2}} P(\text{Torr})} \quad \frac{\text{moléculas incidentes}}{\text{cm}^2 \ \text{s}}.$$

Para $H_2 = T = 300\,K$

$$\nu = 3{,}8 \times 10^{20} P(\text{Torr}) \ \frac{\text{moléculas incidentes}}{\text{cm}^2\,\text{s}}$$

SLIDE $\boxed{\tau = \frac{2{,}7 \times 10^{-6}}{P(\text{Torr})}}$ tempo de formação de uma mono camada.

(b) Cálculo de $N_s \equiv N_v$

$$P = \frac{12\,kT}{\pi R_0 \delta^2} \qquad \begin{cases} \delta_{N_2} = 3{,}7 \times 10^{-8}\,\text{cm} \\ k = 10^{-19}\ \frac{\text{Torr cm}^3}{K} \end{cases}$$

$$\boxed{N_v \equiv N_s \quad \text{para} \quad P \simeq 10^{-2}\ \text{Torr}}$$

(c) Viscosidade $\boxed{\eta = \frac{1}{3} \lambda n m \bar{v}}$

(d) Regimes de escoamento

$$\begin{cases} \text{Regime Viscoso} \quad (\lambda << D) \\ \qquad \text{fluxo turbulento} \\ \qquad \text{fluxo laminar} \\ \text{Regime intermediário} \\ \text{Regime molecular} \quad (\lambda >> D) \end{cases}$$

Definições

nº de Reynolds

$$\boxed{Re = \frac{\rho u D}{\eta}}$$

$Q > 200\, D\ (cm)$ turbulento

$Q < 100\, D\ (cm)$ laminar

$[Q] = \frac{Torr\, l}{s}$

nº de Knudsen

$$\boxed{N_K = \frac{\lambda}{D}}$$

$DP \geq 1$ viscoso

$10^{-2} < DP < 1$ intermediário

$DP \leq 10^{-2}$ MOLECULAR

EXEMPLOS

Bancadas 1 e 2

$P = 10^{-2}$ Torr $D = 10$ cm $DP = 10^{-1}$ cm Torr

Intermediário

$P = 1$ Torr $D = 10$ cm $DP = 10$ cm Torr

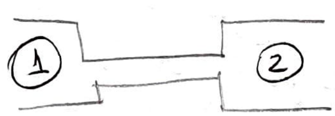
Viscoso

Bancada 3

$P = 10^{-6}$ Torr $D = 10$ cm $DP = 10^{-5}$ cm Torr

MOLECULAR

Regime Molecular

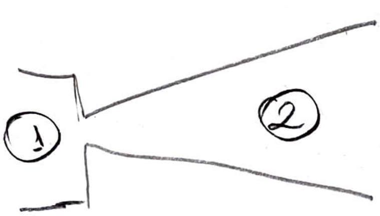


Probabilidade de Transmissão

$N_0 \times P_{1-2}$

Simétrico

1 → 2 e 2 → 1 são iguais



Assimétrico

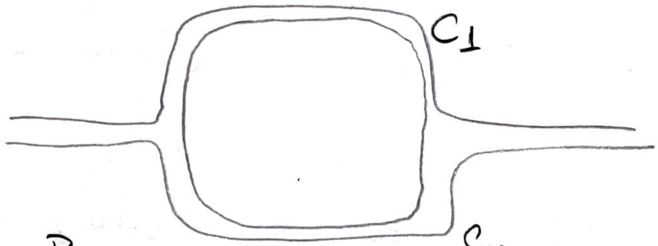
1 → 2 e 2 → 1 também são iguais

Argumento

Sem bombeamento $\boxed{P_1 = P_2}$

CÁLCULO DE CONDUTÂNCIAS

Paralelo



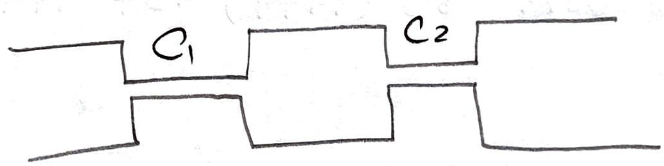
analogia

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

Para tubos no regime molecular

$$\frac{1}{Z_{eq}} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} \Rightarrow \boxed{C_{eq} = C_1 + C_2}$$

