

EMPUXOS

Fernando A. M. Marinho
2015

Waldemar Hachich
2019, 2021

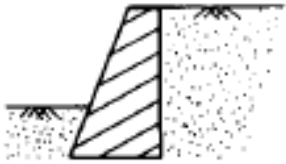
Para uso exclusivo da Disciplina PEF-3310

PANO DE FUNDO

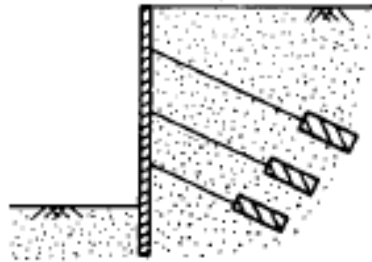
RUPTURAS CAUSADAS POR EMPUXOS

Para uso exclusivo da Disciplina PEF-3310

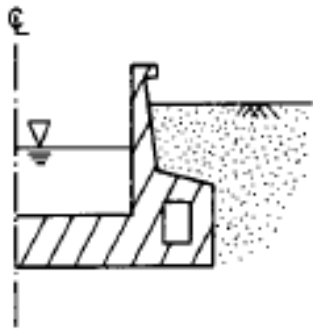
Estruturas de Contenção



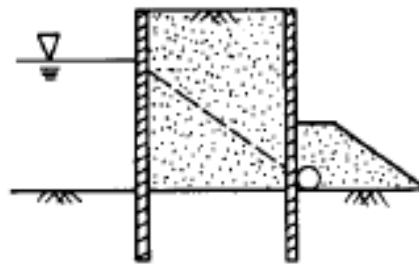
Rigid Gravity Retaining Wall



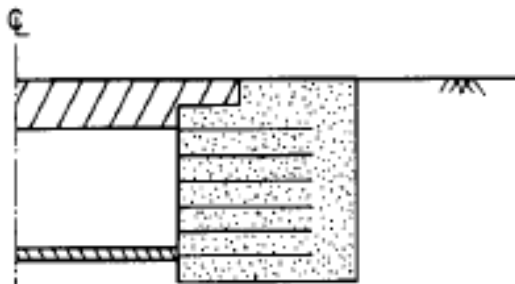
Flexible Tied Back Excavation Support Wall



U-Frame Navigation Lock



Cellular Cofferdam



Reinforced Earth Fill



Problemas... e arte



Para c

DIFERENTES TIPOS DE EMPUXOS

CONDIÇÕES DE MANIFESTAÇÃO

Para uso exclusivo da Disciplina PEF-3310

Coeficiente de empuxo

Na Água

$$K = \frac{\sigma_h}{\sigma_v} = 1$$

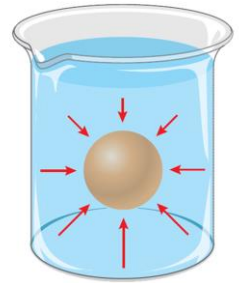
No Gelo

$$K = \frac{\sigma_h}{\sigma_v} < 1$$

No Solo ou Rocha

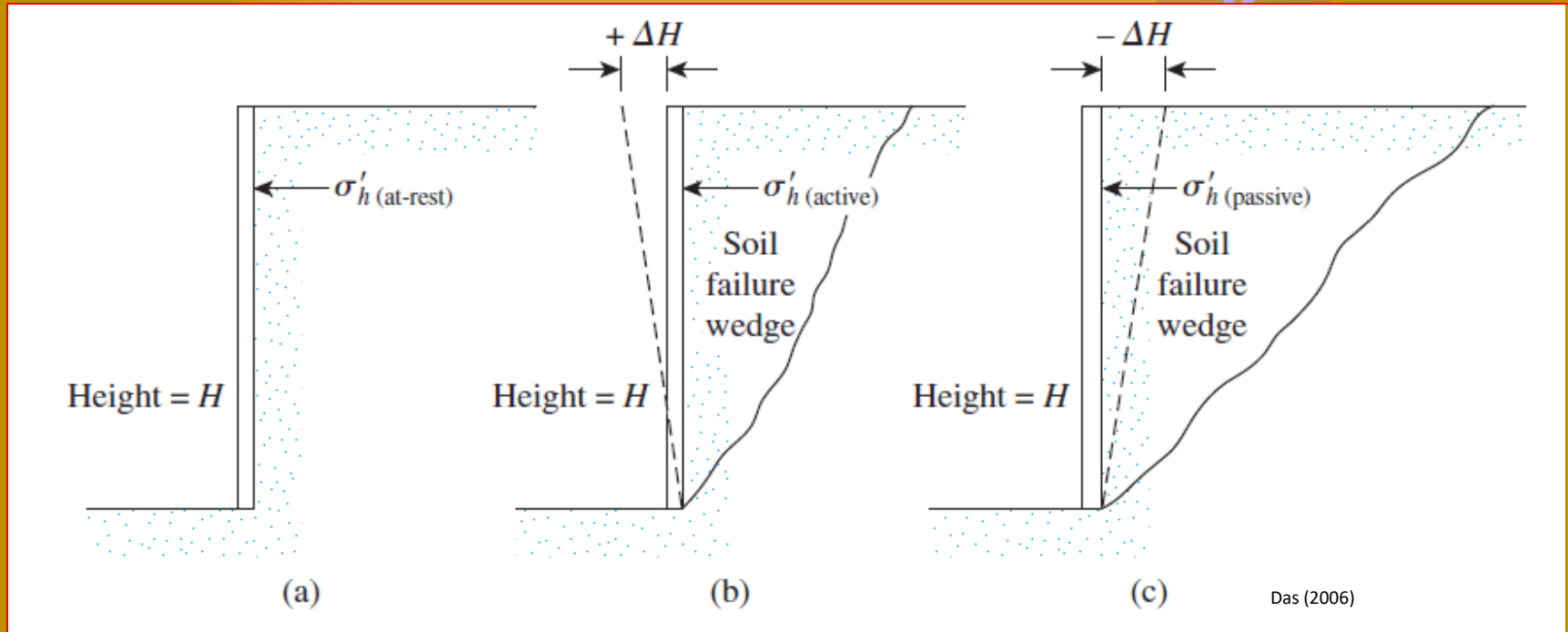
$$K = \frac{\sigma_h}{\sigma_v} \text{ pode ser de } < 1 \text{ a } > 1$$

Pressão em um corpo imerso



Natureza do Empuxo de Terra em Contenções

DEF-3310



Para uso c

ESCAVAÇÃO



Para uso exclusivo da Disciplina de Geotecnia 3310

Coeficientes de empuxo de terra

- Relação **SEMPRE** entre tensões **EFETIVAS** !

