

Maria de Lourdes da Silva Santos - NUSP 6887551

Geovanna Senna Parussolo

MPM5606 – Tópicos de História da Matemática

Arquimedes (287 a.C. – 212 a.C.)

Arquimedes de Siracusa foi um matemático, filósofo, físico, engenheiro, inventor e astrônomo grego. Arquimedes é frequentemente considerado o maior matemático da antiguidade, e um dos maiores físicos de todos os tempos.

Seus trabalhos também abordaram ou resolveram diversos problemas ligados a engenharia e física:

- “problema da coroa”, que apresenta a primeira lei da hidrostática, que um corpo quando mergulhado num fluido, recebe um empuxo de intensidade igual ao peso do volume de água deslocado;
- cóclea (caracol), ou parafuso de Arquimedes, sistema para elevar água, que permitia a irrigação de campos, drenagem de charcos e retirada de água de porões;
- Cícero (106-43 a.C.), mencionam a construção, por parte de Arquimedes, de um planetário, no qual o movimento dos corpos celestes era obtido por meio de mecanismos hidráulicos. construído um “órgão hidráulico” no qual o ar dentro dos tubos era comprimido sobre água;
- Durante a defesa de Siracusa também ficou famosa a história da queima dos navios romanos por espelhos capazes de concentrar os raios do sol. Esta técnica foi atribuída a Arquimedes por vários autores, tais como Luciano de Samosata (125-181 d.C.), mas foi posta em dúvida.

Com relação a suas obras, chegaram até nós os seguintes trabalhos (Eves, 2004):

- *Sobre o Equilíbrio dos Planos*: é o primeiro tratado científico de estática. Apresenta a alavanca, os centros de gravidade de alguns polígonos, entre outros resultados.
- *Quadratura da Parábola*: este escrito oferece o primeiro exemplo de quadratura, mostrando que a área de um segmento parabólico é quatro terços da área do triângulo inscrito de mesma base e de vértice no ponto onde a tangente é paralela à base.
- *Sobre a Esfera e o Cilindro* (Livros I e II): é um dos mais belos escritos de Arquimedes. Entre os seus resultados, conte-se o cálculo da área lateral do cone e do cilindro.
- *Sobre as Espirais*: define uma espiral através do movimento uniforme de um ponto ao longo de uma reta que gira com velocidade angular constante no plano.

- *Sobre Conoides e Esferoides*. estuda os paraboloides e hiperboloides de revolução. Objetivo do trabalho é investigar o volume de segmentos destas figuras tridimensionais.
- *Sobre os Corpos Flutuantes* (Livro I e II): Esta obra contém as bases científicas e aplicações matemática da hidrostática.
- *A Medida do Círculo*: inaugura o método clássico para o cálculo de π .
- *O Contador de Areia*: Arquimedes lida com o problema de contar os grãos de areia contidos na esfera das estrelas fixas, usando resultados de Eudoxo.
- *Stomachion*: é um jogo geométrico, espécie de puzzle, formado por uma série de peças poligonais que completam um retângulo. Netz e Noel este trabalho do início ao cálculo combinatório.
- *O Método*: descoberto em 1906, em Constantinopla, trata-se de uma carta endereçada a Eratóstenes que apresenta o “método” que Arquimedes usava para descobrir diversos de seus teoremas. Além de apresentar as provas de teoremas puramente geométricos como cálculos de áreas e de volumes, utilizando aspectos básicos da mecânica, como centro de gravidade, a lei da alavanca e condições e equilíbrio de corpos sob a ação gravitacional terrestre, esta obra mostra que Arquimedes usava métodos heurísticos para descobrir resultados que ele colocava em termos rigorosos usando o método de exatidão. Assim, o “método” se liga intimamente às ideias do cálculo integral.

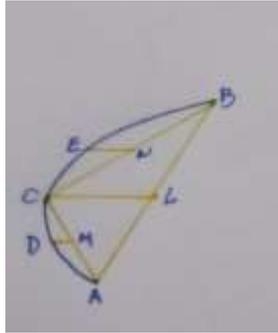
Arquimedes escreveu outras que atualmente existem apenas em fragmentos, em alguns casos temos apenas menções escritas por outros autores ou simplesmente seus títulos.

- *O Problema Bovino*: é um problema de teoria dos números.
- *Livro de Lemas*.
- *Poliedros Semirregulares*.
- *Área do Triângulo*.
- *Sobre o Heptágono em um Círculo*.
- *Elementos de Mecânica*.

