2021-1, "STATPHYS", AULA 25

OBJETIVOS: ANALISAR O ISING 1D, DESTACANDO AS CORRELAÇÕES ESPACIAIS E O COMPRIMENTO DE CORRELAÇÃO.

VIMOS QUE A FUNÇÃO PARTIÇÃO DO MODELO DE ISING 1D

$$\boxed{\mathcal{H} = -J\sum_{i=1}^{N} S_i . S_{i+1} - H\sum_{i=1}^{N} S_i} \quad , \quad S_i \in \{-1,+1\}$$

$$S_{N+1} = S_1$$

É $\boxed{Z = \lambda_+^N + \lambda_-^N}$, ONDE

$$\lambda_{\pm} = e^{\beta J}\left\{\cosh\beta H \pm \sqrt{\underbrace{\cosh^2(\beta H) - 1}_{=\sinh^2\beta H} + e^{-4\beta J}}\right\}.$$

$$H=0 \longrightarrow \quad = \begin{cases} 2\cosh\beta J \\ 2\sinh\beta J \end{cases}$$

NO LIMITE TERMODINÂMICO,

$$f = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{N}(-k_B T \log Z) = -k_B T \log \lambda_+$$

$\lambda_\pm$ SÃO OS AUTOVALORES DA MATRIZ DE TRANSFERÊNCIA

$$T = \begin{pmatrix} e^{\beta J + \beta H} & e^{-\beta J} \\ e^{-\beta J} & e^{\beta J - \beta H} \end{pmatrix}.$$

VEREMOS QUE NÃO HÁ UMA TRANSIÇÃO DE FASE A TEMPERATURA FINITA NO ISING 1D, MAS QUE A ANÁLISE SUSCITA CUIDADOS E QUE HÁ "ALGO INTERESSANTE" EM $T=0$.

ANALISEMOS λ_+ QUANDO $T \to 0^+$ (OU $\beta \to \infty$).

$$\lambda_+ \sim e^{\beta J}\left\{\cosh\beta H + \sqrt{\sinh^2\beta H}\right\} =$$ POIS $J>0$

SE $H \neq 0$

$$= e^{\beta J}\left\{\cosh\beta H + |\sinh\beta H|\right\} =$$ $\sqrt{x^2} = |x|$

$$= e^{\beta J} . e^{\beta |H|}$$

$$f = -\frac{1}{\beta}\log\lambda_+ \sim -(J+|H|)$$

ASSIM, PARA BAIXAS TEMPERATURAS E, EM PARTICULAR, $T=0$, PARA $H\neq 0$,

$$-f=\begin{cases} J+H, & H>0 \\ J-H, & H<0 \end{cases},$$

DE MODO QUE, COMO $df=-s\,dT-m\,dH$,

$$m(T=0,H)=\left\{-\left(\frac{\partial f}{\partial H}\right)_T\right\}_{T=0}=\begin{cases} +1, & H>0 \\ -1, & H<0 \end{cases}.$$

EM TEMPO, $\nexists \lim\limits_{H\to 0} m(T=0,H)$, SÓ EXISTEM LIMITES LATERAIS. ISSO SERIA "MAGNETIZAÇÃO INDUZIDA" POR CAMPOS EXTERNOS "RESIDUAIS". ISSO É INTERESSANTE, MAS NÃO É UMA MAGNETIZAÇÃO ESPONTÂNEA, QUE DEVERIA SURGIR QUANDO $T\to 0^+$ SOB $H=0$. VEJAMOS!

$$f = -k_B T \log \lambda_+ \Rightarrow m = -\left(\frac{\partial f}{\partial H}\right)_T =$$

$$= k_B T \frac{1}{\lambda_+} \cdot \frac{\partial \lambda_+}{\partial H} = \cancel{k_B T} \frac{1}{\lambda_+} \frac{\partial \lambda_+}{\partial(\beta H)} \cdot \cancel{\beta} =$$

$$= \frac{1}{\lambda_+} e^{\beta J} \left\{ \sinh(\beta H) + \frac{\cancel{2} \sinh\beta H \cdot \cosh\beta H}{\cancel{2}\sqrt{\sinh^2\beta H + e^{-4\beta J}}} \right\} =$$

$$= \frac{\sinh\beta H}{\sqrt{\sinh^2\beta H + e^{-4\beta J}}}$$

$$\therefore \boxed{m(T,H) = \frac{\sinh\beta H}{\sqrt{\sinh^2\beta H + e^{-4\beta J}}}}$$

LOGO, $m(T, H=0) = 0$ E, CLARO,

$$\boxed{\lim_{T \to 0^+} m(T, H=0) = 0}.$$

O QUE ISSO QUER DIZER?