- $K = \frac{\sigma'_h}{\sigma'_v}$

- $K_a = \frac{\sigma'_a}{\sigma'_v}$

ATIVO

- $K_0 = \frac{\sigma'_{h0}}{\sigma'_{v0}}$

REPOUSO

(SUBSCRITO 0 INDICA "SEM DESLOCAMENTO")

- $K_p = \frac{\sigma'_p}{\sigma'_v}$

PASSIVO

A rigor deveria ser K' (em vez de K), para explicitar o “efetivo”.

Mas, como se trata de ponto pacífico, imaginado de conhecimento geral, em todo o tratamento do assunto “empuxos” é usual não utilizar o apóstrofo no K .

Para uso exclusivo da Disciplina PEF-3310

Coeficiente(s) de empuxo de água

$$\bullet K_w = \frac{u_h}{u_v} = 1$$

$$\bullet K_{wa} = \frac{u_a}{u_v} = 1$$

$$\bullet K_{w0} = \frac{u_{h0}}{u_{v0}} = 1$$

$$\bullet K_{wp} = \frac{u_p}{u_h} = 1$$

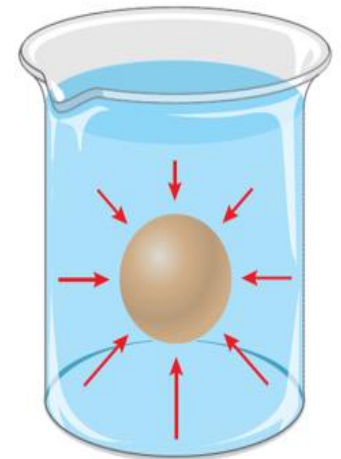
ATIVO

REPOUSO

(SUBSCRITO 0 INDICA "SEM DESLOCAMENTO")

PASSIVO

Pressão em um corpo imerso

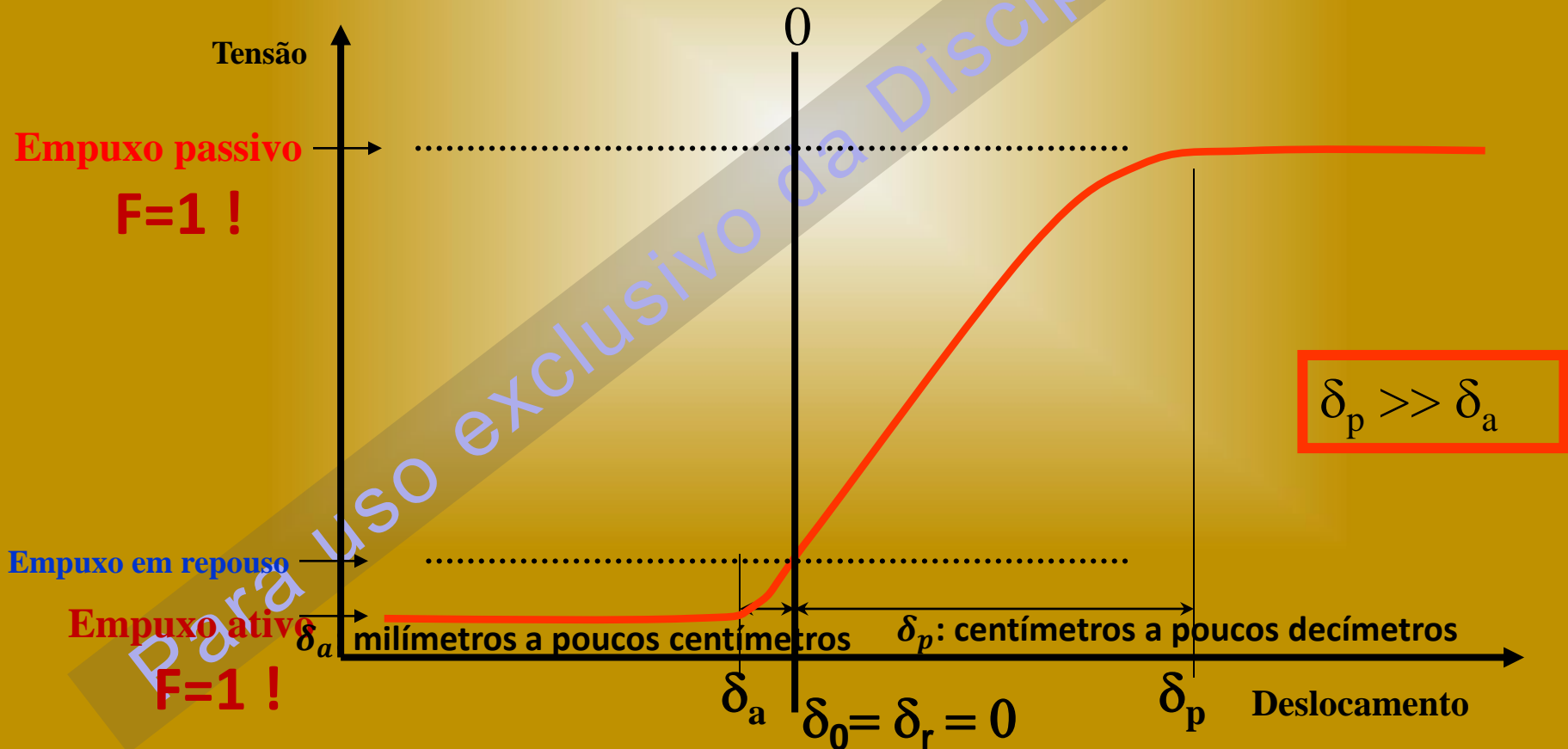


Partícula de solo é corpo imerso!

