AULA 5 — Ciência e Tecnologia do Vácuo — 1

- 2022 -

8/04/22

passar a lista

Resumo da aula anterior.

Teoria Cinética dos Gases

- Número de Avogadro $\boxed{N_A = 6{,}02 \times 10^{23}}$

Todos os gases contêm o mesmo número de moléculas ou átomos quando ocupam um mesmo volume nas mesmas condições de temperatura e pressão (CNTP)

- Número de moles $n = N/N_A$
- Equação de gases ideais

$$PV = nRT \Longrightarrow PV = \frac{N}{N_A}RT \Longrightarrow \boxed{PV = NkT}$$

$k = \frac{R_o}{N_A}$ é a cte de Boltzman

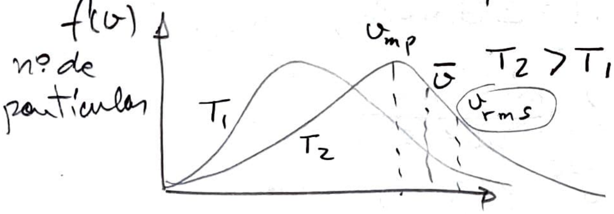
- Livre caminho médio

N_2 $T = 300K$

$$\lambda = \frac{V}{4\pi\sqrt{2}\,r^2 N} \Longrightarrow \lambda = \frac{kT}{P4\pi\sqrt{2}\,r^2}$$

$$\boxed{\lambda = \frac{5\times10^{-3}\,(cm)}{P\,(Torr)}}$$

- Distribuição de Maxwell-Boltzman



$$v_{mp} = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$$

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$$

$$v_{rms} = \bar{v}_2 = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

Fluxo de moléculas

$$\nu = \frac{1}{4} n \bar{v} \qquad \nu = \frac{\text{nº de moléculas}}{\text{área} \quad \text{tempo}}$$

$$\boxed{\nu = 3{,}5 \times 10^{22}\, P(Torr)\, (MT)^{-1/2}\, cm^{-2} s^{-1}}$$

Exercícios - Lista 1

(11) Quanto tempo leva para formar uma monocamada em função da pressão?

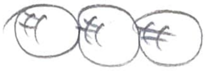
- Quantas moléculas de N_2 cabem em $1\,cm^2$

$\delta_{N_2} = 3{,}7 \times 10^{-8}\,cm$ diâmetro da molécula de N_2

Área de uma molécula

$$A = \pi R^2 = \frac{\pi \delta^2}{4}$$

Modelo Simples



Regra de 3

$$1 \text{ — } \frac{\pi \delta_{N_2}}{4} \text{ área}$$

$$N \text{ — } 1\,cm^2$$

$$N = \frac{\text{nº de partículas}}{\text{área}} = \frac{1}{A} = \frac{4}{\pi \delta^2} = 9{,}0 \times 10^{14} \sim 10^{15} \frac{\text{partículas}}{cm^2}$$

- Pela teoria cinética dos gases o fluxo é dado por:

$$\nu = \frac{1}{4} n \bar{v} \equiv \frac{\text{nº de moléculas}}{\text{área tempo}}$$

Sabendo que $PV = NkT$ e $n = N/N_A$ e $\bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$

$$\nu = 3{,}5 \times 10^{22}\, P(Torr)\,(MT)^{-1/2}$$

Para N_2 a $T = 300\,K$ e $M = 28$ u.m.a, vem

$$\nu = 3{,}8 \times 10^{20}\, P(Torr) \frac{\text{moléculas}}{cm^2\, s}$$

em $1\,s$ — $3{,}8 \times 10^{20}\, P(Torr)$

τ — 10^{15} moléculas

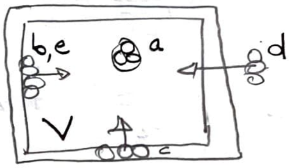
então $$\boxed{\tau = \frac{2{,}6 \times 10^{-6}}{P(Torr)}}$$

τ é o tempo de formação de uma monocamada

TABELA $\tau \times P$

P (Torr)	τ
1 atm	10^{-10} s
10^{-3}	10^{-3} s
10^{-6}	3 s
10^{-8}	5 min
10^{-10}	7,5 horas
10^{-14}	9 anos

Lista 1 - Questão 10



Fontes de gases
- (a) gás do volume
- (b) molécula na superfície
- (c) moléculas absorvidas no metal (difusão)
- (d) moléculas do exterior (permeação)
- (e) dessorção térmica (superfície)

Slide 1

Lista 1 - Questão 12: Qual a pressão em que $N_{vol} \equiv N_{sup}$?

