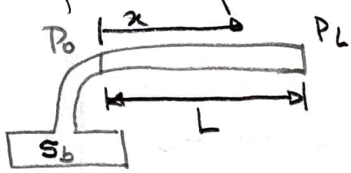
– 2022 –

Resumo da aula anterior

Perfil da pressão ao longo do tubo.



$$P_x = P_0 + qB\left[\frac{x}{C} - \frac{x^2}{2LC}\right]$$

$$\boxed{P_L - P_0 = \frac{qBL}{2C}}$$

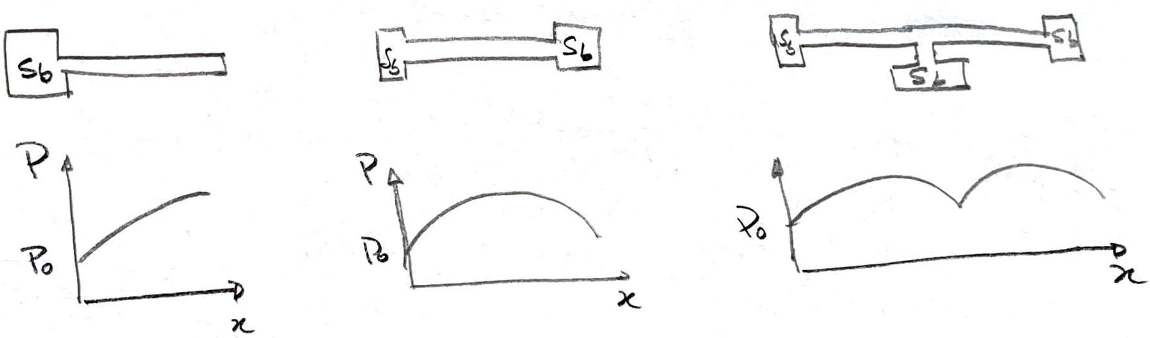
Não depende da pressão.

$$P_0 = \frac{qBL}{S_b}$$

condições de contorno

$$\left.\frac{dP}{dx}\right)_{x=L} = 0$$

$$x = 0 \rightarrow P = P_0$$



Estudo de Vazamentos

- Vazamento real
- Vazamento virtual

Regime viscoso

$$S_{ef} = \frac{S_b \, C_{viscoso}}{S_b + C_{viscoso}} \Rightarrow \boxed{S_{ef} \sim S_b}$$

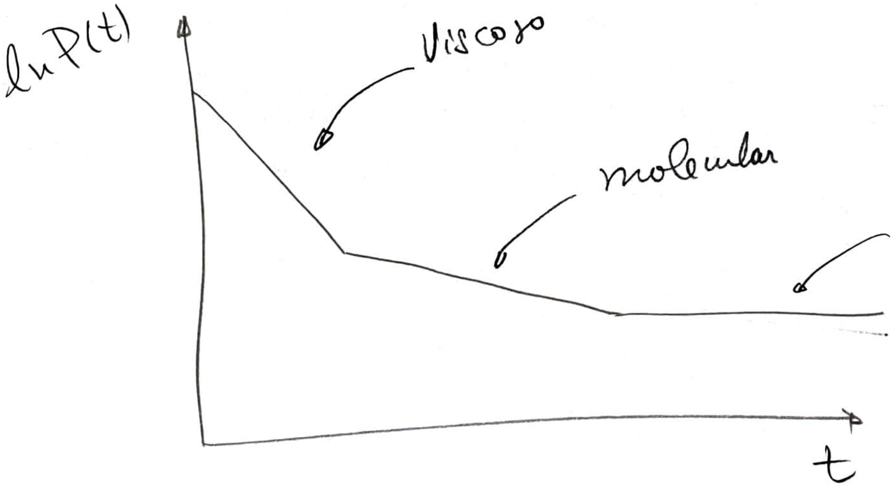
Regime molecular

$$\boxed{S_{ef} = \frac{S_b \, C_{molecular}}{S_b + C_{molecular}}}$$

Valor depende da condutância

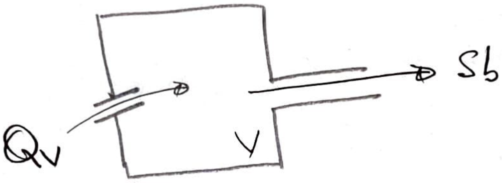
Constante de decaimento $\boxed{\tau = V/S}$