Em série



Analogia $R_{eq} = R_1 + R_2$

Para tubos no regime molecular

$$\boxed{\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}}$$

AULA DE HOJE

Regime molecular (Bomba difusora)

1. Condutância de um orifício
2. Condutância de um diafragma
3. Duto circular
4. Duto com seção reta retangular

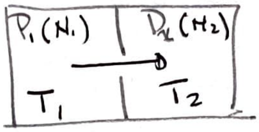
Leitura recomendada

P. A. Redhead "The ultimate vacuum"

VACUUM 53 (1999) 137-149

CONDUTÂNCIA DE UM ORIFÍCIO

Regime molecular



As dimensões da câmara de vácuo devem ser maiores do que as do orifício.

Suposição: As moléculas colidem apenas com as paredes da câmara.

Fluxo de gás (throughput) lembrando $\boxed{PV = NkT}$

$$Q = PS = P\frac{dV}{dt} = kT\frac{dN}{dt}$$

$$\boxed{\nu = \frac{1}{4} n \bar{v}}$$ onde $\nu = \dfrac{n^{\circ} \text{ de moléculas}}{\text{área tempo}}$

$\dfrac{dN}{dt} = \nu A$, então

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} \quad \text{e} \quad n = \frac{N}{V} = \frac{P}{kT}$$

$$Q = kT\nu A = kT\left(\frac{1}{4} n \bar{v}\right)A$$

$$Q = \cancel{kT}\,\frac{1}{4}\,\frac{P}{\cancel{kT}}\sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}\cdot A \Longrightarrow Q = PA\sqrt{\frac{kT}{2\pi m}}$$

$$Q_T = Q_1 - Q_2 = A\sqrt{\frac{kT}{2\pi m}}\,(P_1 - P_2)$$

O que nos interessa é o fluxo de massa total que é exatamente a diferença entre os dois compartimentos

$$\boxed{Q_T = A\sqrt{\frac{kT}{2\pi m}}\,\Delta P}$$

Mas, por definição: $Q = C(P_1 - P_2)$

logo $\boxed{C = A\sqrt{\frac{kT}{2\pi m}}}$ condutância de um orifício

Reescrevendo $\boxed{C = 3{,}64\left(\frac{T}{M}\right)^{1/2} A \ \ \ell/s}$

Para N_2 $T = 20°C$ $(T = 293 K)$

$\boxed{C_{N_2} = 12A \ \ \ell/s}$ $A(cm^2)$ $C(\ell/s)$

Para um orifício circular

$A = \frac{\pi D^2}{4}$, então

$C_{o_{N_2}} = 12\frac{\pi D^2}{4} \Longrightarrow \boxed{C_{o_{N_2}} = 9D^2}$ $D(cm)$ $C_o(\ell/s)$

Importante notar que $\boxed{C \propto \sqrt{\frac{T}{M}}}$

- No regime molecular a condutância não depende da pressão.
- Quanto maior a temperatura maior a condutância
- Quanto menor a temperatura menor a condutância
- A condutância é inversamente proporcional à massa molecular M.

Condutância de um diafragma.

Condutância de orifícios com áreas diferentes ligados por um tubo de comprimento L.

$$\boxed{\nu = \frac{1}{4} n \bar{v}}$$

Considerando a impedância na direção 1 para 2

A molécula de gás deve encontrar o orifício do tubo e depois vencer a superfície do tubo

$$Z_{12} = Z_{A_0} + Z_L + Z_{ef}$$

Na direção $2 \longrightarrow 1$

$$Z_{21} = Z_A + Z_L$$

Sabendo que $Z_{21} \equiv Z_{12}$

Vamos supor que o sistema esteja sendo bombeado e que se estabeleça um fluxo de massa.