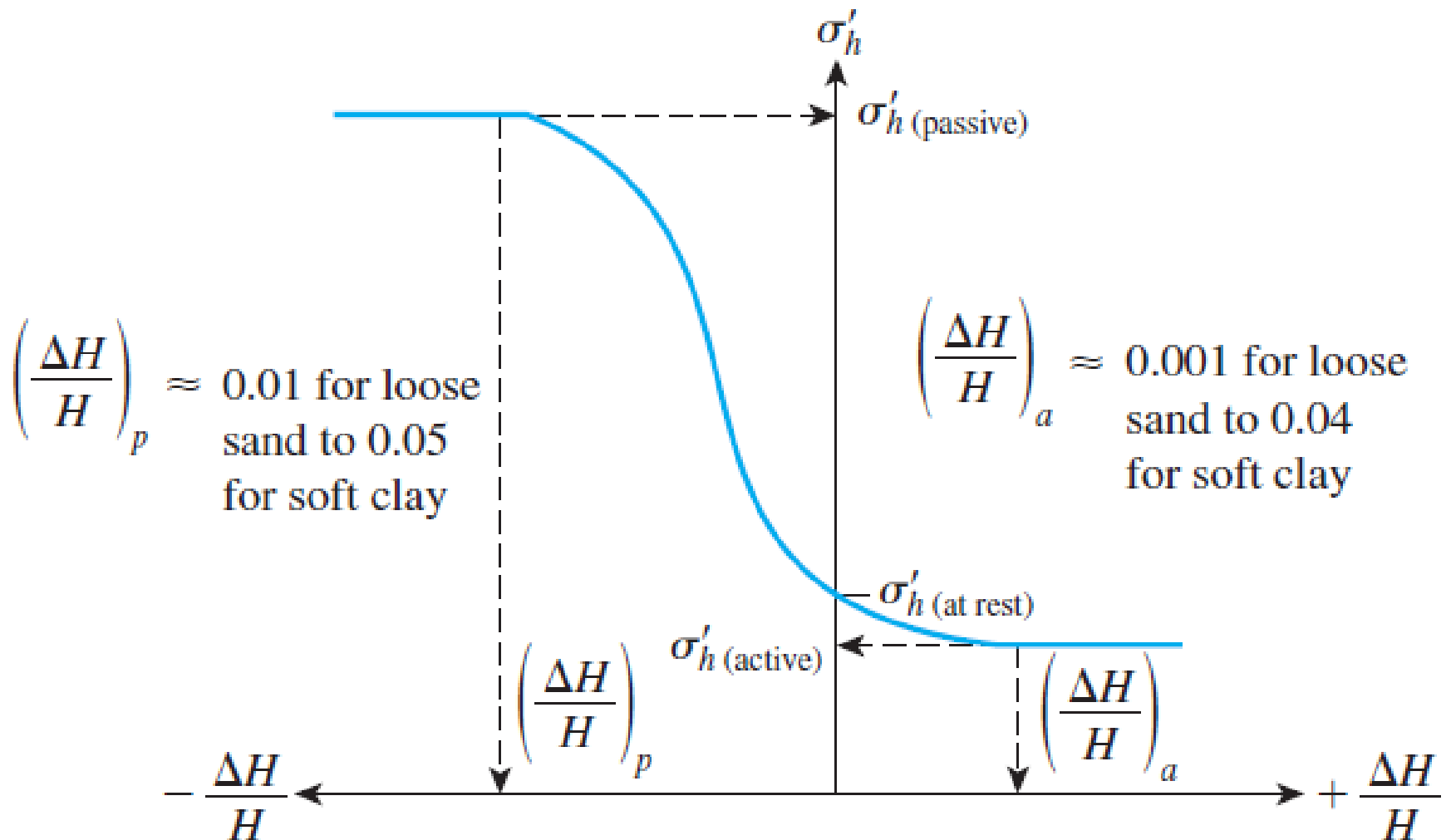
Para uso exclusivo da Disciplina PER-3310

Movimentos do anteparo necessários para mobilizar empuxos

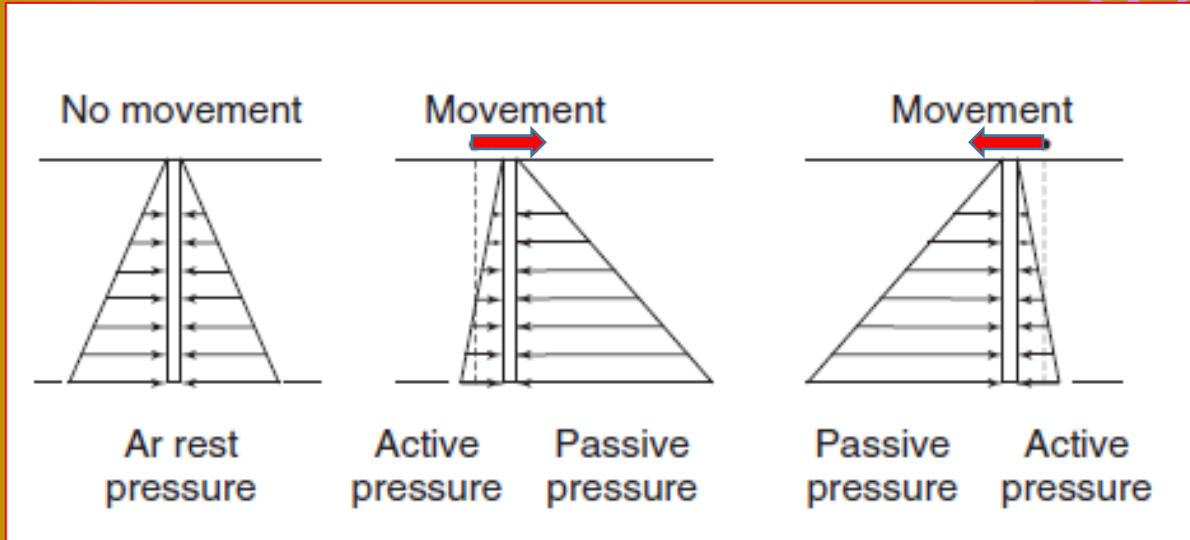
- Empuxo em Repouso (nenhum deslocamento do muro e nenhuma mudança nas tensões horizontais).
- Empuxo Ativo (afastamento do muro e decréscimo das tensões horizontais).
- Empuxo Passivo (aproximação do muro e aumento das tensões horizontais).