Depende de S, logo:



$$\boxed{P_{res} = \frac{\sum_i Q_i}{S}}$$

Vazamento real



$$Q_v = C\Delta P = C_v(P_{ext} - \cancel{P_{int}})$$ pequeno

$$P_{ext} >> P_{int}$$

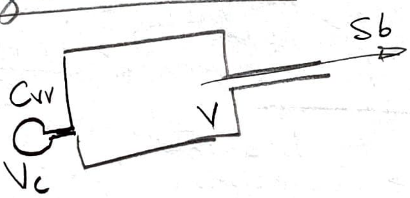
$$P_{res} = \frac{\sum_i' Q_i}{S}$$

$$P_{res} = \frac{Q_v}{S} = \frac{C_v P_{ext}}{S}$$

$P_{ext} \sim P_{atm}$

$$\boxed{P_{res} = \frac{C_v P_{atm}}{S}}$$

Vazamento virtual



CAVIDADE + ORIFÍCIO PEQUENO

≡ Vazamento Virtual

$C_{vv} << S_b$

equação geral

$$\boxed{-V\frac{dP}{dt} = PS - \sum_i' Q_i}$$

Analogamente, podemos escrever

$$-V\frac{dP_c}{dt} = Q_{vv}$$

$$Q_{vv} = C_{vv}(P_c - P_{int})$$

$P_c >> P_{int}$, logo:

$$Q_{vv} = C_{vv} P_c$$

$$-V_c\frac{dP_c}{dt} = C_{vv} P_c$$

equação $\frac{dP_c}{dt} = -\frac{C_{vv}}{V_c} P_c$

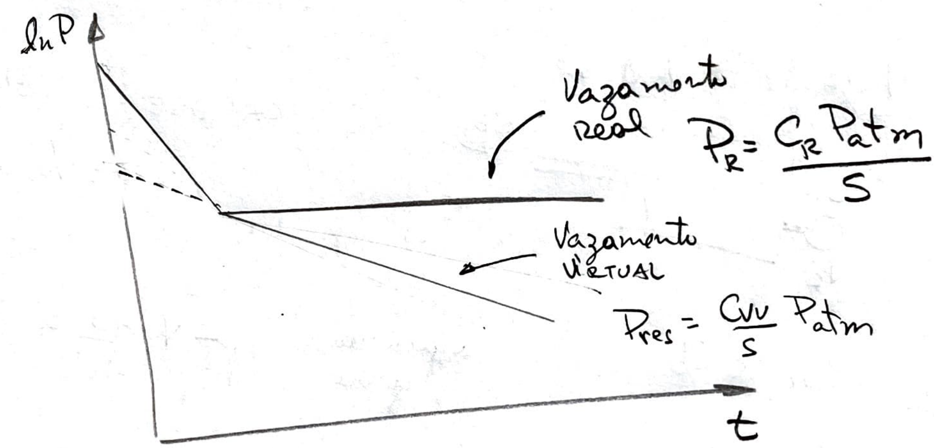
solução $\boxed{P_c = P_0' e^{-\frac{C_{vv}}{V_c} t}}$

A pressão residual será $P_{res} = \frac{Q_{vv}}{S}$, então

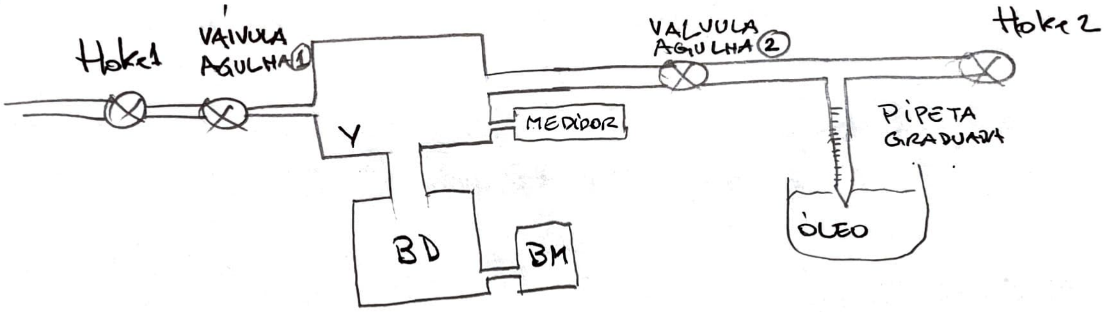
$P_{res} = \frac{C_{vv} P_c}{S} \Rightarrow \boxed{P_{res} = \frac{C_{vv}}{S} P_0' e^{-\frac{C_{vv}}{V_c} t}}$