Desligando-se as bombas, as pressões P_1 e P_2 devem se igualar, logo $Z_{21} \equiv Z_{12}$

Então: $Z_{A_0} + Z_L + Z_{ef} = Z_A + Z_L$

$$\therefore \boxed{Z_{ef} = Z_A - Z_{A_0}}$$

$$\frac{1}{C_{ef}} = \frac{1}{C_A} - \frac{1}{C_{A_0}} \Longrightarrow \boxed{C_{ef} = C_A \frac{C_{A_0}}{C_{A_0} - C_A}}$$

Sabendo que $C_o = 12A = 9D^2$, então

$$C_{ef} = 12A\left[\frac{A_o}{A_o - A}\right]$$ ou

$$C_{ef} = 9D^2\left[\frac{D_o^2}{D_o^2 - D^2}\right]$$ expressão equivalente

Estudo de Casos:

CASO 1

Para $A \ll A_o$

$C_{ef} = 12A$ ou $C_{ef} = 9D^2$

i.e. $\boxed{C_{ef} = C_A}$

CASO 2

Para $A \sim A_o$

$C_{ef} \to \infty$ i.e. $\boxed{Z_{ef} = 0}$

CASO 3

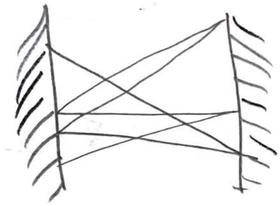
$A = \frac{A_o}{2}$

$\boxed{C_{ef} = 2\,C_A}$ efeito diafragma

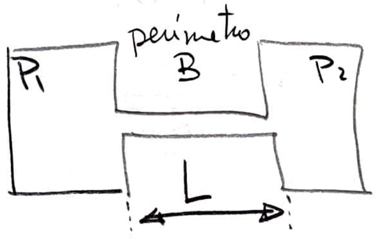
Condutância de um tubo circular

Regime molecular - Deduzido por Knudsen

No regime molecular as moléculas descrevem trajetórias em linha reta aleatórias entre as paredes



$$\boxed{\nu = \frac{1}{4} n \bar{v}} \quad \frac{\text{moléculas}}{\text{cm}^2\,\text{s}}$$



Nem todas as moléculas que penetram no tubo conseguem chegar do outro lado

$\Rightarrow$ A transmissão <u>NÃO</u> é 100%

Hipótese de Knudsen

$$\boxed{P_{\text{transmissão}} \propto \frac{A}{BL}}$$

Algumas moléculas vão para frente e outras voltam

A probabilidade de transmissão é proporcional à seção reta do tubo e inversamente proporcional à superfície do tubo

$$\begin{cases} A = \text{área} \\ B = \text{perímetro} \\ L = \text{comprimento do tubo} \end{cases}$$

Ref. A. Roth pag 82-85 seção 3.3.3

Condutância $\equiv$ $C \propto N_{moléculas} \times P_{transmissão}$

$N_{moléculas} \propto Q$ (proporcional ao throughput)

$$Q = P\frac{\Delta V}{\Delta t} = kT\frac{\Delta N}{\Delta t} \qquad \boxed{\frac{dN}{dt} = \nu A} \qquad \nu = \frac{1}{4} n \bar{v}$$

$$Q = kT\nu A = kT\frac{1}{4} n \bar{v} A \qquad \left\{ \begin{array}{l} \bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} \\ n = \frac{P}{kT} \end{array} \right.$$

$$\therefore \boxed{Q = PA\sqrt{\frac{kT}{2\pi m}}}$$

então $\left\{ \begin{array}{l} Q_1 = P_1 A\sqrt{\frac{kT}{2\pi m}} \\ Q_2 = P_2 A\sqrt{\frac{kT}{2\pi m}} \end{array} \right.$

Hipótese de Knudsen $P_{transmissão} \propto \frac{A}{BL}$

Sendo $C \propto P_{transmissão} \times N_{moléculas}$

$N \propto Q$, então:

$$Q_T \propto \sqrt{\frac{kT}{2\pi m}}(P_1 - P_2)A \times \frac{A}{BL}$$

$$\boxed{Q_T \propto \sqrt{\frac{kT}{2\pi m}}(P_1 - P_2)\frac{A^2}{BL}}$$

Nessa equação devemos incluir uma constante de proporcionalidade devido à correção de velocidades $\frac{16K}{3}$

$$Q = C\Delta P = C(P_1 - P_2)$$

$$\therefore \boxed{C_{tubo} = \frac{16k}{3}\sqrt{\frac{kT}{2\pi m}}\,\frac{A^2}{L}}$$ Equação Geral