Se a pressão for alta as moléculas se aprisionam na superfície
As moléculas ficam aprisionadas (COESAS) devido a forças físicas e químicas

{ Moléculas fracamente ligadas à superfície
Moléculas pouco ligadas
Moléculas fortemente ligadas a superfície

Em $P = 1$ atm (760 torr) as moléculas ficam fixas inclusive pelas moléculas que blindam essas moléculas na parede.

Para responder quando $N_V \equiv N_S$ vamos iniciar pela lei dos gases ideais:

$$\boxed{PV = NkT}$$

$$N_V = \frac{PV}{kT}$$

$$\begin{cases} V_{esfera} = \frac{4}{3}\pi R^3 \\ A_{esfera} = 4\pi R^2 \end{cases}$$

$$\boxed{N_V = \frac{P}{kT}\,\frac{4}{3}\pi R^3}$$

$N_S = \dfrac{4\pi R^2}{\text{area ocupada por uma molécula}}$ → área

Área da superfície da câmara

$$N_S = \frac{4\pi R^2}{\frac{\pi \delta^2}{4}} = \boxed{\frac{16 R^2}{\delta^2}}$$

Queremos $N_S = N_V$, então

$$\frac{16R^2}{\delta^2} = \frac{P}{kT}\,\frac{4}{3}\pi R^3 \Longrightarrow \boxed{P = \frac{12kT}{\pi R \delta^2}}$$

Para N_2 $\quad \delta_{N_2} = 3{,}7\times10^{-8}\,\text{cm} \qquad k = 10^{-22}\,\frac{\text{Torr}\,\ell}{K} = 10^{-19}\,\frac{\text{Torr}\,\text{cm}^3}{K}$

Para $T = 300K \Longrightarrow \boxed{P = \dfrac{0{,}167}{D\,(\text{cm})}\,(\text{Torr})} \qquad \boxed{D = 2R}$

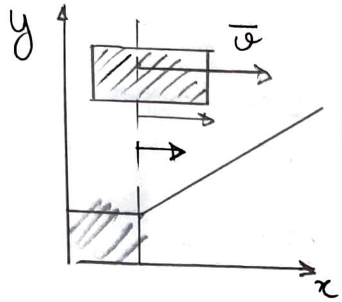
Considerando uma câmara de vácuo de $D \sim 20\,\text{cm}$

$$\boxed{P = 8{,}5\times10^{-3}\ \text{Torr}}$$

A molécula proveniente da superfície da câmara de vácuo torna-se importante a partir de 10^{-2} Torr.

Atenção: Num sistema de vácuo o gás do volume não é muito importante, pois esse gás é retirado da câmara rapidamente.

Verificar esse fato na bancada 2
Medidor diafragma



VISCOSIDADE

duas placas com fluidos entre elas

Placa se movendo em relação à outra.

$\boxed{\text{gradiente de velocidade}}$

$$\frac{d\vec{v}}{dy}$$

A camada inferior se desloca com velocidade menor e assim sucessivamente

Experimentalmente é verificado que para manter o deslocamento é necessário aplicar uma força na direção e sentido do deslocamento, proporcional à Área (A) da placa e ao gradiente de velocidade.

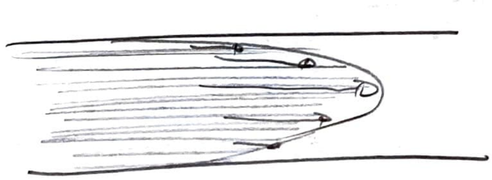
$$\boxed{F = \eta A \frac{d\vec{v}}{dy}}$$

η é o coeficiente de viscosidade do fluido

Isso equivale a dizer que o gás exerce, sobre a placa, uma força de reação chamada força viscosa, do mesmo módulo e direção, mas com sentido oposto ao movimento.