$\frac{C_{vv} P_0'}{S}$ é constante $P_0' \sim P_{atm}$

Mostrar slide



Sistema para o Estudo de Vazamentos



1 Medida da pressão em função do tempo P(t)

a) Bombeamento até 10^{-6} Torr

b) Todas as válvulas fechadas.

c) Abrindo-se a válvula agulha 1, a pressão pode ser ajustada até 10^{-3} Torr. A válvula Hoke 1 deve estar aberta.

Fechando-se a válvula agulha 1 pode-se medir a pressão em função do tempo P(t)

2 Simulando um vazamento real

a) Bombeamento até 10^{-6} Torr

b) Através da válvula agulha 1, eleva-se a pressão até 10^{-5} Torr

c) Com a válvula agulha 2 aberta, a pressão pode atingir um valor de pressão mais alto ($P \sim 10^{-3}$ Torr)

Fechando-se a válvula agulha 2 pode-se medir P(t) com a válvula Hoke 1 aberta, estamos simulando um vazamento real.

3 Simulando um vazamento virtual

Nas mesmas condições do item anterior, com a válvula Hoke 1 FECHADA estamos simulando um vazamento VIRTUAL.

CÁLCULOS DE SITUAÇÕES REAIS

(a) Bombeamento até $P = 10^{-6}$ Torr

Com a válvula agulha (1) a pressão é elevada até 10^{-5} Torr
Com a válvula agulha (2) a pressão é elevada até 8×10^{-4} Torr

Fechando-se a válvula agulha (2) foi medida a pressão em função do tempo $P(t)$

Com a válvula Hoke (1) aberta temos vazamento REAL
Com a válvula Hoke (2) fechada temos vazamento VIRTUAL

Ref. Apostila Helcio Onusic e Luiz Marcos

(1) Vazamento real (VIDE GRÁFICO)

$$P_{res} = \frac{C_R \, P_{atm}}{S} \qquad C_R = \frac{P_{res} \, S}{P_{atm}}$$

$$C_R = \frac{10^{-5}(S)}{700} \quad \text{sendo} \quad S = 50\ \ell/s \quad \text{(vide gráfico)}$$

$$C_R = \frac{10^{-5}(50)}{700} \Rightarrow \boxed{C_R = 7 \times 10^{-7}\ \ell/s}$$

Mas, $C_0 = 9D^2$

$$D^2 = \frac{7 \times 10^{-7}}{9}$$

$$\therefore \boxed{D \cong 2{,}8 \times 10^{-4}\ cm}$$

2,8 μm

VAZAMENTO VIRTUAL

Simula-se fechando a válvula Hoke (1).

$S = 50\ \ell/s$ (Valor medido)

$$\boxed{P_{res} = \frac{C_{vv} P_0'}{S} e^{-\frac{C_{vv}}{V_c} t}}$$

Podemos estimar o valor da cte $\frac{C_{vv} P_0'}{S}$ diretamente do gráfico

$$\frac{C_{vv} P_0'}{S} = 10^{-5}$$

$$C_{vv} = \frac{50 \times 10^{-5}}{700} \Longrightarrow \boxed{C_{vv} = 7 \times 10^{-7}\ \ell/s}$$

$$P_{res} = \frac{C_{vv} P_0'}{S} e^{-\frac{C_{vv}}{V_c} t} \Longrightarrow P_{res} = P' e^{-\frac{C_{vv}}{V_c} t}$$

$P' = \frac{C_{vv} P_0'}{S} = 10^{-5}$ Torr (leitura do gráfico)