- Para tubos cilíndricos $K = 1$
- Para tubos de seção reta retangular, o fator K depende da relação entre os lados do tubo (b/a)

sendo $\bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$, vem

$$\boxed{C = \frac{4}{3}K\bar{v}\,\frac{A^2}{BL}}$$

Para um tubo circular, temos $\begin{cases} A = \frac{\pi D^2}{4} \\ B = 2\pi R = \pi D \end{cases}$

logo $$\boxed{C = \frac{\pi}{12}\,\bar{v}\,\frac{D^3}{L}}$$

Influência da Temperatura

$C \propto \bar{v}$ $\quad\quad$ $\bar{v} \propto \sqrt{\frac{T}{M}}$

$$\frac{C_1}{C_2} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{1/2}\left(\frac{M_2}{M_1}\right)^{1/2}$$

Para $T_1 = 293K$ e $T_2 = 77K$

N_2 líquido
$T = 77K$

$$C \propto \sqrt{\frac{293}{77}} \sim 2 \Rightarrow \text{FATOR } 2.$$

i.e. Ao se colocar N_2 líquido a condutância Diminui um fator 2, mas a pressão também diminui, porque as moléculas grudam nas paredes.

Condutância de um tubo cilíndrico para N_2

$$\boxed{C = \frac{\pi}{12}\bar{v}\frac{D^3}{L}}$$

$T = 300K$
$M = 28$ uma

$$\bar{v} = \left(\frac{8KT}{\pi m}\right)^{1/2} = \left(\frac{8RT}{\pi N_A m}\right)^{1/2} = \left(\frac{8R}{\pi}\right)^{1/2}\left(\frac{T}{M}\right)^{1/2}$$

$$\boxed{C = 3{,}8\left(\frac{T}{M}\right)^{1/2}\frac{D^3}{L}}$$

Roth pag 84

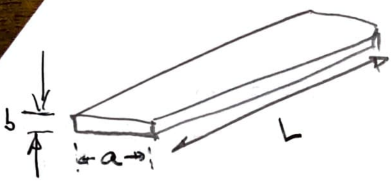
Para $T = 293K$ e $M = 28$uma

$$\boxed{C_{AIR} \cong \frac{12D^3}{L}}$$

D(cm)
L(cm)
C(l/s)

Independe da Pressão

Condutância de um duto retangular



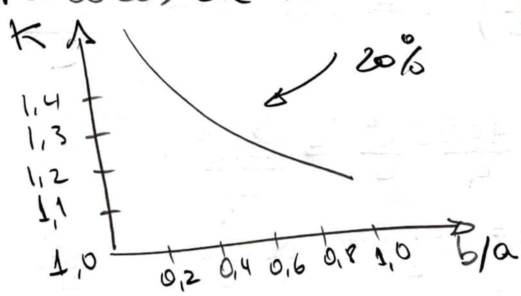
$b < a$

$$\begin{cases} A = a \cdot b & \text{área} \\ B = 2(a+b) & \text{perímetro} \end{cases}$$

Sendo $$\boxed{C = \frac{4}{3}\,\bar{v}\,\frac{A^2}{BL}K}$$

$$C = \frac{4}{3}\,\bar{v}\,\frac{(ab)^2}{2(a+b)L}K = \frac{2}{3}\,\bar{v}\,\frac{a^2b^2}{(a+b)L}K$$

Valores de K



mostrar slide

para $a = 2b$

correção de 20%

Estudo de casos

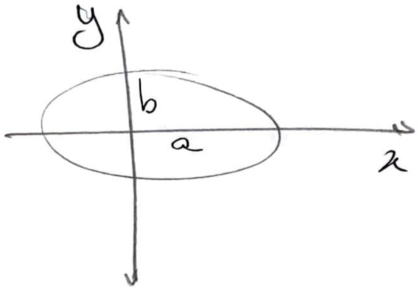
ⓐ Para $a \gg b$

$$\boxed{C = \frac{2K\bar{v}}{3}\frac{ab^2}{L}}$$

ⓑ Para $a = b$ quadrado

$$\boxed{C = \frac{1}{3}K\bar{v}\,\frac{a^3}{L}}$$

(c) Elipse



semi-eixos a e b

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$A = \pi a b$$

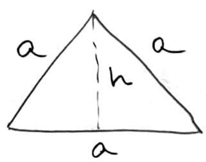
$$B = 2\pi \left(\frac{a^2+b^2}{2} \right)^{1/2}$$

$$\boxed{C = k \, \frac{2\sqrt{2}}{3} \, \frac{\pi}{L} \, \frac{a^2 b^2}{(a^2+b^2)^{1/2}} \, \bar{v}}$$

