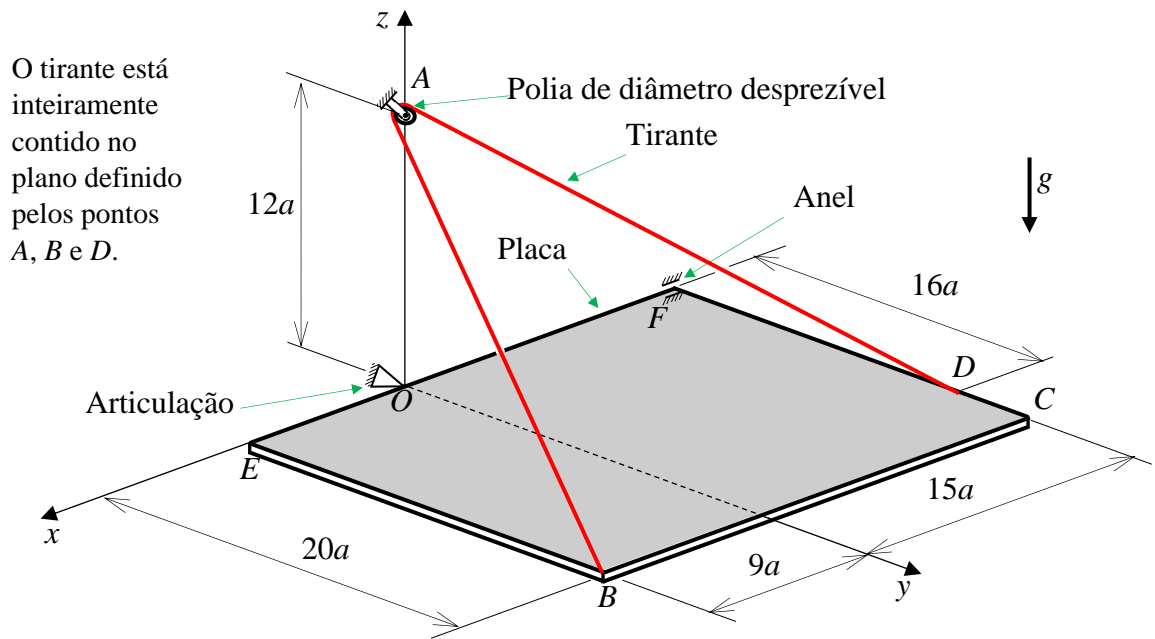


RESOLUÇÃO DA PROVA DE RECUPERAÇÃO – 2021

1ª QUESTÃO (3,0 pontos). A placa homogênea retangular EBCFE, de densidade superficial μ , repousa no plano horizontal Oxy , apoiada no ponto O por uma articulação fixa e no ponto F por um pequeno anel de eixo coincidente com Ox . Um tirante se prende nos pontos B e D da placa, passando por uma polia em A de diâmetro desprezível.

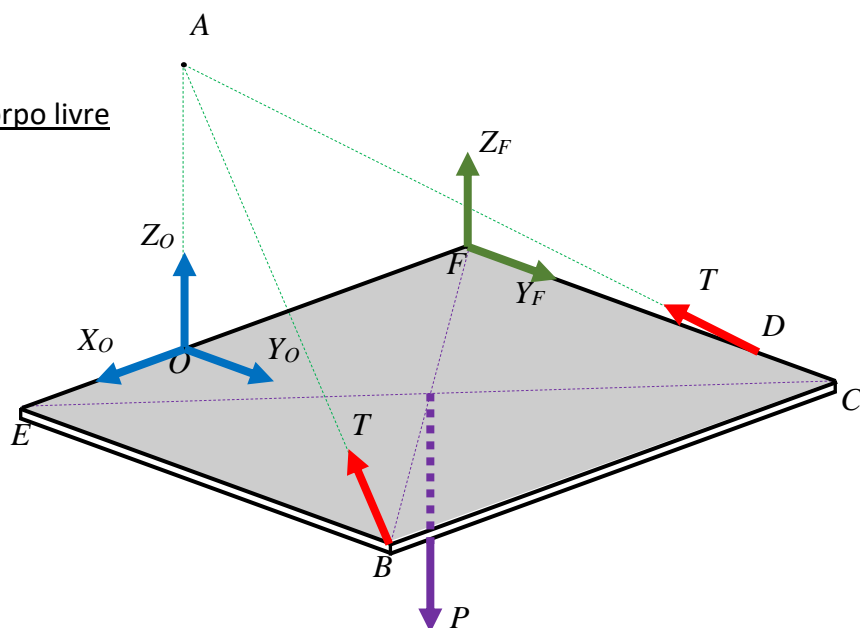


Pede-se:

- (a) O diagrama de corpo livre da placa;
- (b) As forças agentes nos tirantes.