$P_{res} = 7 \times 10^{-6}$ Torr em 1000 s ($\sim$17 minutos)

$$\ln \frac{P_{res}}{P'} = \ln e^{-\frac{C_{vv}}{V_c} t} \Longrightarrow \ln \frac{P_{res}}{P'} = -\frac{C_{vv}}{V_c} t$$

$$\ln \frac{P'}{P_{res}} = \frac{C_{vv}}{V_c} t \longrightarrow V_c = \frac{C_{vv}\, t}{\ln \frac{P'}{P_{res}}}$$

$P' = \frac{C_{vv} P_0'}{S} = 10^{-5}$ Torr então $V_c = \frac{7 \times 10^{-7} (1000)}{\ln \frac{10^{-5}}{7 \times 10^{-6}}} = 2 \times 10^{-3}\ \ell$

$$\therefore \boxed{V_c \simeq 2\, m\ell}$$

Exercício: Vazamento Virtual

(a) Qual o tempo para esse sistema atingir a pressão sem vazamento de $P = 2\times10^{-6}$ Torr ?

$$P = P_0\, e^{-\frac{C_{VV}}{V_c} t}$$

$$\ln \frac{P}{P_0} = -\frac{C_{VV}}{V_c} t \Longrightarrow \ln \frac{P_0}{P} = \frac{C_{VV}}{V_c} t$$

$$\therefore \boxed{t = \frac{V_c}{C_{VV}} \ln \frac{P_0}{P}}$$

substituindo os valores

$$t = \frac{2\times10^{-3}}{7\times10^{-7}} \ln \frac{10^{-5}}{2\times10^{-6}}$$

$$t = 4598\,s \Longrightarrow \boxed{t = 1{,}3 \text{ horas}}$$

(b) Qual o diâmetro da abertura equivalente ?

$$C_0 = 9D^2 \quad D^2 = \frac{7\times10^{-7}}{9} \Longrightarrow D = 3\times10^{-4}\,cm$$

$$D = 3\,\mu m$$

obs: Os vazamentos virtuais não são fáceis de serem detectados por estarem no interior das câmaras e acarretam uma queda de pressão muito lenta.

Deve-se sempre ter muito cuidado para se evitar a formação de cavidades internas conectadas ao sistema através de grandes impedâncias.

Exercício 2: Vazamento Virtual

(a) Suponha $V_c = 10^{-5}\ell$ conectado a um capilar de diâmetro $D = 10^{-4}$ cm e comprimento $L = 2$ cm.

Qual o tempo necessário para a pressão cair por um fator 10 no regime molecular?

$$P = P_0 \, e^{-\frac{C_{VV}}{V_c} t} \qquad t = \frac{V_c}{C_{VV}} \ln \frac{P_0}{P}$$

$$C_{VV} = \frac{12 D^3}{L} = 6 \times 10^{-12} \, \ell/s$$

$V_c = 10^{-5}\ell$ então $t = \dfrac{10^{-5}}{6 \times 10^{-12}} \ln 10 \Longrightarrow \boxed{t = 44 \text{ dias}}$

(b) Na pressão atmosférica, qual o número de moléculas nessa cavidade a $T = 300K$?

$PV = NkT \qquad N_V = \dfrac{PV}{kT} \qquad V_c = \dfrac{4}{3}\pi R^3 = \dfrac{4}{3}\dfrac{\pi D^3}{8} = \dfrac{\pi D^3}{6}$

$$\begin{cases} k = 10^{-22} \dfrac{\text{Torr}\,\ell}{K} \\ k = 10^{-19} \dfrac{\text{Torr}\,cm^3}{K} \end{cases}$$

$N_V = \dfrac{700^{\text{Torr}} (10^{-5})^{\ell}}{10^{-22} \, 300} \Longrightarrow N_V = 2 \times 10^{17}$ moléculas

(c) Qual a área equivalente que teria esse número de moléculas em uma mono camada? $\delta_{N_2} = 3{,}7 \times 10^{-8}$ cm

Área ocupada por uma molécula $A = \dfrac{\pi \delta^2}{4}$

Mono-camada $\dfrac{\text{nº de partículas}}{cm^2} = \dfrac{1}{A} = \dfrac{4}{\pi \delta^2} \sim 10^{15}$ moléculas$/cm^2$