(d) Tubo triangular

(triângulo equilátero de lado a)

$$K = 1{,}24$$



$$A = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \quad ; \quad B = 3a$$

$$a^2 = h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 \Longrightarrow \boxed{h^2 = a^2 - \frac{a^2}{4}}$$

dedução $h^2 = a^2 - \frac{a^2}{4} = \frac{4a^2}{4} - \frac{a^2}{4} = \frac{3a^2}{4}$.

$$\therefore h = \frac{\sqrt{3}}{2} a \Rightarrow A = \frac{a \cdot h}{2} = \frac{a}{2} \frac{\sqrt{3}}{2} a = \frac{\sqrt{3}}{4} a$$

$$\boxed{C = 0{,}43 \left(\frac{kT}{2\pi m} \right)^{1/2} \frac{a^3}{L}}$$ em CGS

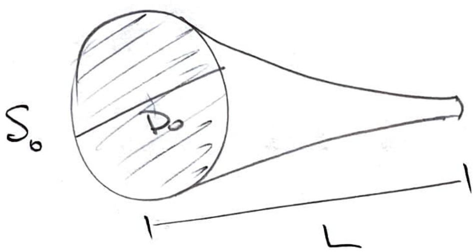
Para o ar a 20°C

$$\boxed{C = \frac{4{,}8\, a^3}{L}}$$

Expressão geral para o cálculo da condutância de tubos.

$$\boxed{C = K\,\frac{4}{3}\,\frac{\bar{v}}{\int_0^L \frac{B}{A}\,dl}}$$

Exemplo: Vuvuzela



seção circular

$$\boxed{S = S_0\, e^{-\beta x}}$$

$0 < x < L$

$$S = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi}{4} D_0^2\, e^{-\beta x} \qquad \begin{cases} D^2 = D_0^2\, e^{-\beta x} \\ D = D_0\, e^{-\frac{\beta x}{2}} \end{cases}$$

O problema se reduz ao cálculo da integral

$$\boxed{I = \int_0^L \frac{B}{A^2}\,dl}$$

será feito na próxima aula.

Bomba Difusora

Mostrar slides

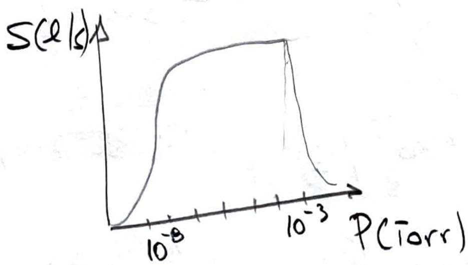
Back streaming (VAPOR)
Back migration (SUPERFície)

. A bomba difusora não consegue bombear mais do que o número de moléculas que passam pelo orifício de entrada (BOCA)

Velocidades supersônicas

As colisões elásticas das moléculas do vapor de óleo transmitem momento linear às moléculas do ar (500 uma X 28 uma)

As paredes são esfriadas para ajudar na condensação do vapor de óleo.



Baffle ≡ Evita backstreaming

Trap (N_2 líquido) também evita

• A condutância da bomba está relacionada com a velocidade de bombeamento

• A velocidade de bombeamento depende do processo envolvido

• Eficiência de bombeamento $\varepsilon \sim 30\%$ a 40%

FATOR H

Fator H ou fator de velocidade de bombeamento é a razão entre a velocidade real de bombeamento e o máximo fluxo permitido.

Velocidade da bomba ≡ 50% condutância do orifício

$$S = 50\% \left(9D^2\right)$$

$$\therefore \boxed{S = 4{,}5\, D^2}$$

D(cm)
S(l/s)

Exemplos

Diâmetro	CATÁLOGO	CALCULADO
2"	90 l/s	115 l/s
4"	425 l/s	450 l/s
18"	10 000 l/s	9 300 l/s
52"	17000 l/s	18000 l/s

$$\boxed{1'' = 2{,}54\,\text{cm}}$$