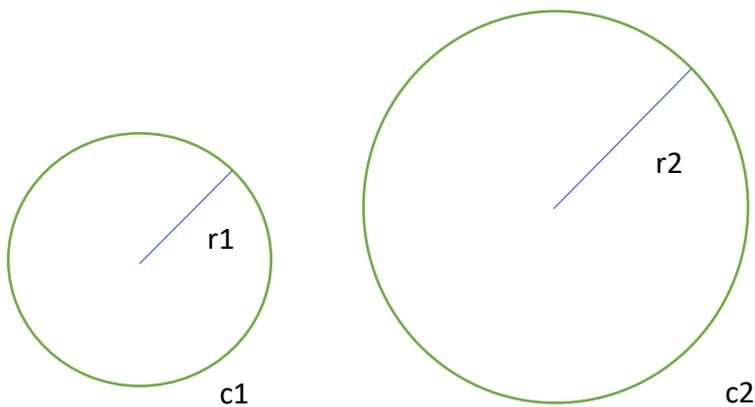
Algumas demonstrações desenvolvidas por Arquimedes:

- **Quadratura de um segmento parabólico**: Arquimedes apresenta duas demonstrações para este resultado. Na primeira faz uma quadratura mecânica, utilizando a lei da alavanca. Na segunda faz uma quadratura geométrica.

$$\Delta CDA + \Delta CEB = \frac{\Delta ABC}{4} \quad \Delta ABC + \frac{\Delta ABC}{4} + \frac{\Delta ABC}{4^2} + \frac{\Delta ABC}{4^3} \dots = \frac{4}{3} \Delta ABC$$



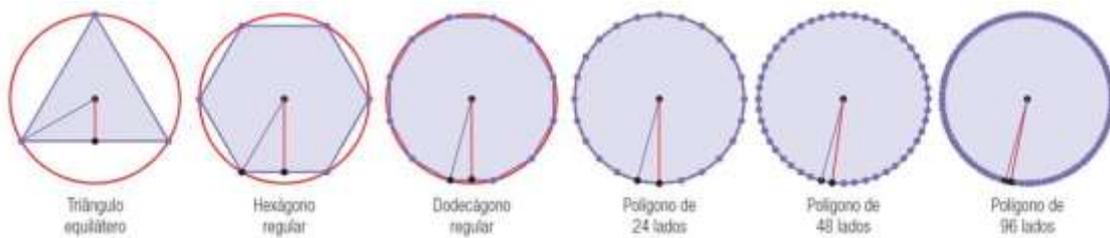
- Os comprimentos de duas circunferências estão entre si como seus diâmetros:



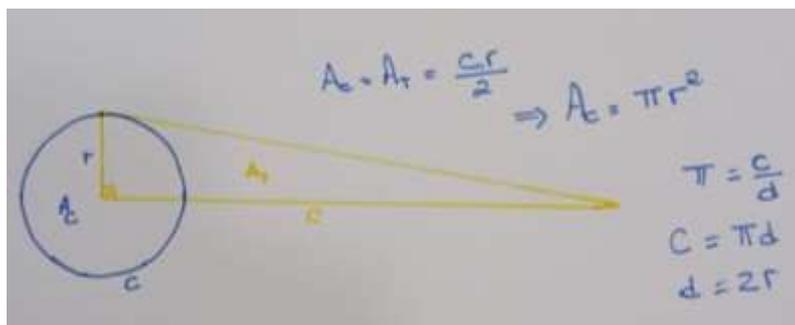
$$3\frac{10}{71} < \frac{c}{d} < 3\frac{1}{7}$$

$$3,1408 < \pi < 3,149$$

Arquimedes obteve este resultado circunscrevendo e inscrevendo um círculo com polígonos regulares de 96 lados.