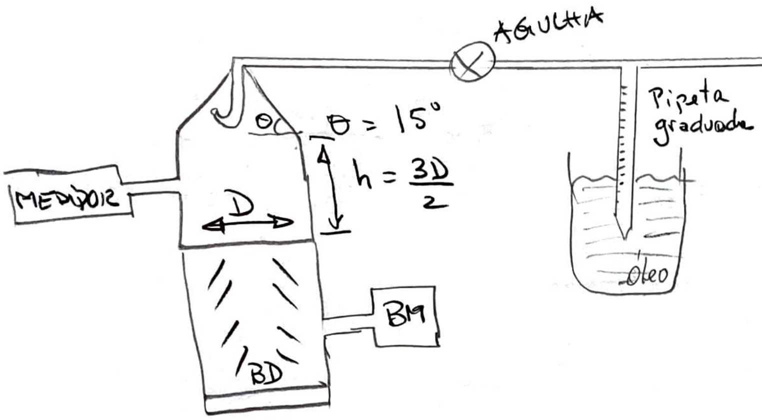
A área total equivalente para se ter 2×10^{17} moléculas seria então uma área de $200 \, cm^2$

ou seja uma placa de $(20 \times 10) \, cm^2$!!

Método da Pipeta

Método para a medida da velocidade de bombeamento

Norma internacional



$P_{atm} - P_x \sim h$ } altura da coluna de óleo

Fluxo de massa ou throughput é constante ao longo do sistema

$Q = PS$

$Q = P_s S = P_x \frac{\Delta V}{\Delta t}$

$P_{atm} - P_x = h$

h é a altura da coluna de óleo

$P_{atm} \simeq 700$ Torr (em São Paulo)

$$\begin{cases} \rho_{Hg} = 13{,}6\ g/cm^3 \\ \rho_{óleo} = 0{,}84\ g/cm^3 \end{cases}$$

2 cm óleo ~ 0,1 cm Hg

$\rho_{óleo} \times h_{óleo} = y_{Hg}\, \rho_{Hg}$

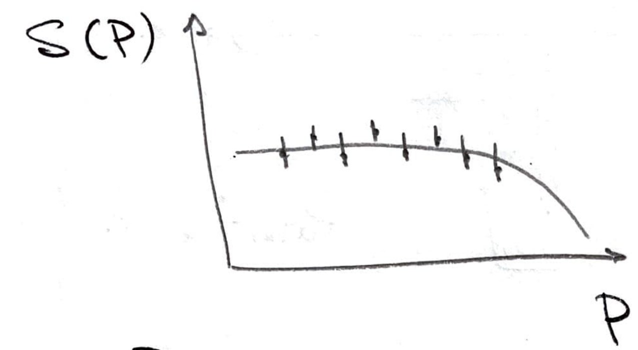
$\frac{\rho_{Hg}}{\rho_{óleo}} \sim 20$

então $y_{Hg} \sim 0{,}1$ cm ou 1 mmHg

$$\boxed{P_{ATM} = 11{,}25\ m \text{ de óleo}}$$

$$Q = P_s S = P_{atm} \frac{\Delta V}{\Delta t} \qquad \underline{Q \equiv cte}$$

<u>Velocidade de bombeamento</u> $S(P)$



$$S_b = \frac{P_{atm}}{P_s} \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

Mas, $P_{res} = \frac{Q_G}{S} \quad \therefore \quad \boxed{Q_G = P_{res} S}$

então $Q = P_s S = P_{atm} \frac{\Delta V}{\Delta t} + P_{res} S$

$$S(P_s - P_{res}) = P_{atm} \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

$$\therefore \boxed{S = \frac{P_{atm}}{P_s - P_{res}} \frac{\Delta V}{\Delta t}}$$

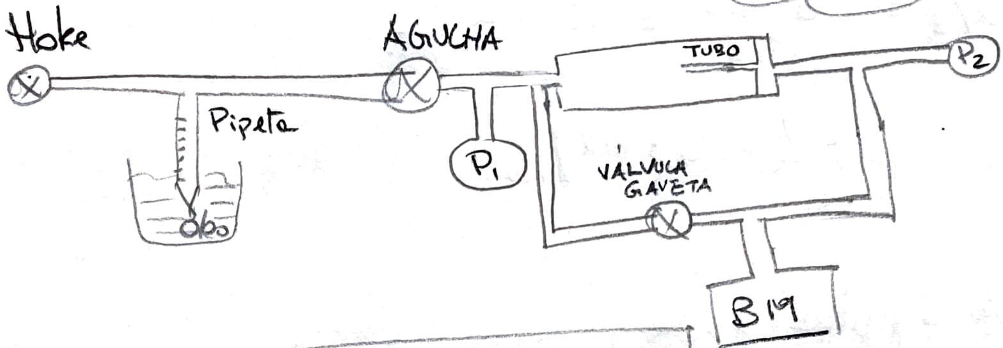
No laboratório deve-se medir P_{res} com todas as válvulas fechadas <u>antes</u> e <u>depois</u> das medições!