A velocidade do gás afeta o fluxo de escoamento quando o sistema está no regime viscoso

Perfil de velocidades



Velocidade máxima na parte central do tubo.
Velocidade nula para as moléculas na parede

Exemplo: folhas nas margens de um rio!

Podemos imaginar o gás deslizando em camadas longitudinais.

Cada camada exerce uma força tangencial sobre a outra camada adjacente, freiando a camada de maior velocidade e tendendo a aumentar o movimento das mais lentas

No sistema <u>CGS</u> a unidade de viscosidade é chamada <u>POISE</u>

$$[P] \equiv \left[\frac{\text{dinas}}{\text{cm}^2}\right]$$

Relação entre η e λ

$$\boxed{\eta = \frac{1}{3} \lambda n m \bar{v}}$$

Regimes de Escoamento

A. Roth cap.3

Ao diminuir a pressão desde a pressão atmosférica até pressões mais baixas, o sistema passa por vários regimes de escoamento:

- VISCOSO
  - fluxo Turbulento
  - fluxo laminar
- INTERMEDIÁRIO
- MOLECULAR

__VISCOSO__
- Movimento coletivo do gás
- $\lambda \ll D$
- colisões elásticas entre as moléculas
- O escoamento é regido pela viscosidade do gás

__MOLECULAR__
- Caracterizado por λ grande ($\lambda \gg D$)
- Movimento independente das moléculas

Regime Viscoso

- Velocidades altas - fluxo turbulento
- velocidades baixas - fluxo laminar

No fluxo laminar as velocidades aumentam da borda para o centro

O limite entre o fluxo turbulento e o laminar é dado pelo número de Reynolds, enquanto que os limites entre os regimes viscoso (laminar) intermediário e molecular são dados pelo número de Knudsen.

Definição do Número de Reynolds

$$Re = \frac{\rho v D}{\eta}$$

- ρ é a densidade do gás
- v é a velocidade das moléculas
- η é a viscosidade do gás
- D é o diâmetro do tubo

$Re > 2100$ fluxo turbulento

$Re < 1100$ fluxo laminar

ANÁLISE DIMENSIONAL

$$Q = PS = P\frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{P \Delta L A}{\Delta t} = P v \frac{\pi D^2}{4}$$

então $\boxed{Q = P v \frac{\pi D^2}{4}}$ ou $\boxed{v = \frac{4Q}{P \pi D^2}}$ (i)

$$\rho = \frac{W_{\text{massa do gás}}}{V} = \frac{N \cdot m}{V} = nm$$

mas $n = \frac{\text{n}^{\text{o}} \text{ de moléculas}}{V}$

Lei dos gases $\boxed{n = \frac{P N_A}{RT}}$

Então: $\rho = \frac{P N_A}{RT} m$

lembrando $N_A m = M$ (Massa Molar)

logo $\rho = \frac{MP}{RT}$ ou seja $Re = \frac{MP}{RT}\frac{vD}{\eta}$

$$Re = \frac{M\cancel{P}}{RT} \overset{v}{\left(\frac{4Q}{\cancel{P} \pi D^2}\right)} \frac{D}{\eta}$$

$$\boxed{Re = \frac{4QM}{\pi D R T \eta}}$$

Para o ar seco $\quad T = 20°C \Rightarrow T = 293K$

$\eta = 1{,}829 \times 10^{-4}$ poise

$R = 62{,}364 \dfrac{Torr\,\ell}{K}$

$M = 28{,}98$

$$\Rightarrow \boxed{Q_{air} = 9{,}06 \times 10^{-2}\, R_e D}$$

Fluxo turbulento $\quad Q > 200D$ (cm)

Fluxo laminar $\quad Q < 100D$ (cm)

Unidade $[Q] \equiv \left[\dfrac{Torr\,\ell}{s}\right]$

Número de Knudsen

$$\boxed{N_K = \frac{\lambda}{D}}$$

$$\begin{cases} \dfrac{D}{\lambda} > 100 & \text{Regime Viscoso} \\ 1 < \dfrac{D}{\lambda} < 100 & \text{Intermediário} \\ \dfrac{D}{\lambda} < 1 & \text{Regime Molecular} \end{cases}$$

Como $\lambda = \frac{5 \times 10^{-3}}{P(\text{Torr})}$ (cm)

Então

$$\begin{cases} DP \geq 1 & \text{Regime Viscoso} \\ 10^{-2} < DP < 1 & \text{Intermediário} \\ DP \leq 10^{-2} & \text{Molecular} \end{cases}$$

$$\boxed{\bar{P} = \frac{P_1 + P_2}{2}}$$

Essas definições são feitas apenas para se ter uma ordem de grandeza. Mas, o regime determina as aproximações que devem ser feitas para o cálculo das condutâncias, uma vez que descrevem situações físicas muito diferentes.