Deslocamentos para mobilização dos empuxos



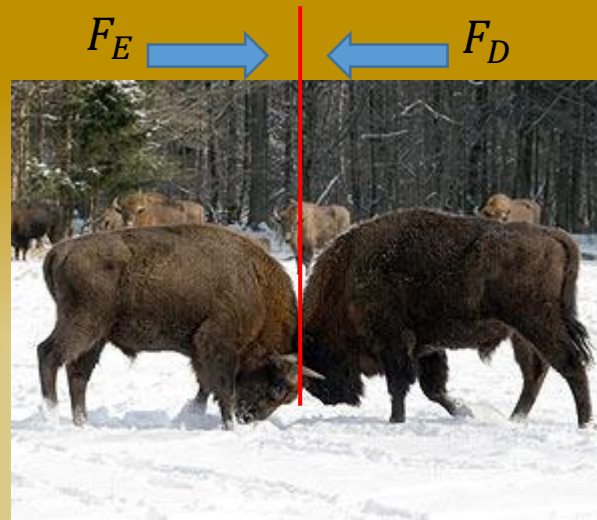
Natureza do Empuxo de Terra



Briaud (2013)

Independentemente do processo de cálculo, utilizam-se muito os coeficientes de empuxo, K' , frequentemente tabelados (vide, por exemplo, Braja Das, 2007 ou edições seguintes).

Empuxo em repouso $\Rightarrow |F_E| = |F_D|$



No sistema ao lado, 3ª e 1ª leis de Newton

$$\vec{F}_E + \vec{F}_D = 0.$$

Nas figuras abaixo, 1ª lei de Newton, REPOUSO)



Repouso

$$s = c' + \sigma' \tan \phi'$$

where

c' = cohesion

ϕ' = effective angle of friction

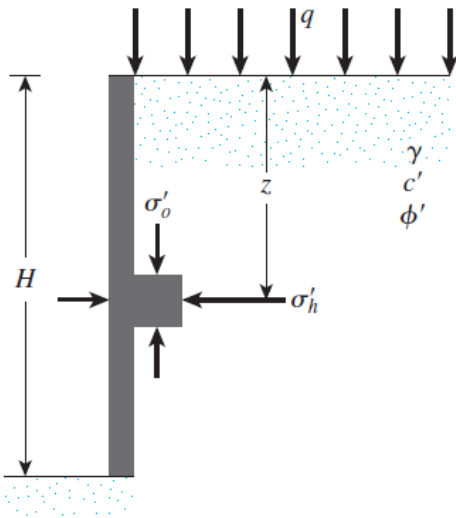
σ' = effective normal stress

Jaky (1944) – Normalmente adensado

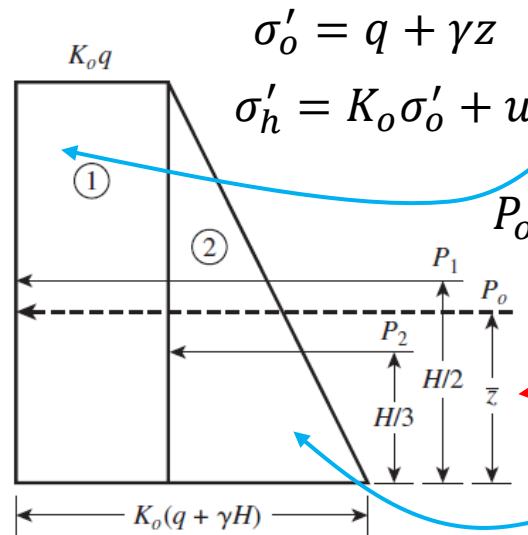
$$K_o \approx 1 - \text{sen} \phi'$$

Mayne & Kulhawy (1982) – Sobre-adensado

$$K_o = (1 - \text{sen} \phi') OCR^{\text{sen} \phi'}$$



(a)



(b)

$$\sigma'_o = q + \gamma z$$

$$\sigma'_h = K_o \sigma'_o + u$$

$$P_o = P_1 + P_2 = qK_o H + \frac{1}{2} \gamma H^2 K_o$$

Se a sobrecarga é zero e não há pressão de água o diagrama teórico é triangular

$$\bar{z} = \frac{P_1 \left(\frac{H}{2}\right) + P_2 \left(\frac{H}{3}\right)}{P_o}$$