Medidas de Condutância

Método da Pipeta

$$C_{AB} = \frac{1}{Z_{AB}} = \frac{Q}{P_A - P_B}$$

$$C_{exp} = \frac{PS}{P_A - P_B}$$



$$\boxed{C_{exp} = P_{atm} \frac{\Delta V}{\Delta t} \frac{1}{P_1 - P_2}}$$

$P_{1\,res} \neq P_{2\,res}$

(a) O que significa condutância

pequeno

$$Q = C\Delta P = C\,(P_{atm} - \cancel{P_s}) = \frac{\Delta V}{\Delta t} P_x$$

$$Q = C\,P_{atm} = \frac{\Delta V}{\Delta t} P_x$$

$$C = \frac{\Delta V}{\Delta t} \frac{P_x}{P_{atm}}$$ mas $P_x \sim P_{atm}$

então $C \sim \dfrac{\Delta V}{\Delta t}$

(6) Por que o método funciona?

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} \cong \frac{10^{-3}\,\ell}{700\ \text{Torr}} \sim 10^{-6}\ \ell/s$$

$$10^{-6}\ \ell/s = 10^{-3}\ \frac{m\ell}{s} = 10^{-3}\ m\ell\ \frac{60}{min}$$

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} \sim 0{,}1\ m\ell/min$$ quantidade mensurável

A agulha estrangula o sistema

Condutâncias

$$\begin{cases} \text{Regime Viscoso} & C_{N_2} = \dfrac{180 D^4 \bar{P}}{L} \\ \text{Regime Molecular} & C_{N_2} = \dfrac{12 D^3}{L} \end{cases}$$

Intermediário

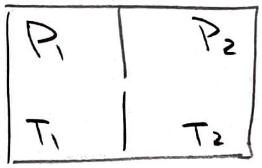
$$C_{int} = C_v + \alpha C_m \qquad C_{int} = C_m \left(\frac{0{,}074 D}{\bar{\lambda}} + 1 \right)$$

$$\alpha = \frac{1 + \dfrac{1{,}25 D}{\bar{\lambda}}}{1 + \dfrac{1{,}55 D}{\bar{\lambda}}}$$

$$\boxed{\bar{\lambda} = \frac{5 \times 10^{-3}}{P(\text{Torr})}\ [cm]}$$

Lista 2 - Exercício 13

Determine a expressão da condutância de um orifício para temperaturas diferentes



$T_1 \neq T_2$

$$Q = P\frac{\Delta V}{\Delta t} = kT\frac{\Delta N}{\Delta t} \qquad \nu = \frac{\text{nº de moléculas}}{\text{área tempo}} = \nu = \frac{1}{4}n\bar{v}$$

$$\frac{\Delta N}{\Delta t} = \nu A \quad \therefore \quad Q = kT\nu A = kT\frac{1}{4}n\bar{v}A \quad \begin{cases} \bar{v} = \sqrt{\dfrac{8kT}{\pi m}} \\ n = \dfrac{P}{kT} \end{cases}$$

$$Q_T = Q_1 - Q_2$$

$$Q_T = \sqrt{\frac{k}{2\pi m}}\,A\left(\sqrt{T_1}P_1 - \sqrt{T_2}P_2\right)$$

$$Q_T = C\Delta P \implies Q = C(P_1 - P_2)$$

$$C = A\sqrt{\frac{k}{2\pi m}}\left(\frac{\sqrt{T_1}P_1 - \sqrt{T_2}P_2}{P_1 - P_2}\right)$$

P_{vapor}

T_{parede}

$P_{sistema}$

$T_{sistema}$

É possível estimar o bombeamento de superfícies frias

$\Longrightarrow$ Envolve a probabilidade de adesão.