Fluxo turbulento: situações com dimensões pequenas (diâmetro)
As linhas de campo não são retas e nem regulares formam-se redemoinhos
Esse tipo de fluxo aparece nos primeiros instantes do bombeamento. Em geral, não nos preocupamos com esse regime

Fluxo laminar:

Perfil da velocidade das moléculas.

Lei de Poiseville

As linhas de campo nesse caso tornam-se retas, tendendo a serem constantes no tempo.

VAN ATTA pag 26-30

MOVIMENTO COLETIVO DAS MOLÉCULAS

A figura das linhas de fluxo é razoavelmente regular

A velocidade das moléculas aumenta desde a proximidade da superfície do tubo até o centro, onde é máxima.

O fluxo apresenta características de camadas (laminar) e viscosidade entre camadas.

O livre caminho médio (λ) é pequeno comparado com as dimensões do sistema.

As moléculas chocam-se entre si

A impedância depende do tamanho e das formas das irregularidades do tubo, da velocidade e da PRESSÃO do gás.

Regime Intermediário (TRANSIÇÃO)

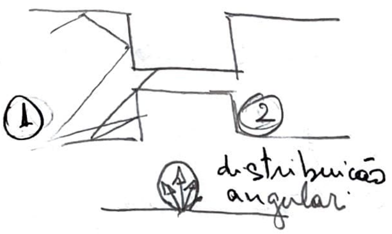
A pressão diminui e o λ aumenta ($\lambda \sim D$)

O fluxo deixa de ser totalmente viscoso

O número de choques com as paredes do sistema é da mesma ordem de grandeza do número de choques com as outras moléculas.

Regime Molecular

Neste regime as moléculas chocam-se principalmente com as paredes do tubo. As moléculas movem-se independentemente uma das outras.



Em pressões baixas, os resultados experimentais indicam que as moléculas condensam na superfície, entram em repouso e são re-evaporadas numa direção independente do ângulo de incidência

A transmissão não é 100%

A colisão com a parede não tem o mesmo ângulo de reflexão e o ângulo de incidência.

A distribuição angular das partículas é máxima em 90° e é simétrica!!

⇒ A quantidade máxima de moléculas que atravessa o tubo é igual ao número de moléculas incidentes.

$\boxed{N_0 \times P_{1-2}}$

P_{1-2} é a probabilidade de transmissão $1 \to 2$

P_{1-2} depende da geometria do sistema

Independe da pressão

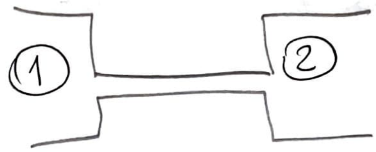
Depende do gás

Depende da temperatura

Nesse regime a condutância é pequena

Nesse regime a eficiência das bombas é muito pequena!

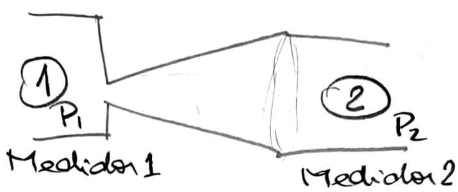
CASO A



Simétrico

A probabilidade de transmissão é a mesma das moléculas passarem de $1 \to 2$ e $2 \to 1$

CASO B



Assimétrico

As impedâncias são as mesmas $1-2$ e $2 \to 1$
Os dois caminhos oferecem a mesma resistência.

$$\therefore \boxed{N_1 P_{12} \equiv N_2 P_{21}}$$

Com a bomba de vácuo desligada os dois medidores vão indicar as mesmas pressões
Não existe preferência.