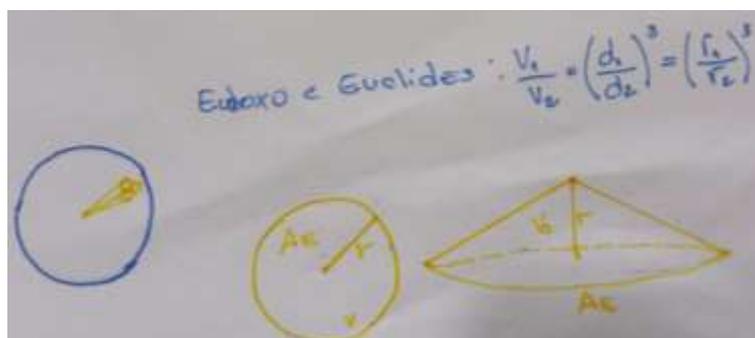
- **Medida do Círculo:** a área de qualquer círculo é igual a um triângulo retângulo no qual um dos lados ao redor do ângulo reto é igual ao raio, e o outro lado é igual à circunferência do círculo.



$$C = 2\pi r$$

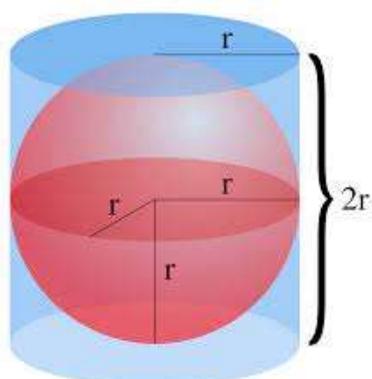
$$A = \pi r^2$$

- **Uma esfera com três pequenos cones partindo de seu centro e chegando em sua superfície:** uma esfera de raio r e área superficial A_E e volume V tem o mesmo volume que um cone de altura r e base de área A_E .



$$A = 4\pi r^2$$

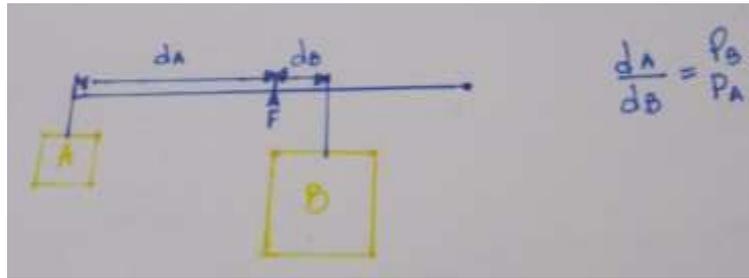
- **o cálculo da área lateral do cone e do cilindro:** a Proposição 10 do Livro XII de *Os Elementos* de Euclides prova o seguinte teorema: *Todo cone é uma terça parte do cilindro que tem a mesma base que ele e altura igual.* Corolário da Proposição 34 do Livro I de sua obra *Sobre a Esfera e o Cilindro*, a saber:



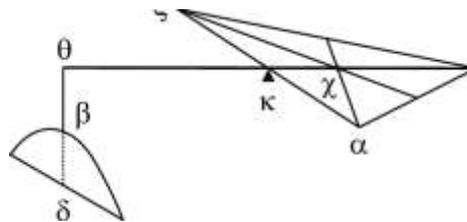
$$\frac{A_C}{A_E} = \frac{V_i}{V_E} = \frac{3}{2} \Rightarrow V_E = \frac{2V_C}{2}$$

$$V_E = \frac{4}{3}\pi r^3$$

- **Lei de Alavanca:** grandezas comensuráveis se equilibram em distâncias inversamente proporcionais a seus pesos. Da mesma maneira, se grandezas são incomensuráveis, elas se equilibrarão em distâncias inversamente proporcionais às grandezas.



É o primeiro tratado científico de estática. A alavanca, os centros de gravidade de alguns polígonos, entre outros resultados. Arquimedes considerou uma alavanca em equilíbrio sob a ação gravitacional terrestre, com uma parábola e um triângulo apoiados sobre os braços da alavanca em distâncias específicas do fulcro.



O equilíbrio desta alavanca permite que se obtenha a área da parábola em termos da área do triângulo, sendo este seu objetivo.

Euclides de Alexandria (323 a.C. – 265 a.C.)

Euclides foi um matemático de Alexandria do Egito. Conhecido como o pai da Geometria, um escritor e o mais importante matemático da Grécia Antiga.

Nascido cerca século III a.C. não se sabe a data exata pois sua história possui lacunas e é muito difícil ter informações sobre sua vida devido à época e sua biografia foi escrita séculos posteriores a sua morte acredita-se que viveu entre 323 a.C. e 265 a.C.

A boatos que nasceu em Atenas e foi criado em Alexandria, onde ele lecionava matemática na Escola Real de Alexandria e provável que sua formação tenha sido na Escola Platônica de Atenas.