RESOLUÇÃO

- (a) Diagrama de corpo livre



(1,0)

(b) Forças que o tirante aplica na placa

O peso da placa se escreve como:

$$\vec{P} = -480 a^2 \mu g \vec{k}$$

Sejam \vec{T}_B e \vec{T}_D as forças aplicadas pelo tirante na placa:

$$\vec{T}_B = T \frac{-9a \vec{i} - 20a \vec{j} + 12a \vec{k}}{25a} = T (-0,36 \vec{i} - 0,8 \vec{j} + 0,48 \vec{k})$$

$$\vec{T}_D = T \frac{15a \vec{i} - 16a \vec{j} + 12a \vec{k}}{25a} = T (0,6 \vec{i} - 0,64 \vec{j} + 0,48 \vec{k})$$

Equilíbrio: $M_x = 0$

$$-480 a^2 \mu g (10a) + 0,48 T (20a + 16a) = 0$$

$$\Rightarrow T = \frac{2500}{9} a^2 \mu g$$

Portanto, em termos vetoriais temos:

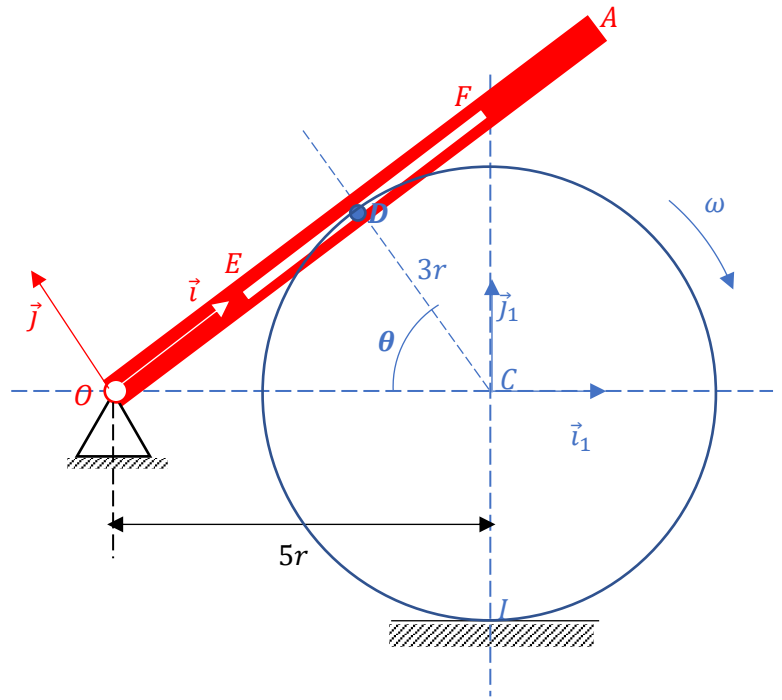
$$\vec{T}_B = \frac{100 a^2 \mu g}{9} (-9 \vec{i} - 20 \vec{j} + 12 \vec{k})$$

$$\vec{T}_D = \frac{100 a^2 \mu g}{9} (15 \vec{i} - 16 \vec{j} + 12 \vec{k})$$

(2,0)

2ª QUESTÃO (3,5 pontos). O disco de centro C rola sem escorregar com velocidade angular ω constante sobre a superfície horizontal. O pino D , fixado à periferia do disco, desliza livremente no interior do rasgo EF da barra OA . $O\vec{i}\vec{j}\vec{k}$ e $C\vec{i}_1\vec{j}_1\vec{k}_1$ são sistemas de referência ligados à barra e ao disco, respectivamente.

Pede-se, **PARA O INSTANTE ILUSTRADO NA FIGURA**, em que $\cos^{-1} \theta = \frac{3}{5}$



- a velocidade absoluta do ponto D , descrita no sistema de eixos ligados à barra;
- a velocidade de D relativa à barra;
- a velocidade de arrastamento de D ;
- a velocidade angular Ω da barra.

RESOLUÇÃO

No instante ilustrado na figura, a velocidade absoluta de D é:

$$\vec{v}_D = \vec{v}_I - \omega \vec{k} \wedge (D - I) = \vec{0} - \omega \vec{k} \wedge [(D - C) + (C - I)] = -\omega \vec{k} \wedge 3(r\vec{j} + r\vec{j}_1)$$

Notando que

$$\cos \theta = \frac{3}{5} \quad \sin \theta = \frac{4}{5}$$

e que

$$\vec{j}_1 = (\vec{j}_1 \cdot \vec{i})\vec{i} + (\vec{j}_1 \cdot \vec{j})\vec{j} = \cos \theta \vec{i} + \cos(90^\circ - \theta)\vec{j} = \frac{3}{5}\vec{i} + \frac{4}{5}\vec{j}$$

tem-se:

$$\vec{v}_D = 3\omega r \vec{i} - 3\omega r \vec{k} \wedge \left(\frac{3}{5}\vec{i} + \frac{4}{5}\vec{j} \right) = 3\omega r \vec{i} - \frac{9\omega r}{5}\vec{j} + \frac{12\omega r}{5}\vec{i} = \frac{27\omega r}{5}\vec{i} - \frac{9\omega r}{5}\vec{j} \quad (1,0)$$