Com essas definições, vamos calcular nas próximas aulas:

CONDUTÂNCIA
- ORIFÍCIO
- ORIFÍCIO CIRCULAR
- TUBOS
  - DUTO CIRCULAR
  - DUTO Quadrado
  - DUTO ANULAR

Densidade Molecular

$N_A = 6{,}02 \times 10^{23}$

massa do gás

$$PV = NKT = N\frac{R_o}{N_A}T = \frac{N m R_o T}{N_A m} = \frac{W}{M}R_oT$$

massa molar

$\frac{W}{M}$ é o número de moles $\qquad \frac{W}{M}\frac{N_A}{V} = n$ nº de moléculas por unidade de volume

PV = nRT

$$n = N_A \frac{W}{M}\frac{1}{V} = N_A \cancel{\frac{W}{M}} \frac{P}{\frac{\cancel{W}}{\cancel{M}}RT} = \frac{N_A P}{RT}$$

$$n = \frac{6{,}02 \times 10^{23}\, P}{6{,}236 \times 10^4\, T} \Rightarrow n = 9{,}656 \times 10^{18}\frac{P}{T}$$

Para T = 760 Torr e T = 273 K

$$\boxed{n = 2{,}687 \times 10^{19}\ \frac{\text{moléculas}}{cm^3}}$$

outra maneira

$$PV = NKT \qquad n = \frac{N}{V} = \frac{P}{KT}$$

$$\boxed{n = 9{,}6 \times 10^{18}\frac{P}{T}}$$

P = 760 Torr $\qquad$ T = 273 K

$$\boxed{n = 2{,}687 \times 10^{19}\ \frac{\text{moléculas}}{cm^3}}$$

Exemplos de cálculos com os limites

① Considere um sistema de vácuo sendo bombeado por uma bomba mecânica $S = 60\ \ell/min \equiv 1\ \ell/s$ em uma tubulação de 2'' ~ 5 cm de diâmetro.

Seja inicialmente $P \sim 500$ Torr

$$Q = PS = 500 \times 1 = 500\ \frac{\text{Torr}\ \ell}{s}$$

Limites $\begin{cases} \text{fluxo turbulento} & 200D \rightarrow 200\times 5 = 1000\ \frac{\text{Torr}\ \ell}{s} \\ \text{fluxo laminar} & 100D \rightarrow 100\times 5 = 500\ \frac{\text{Torr}\ \ell}{s} \end{cases}$

$\Rightarrow$ Estamos no caso limite!!

② a) Considere uma bomba difusora de 10'' ~ 25 cm

$S_{BD} \sim 50\%$. Condutância do orifício $= \frac{1}{2}\, 9D^2 = 4{,}5\, D^2$

$\boxed{S_{BD} \sim 4{,}5\, D^2}$ $D\,[cm]$ $[S_{BD}] = [\ell/s]$

Se $P \sim 10^{-3}$ Torr $Q = SP = 2812 \times 10^{-3} \sim 2{,}8\ \frac{\text{Torr}\ \ell}{s}$

Condição de fluxo turbulento $\boxed{Q > 200\, D}$

$2{,}8 > 200\, D$ então $D < \frac{2{,}8}{200}$ $\boxed{D < 0{,}01\ cm}$

MUITO PEQUENO

b) Considere agora uma bomba rotativa $\begin{cases} P \sim 600\ \text{Torr} \\ S_b \sim 50\ \ell/s \end{cases}$

$$Q = PS = 600 \times 50 = 3000\ \frac{\text{Torr}\ \ell}{s}$$

Condição $Q > 200\, D$

$3000 > 200\, D$

$$D < \frac{3000}{200} = 15\ cm$$

Exercícios Nº de Knudsen

(a) Qual o regime de uma câmara de vácuo de 20 cm de diâmetro em uma pressão de $P = 10^{-2}$ Torr

$D \times P = 20 \times 10^{-2} = 0{,}2$ Torr cm

Recordando
$$\left\{\begin{array}{ll} DP \geq 1 & \text{Viscoso} \\ DP \leq 10^{-2} & \text{Molecular} \\ 10^{-2} < DP < 10^{0} & \text{intermediário} \end{array}\right.$$
[Torr cm]

Resposta: Regime intermediário

(b) Qual o regime de uma câmara de 20 cm de diâmetro com pressões de 10^{-4} Torr?

$D \times P = 20 \times 10^{-4} = 2 \times 10^{-3}$ Torr cm

Resposta: Regime Molecular