Sua principal obra foi a “Stoicha” Os elementos escritos em 13 volumes de 465 proposições: é um tratado que ordena as compilações existentes.

Sua primeira tradução foi em árabe em 774. Esta obra teve mais de mil edições. E teve as seguintes divisões:

- Primeiro livro: primeiros princípios e geometria plana das figuras retilíneas onde demonstrava construção e propriedades de triângulos, paralelismo, equivalência de áreas e teorema de “Pitágoras”
- Segundo livro: sobre a chamada “álgebra geométrica” trata-se de igualdades de áreas de retângulos e quadrados.
- Terceiro e quarto livro: propriedades de círculos e adição de figuras, como inscrever e circunscrever polígonos em círculos.
- Quinto livro: teoria de proporções de Eudoxo, razões entre grandezas de mesma natureza.
- Sexto livro: aplicações do livro anterior a geometria, semelhança de figuras planas, aplicações de áreas.
- Sétimo ao oitavo: estudo dos números inteiros- proporções numéricas, números primos, maior divisor comum e progressões geométricas.
- Décimo livro: propriedades e classificação das linhas incomensuráveis.
- E os últimos livros: geometria sólida em três dimensões, cálculo de volumes e apresentação dos cinco poliedros regulares.

Exemplo de um dos livros.

$$(a+b)^2=a^2+ 2ab+ b^2$$

$$(a+b)(a-b)= a^2-b^2$$

$$4ab+(a-b)^2= (a+b)^2$$

Não se sabe o conteúdo com precisão que suas afirmações assumiram sobre os postulados e axiomas e nem como ele se fez o uso, devido as mudanças no decorrer dos anos por escritores. Porém ele assumiu dez afirmações.

Postulado das Paralelas

Ao primeiro grupo de leis este se tornou premissas básicas dos raciocínios e foram divididos em 5 postulados:

1. Uma linha reta pode ser traçada de um para outro ponto qualquer.

2. Qualquer segmento finito de reta pode ser prolongado indefinidamente para construir uma reta,
3. Dado um ponto qualquer e uma distância qualquer, pode-se traçar um círculo de centro naquele ponto e raio igual à distância dada,
4. Todos os ângulos retos são iguais entre si,
5. Se uma reta corta duas outras retas, de modo que a soma dos dois ângulos interiores, de um mesmo lado, seja menos que dois ângulos retos, as duas retas referidas, quando suficientemente prolongadas, se cruzarão do lado da primeira terá em que se acham os ângulos mencionados.

Axiomas de Euclides

A partir dos postulados Euclides chamou de proposições e teoremas, e criou os axiomas que diferem dos postulados pelo caráter geral:

1. Duas coisas iguais a uma terceira são iguais entre si,
2. Se parcelas iguais forem adicionadas a quantidades iguais, os resultados são iguais,
3. Se parcelas iguais forem subtraídas de quantidades iguais, os resultados são iguais,
4. Coisas que coincidem uma com a outra são iguais,
5. O todo é maior do que a parte.

Outras principais obras:

- Geometria Euclidiana: é um termo utilizado para toda geometria não euclidiana, ou seja, demoraram para existir outras geometrias e como homenagem utiliza-se este nome para todas as geometrias. Seu estudo maior vem do pequeno conjunto de axiomas simples, disso definiu o espaço como geométrico, simétrico e imutável, além disso contribuiu para geometria plana e espacial, teoria das proporções, aritmética e álgebra,
- Os dados: onde demonstra 94 proposições de propriedades de figuras geométricas,
- Divisão de figuras: onde dividi figuras em duas partes com suas áreas achando a razão dada,
- Óptica: primeiro trabalho grego sobre perspectiva e
- Os fenômenos: introdução elementar à astronomia.

Foi com Euclides que a geometria no Egito se tornou importante e conhecido como o centro mundial do compasso e esquadro.

Referências Bibliográficas

EUCLIDES. *Os elementos de Euclides*; tradução e introdução de Irineu Bicudo. São Paulo: Editora UNESP, 2009.

EVES, H. W. *Introdução à história da matemática*. Unicamp, 2004.

MAGNAGHI, Ceno P.; ASSIS, ANDRE KT. *O método de Arquimedes: análise e tradução comentada*. Apeiron Montreal, Quebec–Canadá, 2019.

Eves, Howaed. *Introdução á História da Matemática*. Unicamp, 2011.

Boyer, Carl B. *História da Matemática*. Terceira edição. Edusp, 2012.