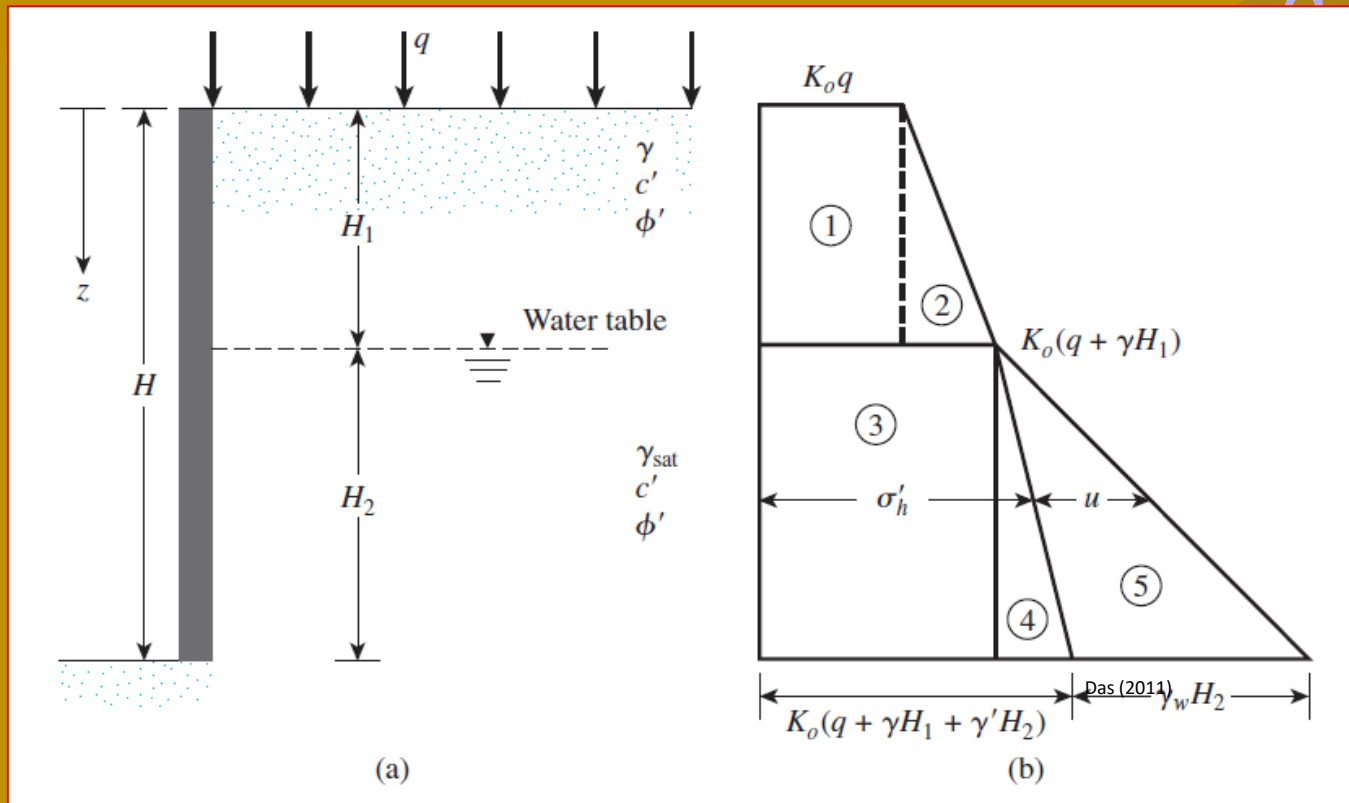
Se houver pressão de água (hidrostática!), o seu diagrama também é triangular

Das (2011)

Para uso

Presença do nível de água

Repouso

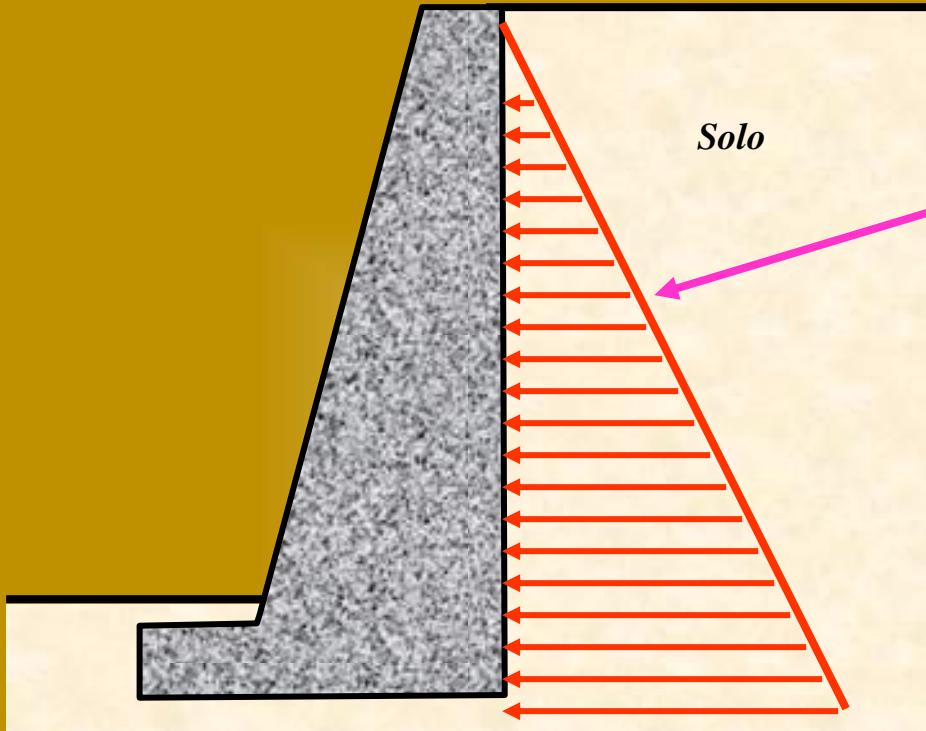


$$P_o = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5$$

where A = area of the pressure diagram.