Nesse instante, a velocidade de D relativa à barra é

$$\vec{v}_D^{rel} = (\vec{v}_D \cdot \vec{i})\vec{i} = \frac{27\omega r}{5}\vec{i} \quad (0,5)$$

e a velocidade de arrastamento de D é

$$\vec{v}_D^{arr} = (\vec{v}_D \cdot \vec{j})\vec{j} = -\frac{9\omega r}{5}\vec{j} \quad (0,5)$$

Sendo $D' \in \text{barra}$, $D' \equiv D$, a velocidade absoluta de D' é

$$\vec{v}_{D'} = \vec{v}_D^{arr}$$

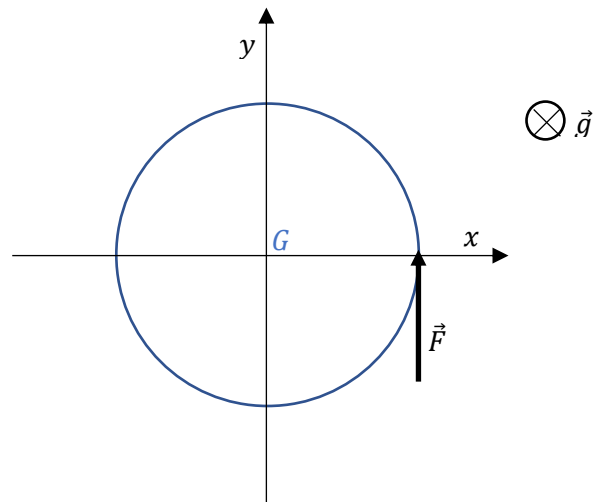
Chamando de Ω à velocidade angular da barra, tem-se:

$$-\frac{9\omega r}{5}\vec{j} = \vec{v}_o + \Omega\vec{k} \wedge (D - O) = \vec{0} + \Omega\vec{k} \wedge 4r\vec{i} = 4\Omega r\vec{j}$$

ou seja, no instante considerado,:

$$\Omega = -\frac{9}{20}\omega \quad (1,5)$$

3ª QUESTÃO (3,5 pontos). Um disco de massa m e raio R , está apoiado e em repouso sobre o plano horizontal xy . Em um determinado instante, uma força \vec{F} é aplicada no ponto C do disco, conforme ilustrado na figura. Desprezando o atrito entre o plano xy e o disco, pede-se, para esse instante:



- (a) determinar o vetor aceleração angular do disco;
 (b) determinar o vetor aceleração do centro de massa G do disco;
 (c) determinar o ponto P do disco onde a aceleração é nula.

Dado: $J_{Gz} = \frac{mR^2}{2}$

RESOLUÇÃO

Do Teorema da Quantidade de Movimento Angular, tem-se:

$$\frac{d\vec{H}_G}{dt} = \vec{M}_G^{ext} = J_{Gz}\dot{\omega}\vec{k} = \frac{mR^2}{2}\dot{\omega}\vec{k} = F \cdot R\vec{k} \quad (0,5)$$

Assim, resulta:

$$\frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{2F}{mR}\vec{k} \quad (0,5)$$

Do Teorema da Resultante, tem-se:

$$m\vec{a}_G = \vec{R}^{ext} = F\vec{j}, \quad (0,5)$$

ou seja:

$$\vec{a}_G = \frac{F}{m}\vec{j} \quad (0,5)$$

Da equação do campo de acelerações, tem-se:

$$\vec{a}_P = \vec{a}_G + \frac{d\vec{\omega}}{dt} \wedge (P - G) + \vec{\omega} \wedge [\vec{\omega} \wedge (P - G)] = \frac{F}{m}\vec{j} + \frac{2F}{mR}\vec{k} \wedge (P - G) \quad (0,5)$$

Impondo-se

$$\vec{a}_P = \vec{0}$$

E denotando-se

$$(P - G) = x\vec{i} + y\vec{j},$$

Tem-se:

$$\frac{F}{m}\vec{j} + \frac{2F}{mR}\vec{k} \wedge (x\vec{i} + y\vec{j}) = \vec{0} \quad (0,5)$$

ou seja:

$$\frac{F}{m}\vec{j} + \frac{2F}{mR}(x\vec{j} - yi) = \vec{0}$$

Portanto, resulta:

$$x = -\frac{R}{2}$$

$$y = 0$$

(0,5)