

Universidade de São Paulo
Instituto de Física de São Carlos
SFI 5704 - Mecânica Estatística - 2021-1
Prof. Leonardo Paulo Maia

Lista 02 - 2021/04/03 → **2021/04/09** (analíticos) e **2021/04/16** (computacionais)

Para cada variável aleatória discreta indicada nas questões de (a) até (d), calcule sua função geradora e, a partir dela, calcule a média e a variância da v.a..

- a. Bernoulli, $p_0 = 1 - p$, $p_1 = p$
- b. binomial, $p_n = \binom{N}{n} p^n (1 - p)^{N-n}$, $n = 0, \dots, N$
- c. Poisson, $p_n = e^{-\lambda} \lambda^n / n!$, $n = 0, 1, 2, \dots$
- d. geométrica, $p_n = pq^{n-1}$, $q = 1 - p$, $n = 1, 2, \dots$
- e. Determine a quantidade de sequências binárias (0 ou 1) de tamanho n onde não ocorrem dois 1's consecutivos. Você deverá obter uma equação de recorrência e resolvê-la explicitamente, considerando as condições iniciais pertinentes.
- f. Generalize o problema anterior para sequências m -árias (ainda de tamanho n e evitando dois 1's consecutivos, mas cada símbolo vem do alfabeto $\Sigma = \{0, 1, 2, \dots, m-1\}$).
- g. Se c for uma constante real e X uma variável aleatória qualquer, com $\langle \cdot \rangle = \mathbb{E}(\cdot)$ indicando a média, mostre que $\langle cX \rangle = c\langle X \rangle$ e que $\langle X + c \rangle = \langle X \rangle + c$.
- h. A partir da definição da variância como segundo momento central, mostre que $\text{var}(X) = \langle X^2 \rangle - \langle X \rangle^2$.
- i. Se c for uma constante real e X uma variável aleatória qualquer, mostre que $\text{var}(cX) = c^2 \text{var}(X)$ e que $\text{var}(X + c) = \text{var}(X)$.
- j. (computacional, **peso 3**) Escreva um programa computacional com um número arbitrário n de *loops* aninhados, para construir exaustivamente cada possível sequência binária (alfabeto $\Sigma = \{0, 1\}$) de tamanho n e contá-las, totalizando 2^n . Isso corresponde a calcular exaustivamente o somatório

$$\sum_{x_1=0}^1 \dots \sum_{x_n=0}^1 1$$

e ilustra o princípio do cálculo de uma função partição por enumeração exaustiva de “todos os microestados do sistema”. Eu só sei fazer isso utilizando uma recursão de uma função consigo mesma...

- k. (computacional) Estenda o programa anterior para o alfabeto $\Sigma = \{0, 1, \dots, m-1\}$, devendo obter m^n .
- l. (computacional) Generalize seu código do item (j) para contabilizar apenas as sequências sem 1's consecutivos e reproduzir o resultado analítico do item (e).
- m. (computacional) Generalize seus códigos anteriores para reproduzir computacionalmente os resultados do item (f).