So,

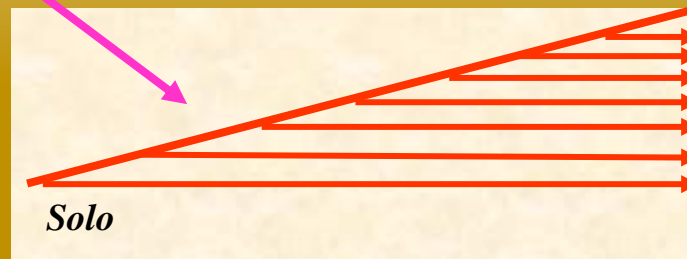
$$P_o = K_o q H_1 + \frac{1}{2} K_o \gamma H_1^2 + K_o (q + \gamma H_1) H_2 + \frac{1}{2} K_o \gamma' H_2^2 + \frac{1}{2} \gamma_w H_2^2 \quad (7.7)$$



Rankine (1857)



Distribuição teórica do empuxo passivo



Para uso exclusivo da Disciplina REF-3310

Empuxos segundo Rankine

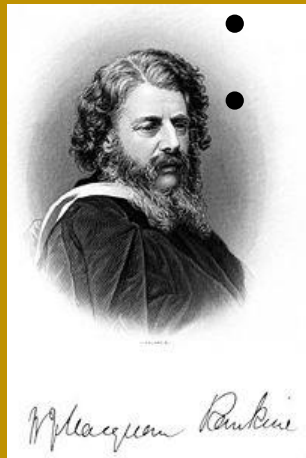
Revisitando a disciplina anterior e incluindo solo com intercepto de coesão

Para uso exclusivo da Disciplina PEF-3310

- Teoria de Empuxo de **Rankine (1857)** admite (em sua forma original):

- interface muro-solo sem atrito
- paramento do muro é vertical
- o terrapleno é horizontal
- o muro é flexível e em semi-espaco infinito
- solo não coesivo

Decorre diagrama triangular de tensões de empuxo (só normais)

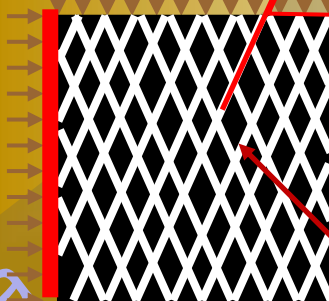


Caso Ativo

$$\sigma_v = \sigma_1$$

$$\beta = \frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2}$$

$$\sigma_a = \sigma_3$$



$$\sigma_v = \sigma_1$$

Caso Passivo

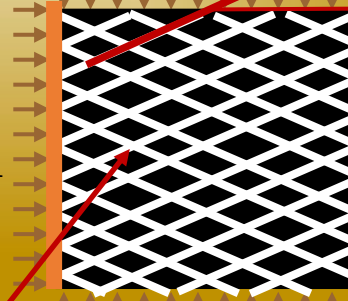
$$\sigma_v = \sigma_3$$

$$\beta = \frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2}$$

$$\sigma_a = \sigma_3$$

$$\sigma_p = \sigma_1$$

$$\sigma_p = \sigma_1$$

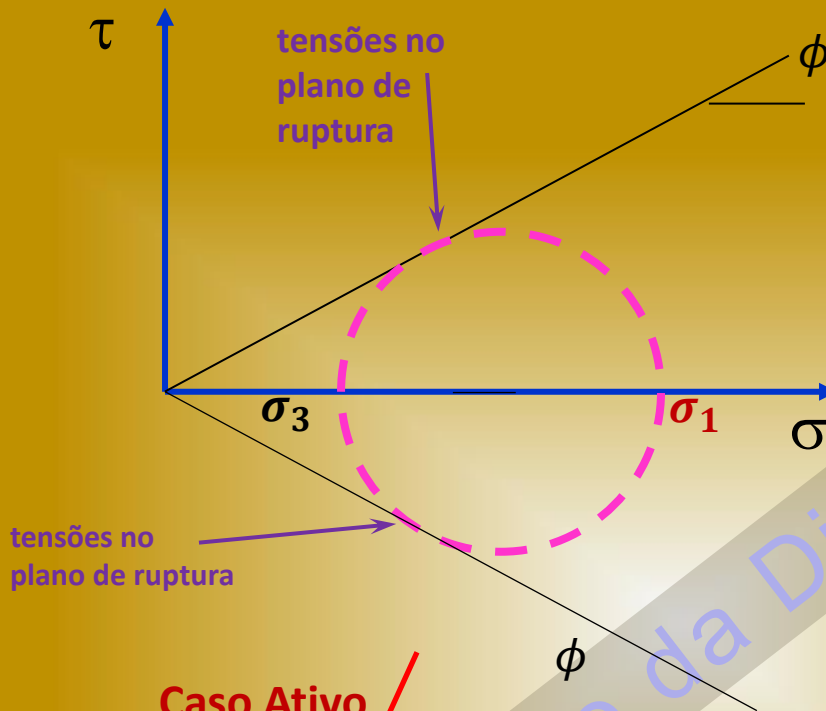


$$\sigma_v = \sigma_3$$

Planos de ruptura

Para

Rankine



F=1 !

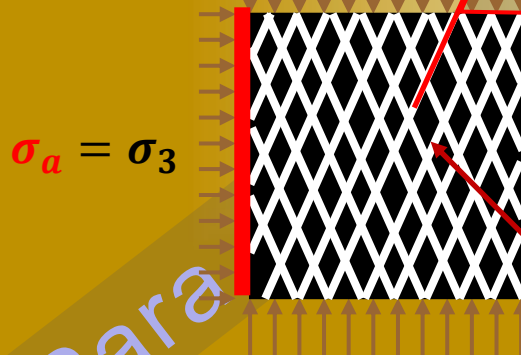
Na ruptura (ativa ou passiva)

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_3} = \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} = \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \right)$$