- A "MAGNETIZAÇÃO INDUZIDA" QUANDO $T \to 0^+$ ANTES DE $H \to 0$ É <u>INSTÁVEL</u>.
- A ORDEM DOS LIMITES EM T

E H IMPORTA.

• ANALOGAMENTE, É IMPORTANTE REALIZAR O LIMITE TERMODINÂMICO $N \to \infty$ ANTES DOS LIMITES EM T E H. ISSO AFETA A ANÁLISE DE EXPERIMENTOS (N "GRANDE", MAS FINITO) E SIMULAÇÕES (N "PEQUENO").

VAMOS ANALISAR AS PROPRIEDADES TERMODINÂMICAS RESTANTES.

• $H=0$, f, u, c

$$\lambda_+ = e^{\beta J}\left(1+e^{-2\beta J}\right) = 2\cosh \beta J$$

$$f = -k_B T \log \lambda_+ = -k_B T \log 2 - k_B T \cdot \log \cosh \beta J \Rightarrow$$

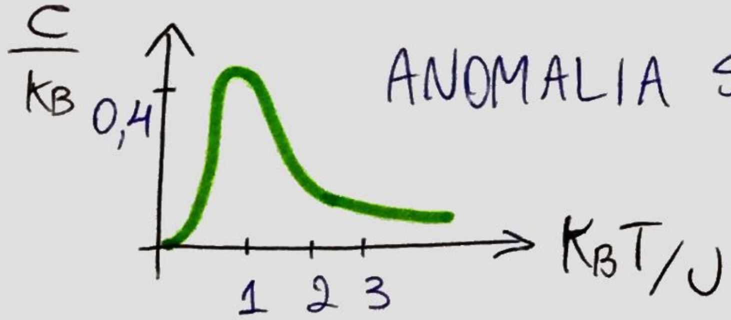
$$\Rightarrow \boxed{f = \begin{cases} -J & , T \to 0 \\ -k_B T \log 2 & , T \to \infty \end{cases}}.$$

$$u = \lim_{N\to\infty} \frac{U}{N} = \lim_{N\to\infty} \frac{1}{N}\left(-\frac{\partial}{\partial\beta}\right)\log \underset{\overset{\shortparallel}{\lambda_+^N + \lambda_-^N}}{Z} =$$

$$= -\frac{\partial}{\partial\beta}\log\lambda_+ = -\frac{\partial}{\partial\beta}\log\left[2\cosh\beta J\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{u = -J.\tanh\beta J}$$

$$C = \frac{\partial u}{\partial T} = \frac{\partial\beta}{\partial T}\cdot\frac{\partial u}{\partial\beta} = \frac{J^2}{K_B T^2}\operatorname{sech}^2\beta J$$



ANOMALIA SCHOTTKY

• H GERAL, χ_T SUSCEPTIBILIDADE MAGNÉTICA ISOTÉRMICA

$$\frac{\chi_T}{N} = \left(\frac{\partial m}{\partial H}\right)_T$$

QUEREMOS H "PEQUENO": $\sinh\beta H \sim \beta H$

$$\frac{\partial}{\partial H}\left\{\frac{\beta H}{\sqrt{\beta^2H^2 + e^{-4\beta J}}}\right\} = \beta\,\frac{\sqrt{\beta^2H^2+e^{-4\beta J}} - \frac{\cancel{2}\beta^2H^2}{\cancel{2}\sqrt{\ }}}{\beta^2H^2 + e^{-4\beta J}}$$

OU SEJA,

$$\frac{\chi_T}{N} = \frac{\beta e^{-4\beta J}}{(\beta^2 H^2 + e^{-4\beta J})^{3/2}} \sim \beta e^{+2\beta J}$$

E, PARA H "PEQUENO",

$$\chi_T \sim \begin{cases} 1/k_B T \,, & T \to \infty \quad \text{(LEI DE CURIE)} \\ \dfrac{1}{k_B T} e^{2J/k_B T} \,, & T \to 0 \end{cases}$$

DIVERGÊNCIA EXPONENCIAL NA SUSCEPTIBILIDADE QDO $T \to 0$