Caso Ativo

$$\sigma_v = \sigma_1$$

$$\beta = \frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2}$$



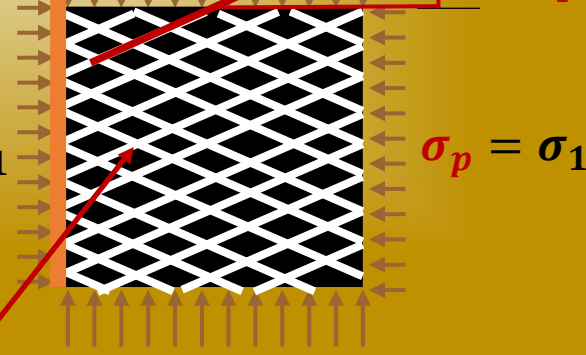
$$\sigma_v = \sigma_1$$

Caso Passivo

$$\sigma_v = \sigma_3$$

$$\beta = \frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2}$$

$$\sigma_a = \sigma_3 \quad \sigma_p = \sigma_1$$



$$\sigma_v = \sigma_3$$

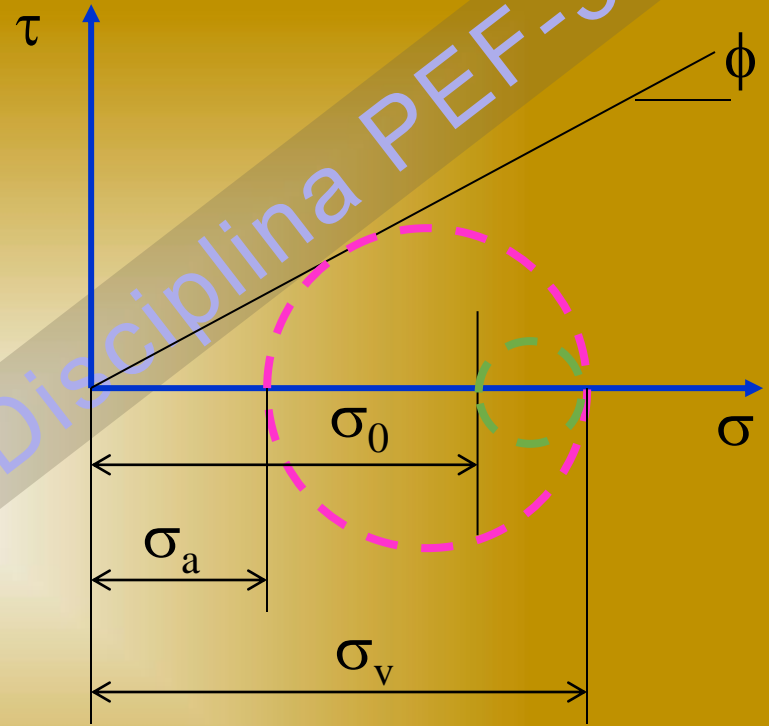
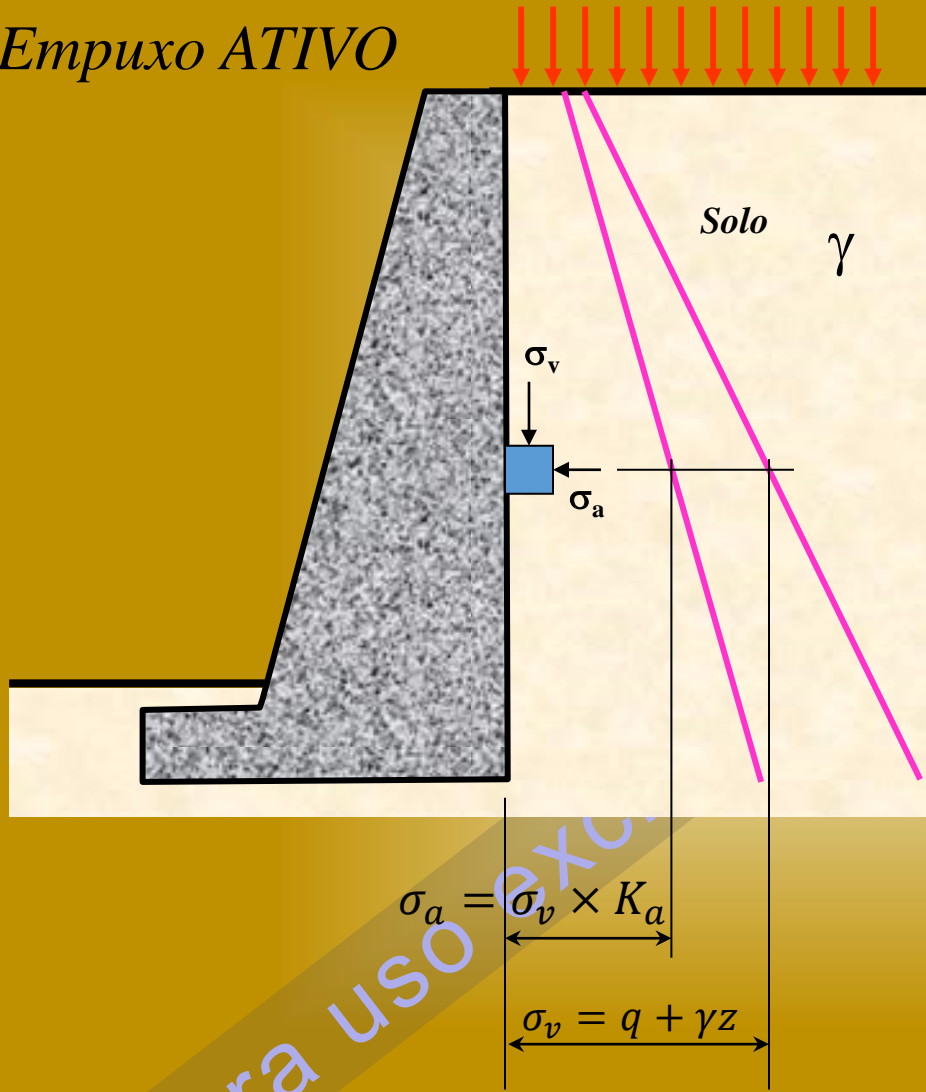
Planos de ruptura

Para

Rankine com sobrecarga

Rankine

Empuxo ATIVO



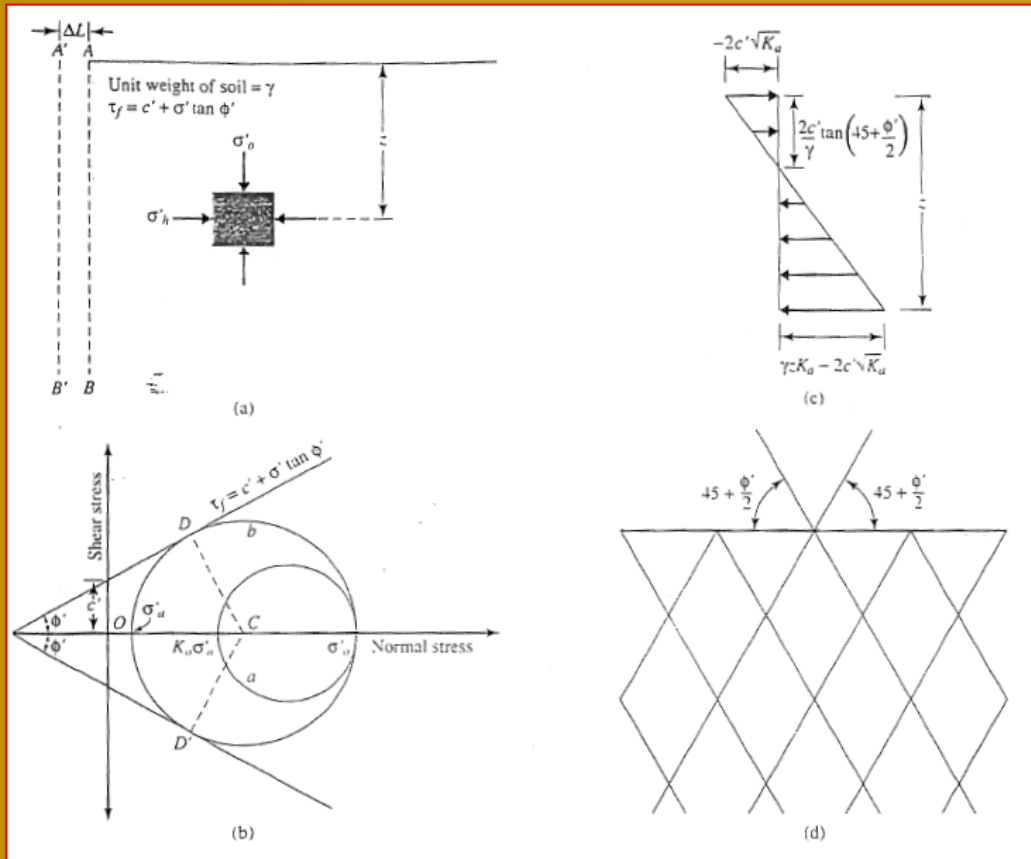
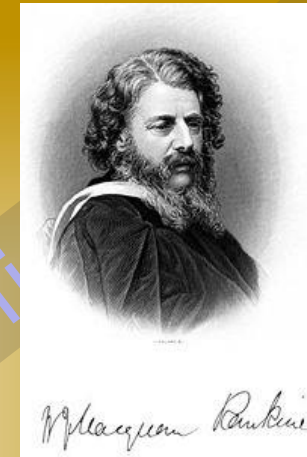
$$K_a = \frac{1 - \sin \phi}{1 + \sin \phi} = \tan^2 \left(45 - \frac{\phi}{2} \right)$$

RELEBRANDO: O COEFICIENTE DE EMPUXO SÓ SE APLICA A TENSÕES EFETIVAS

Rankine

Empuxo ativo, agora em solo cuja resistência apresenta intercepto de coesão

Rankine (1857)



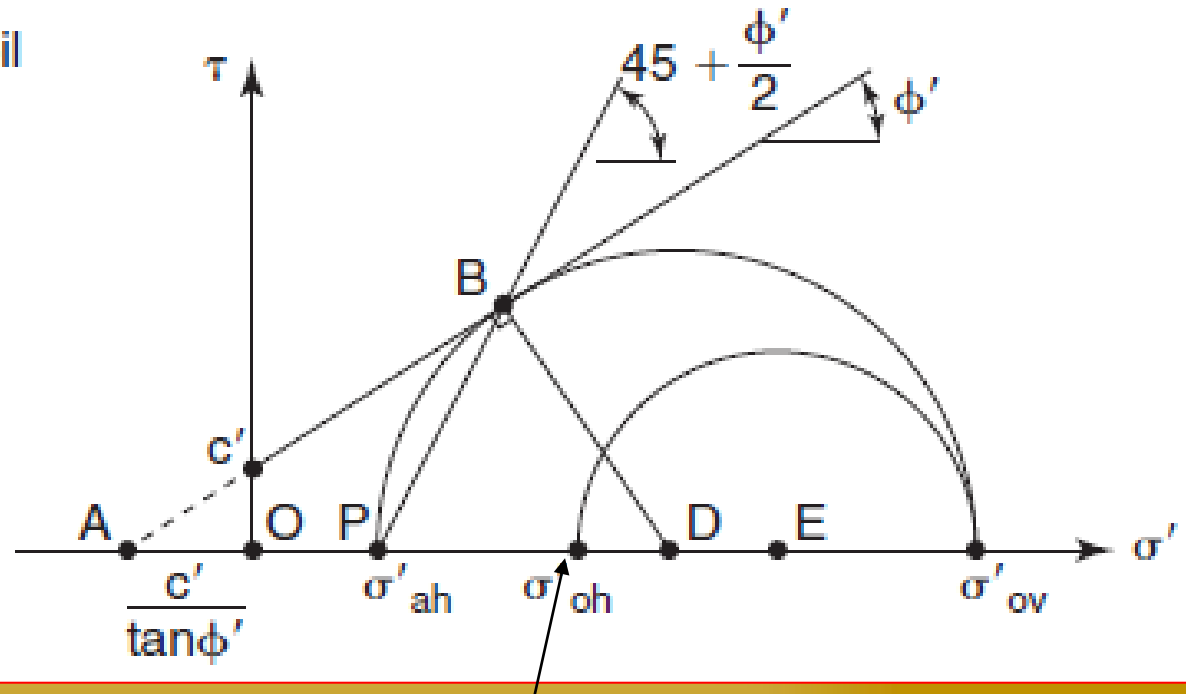
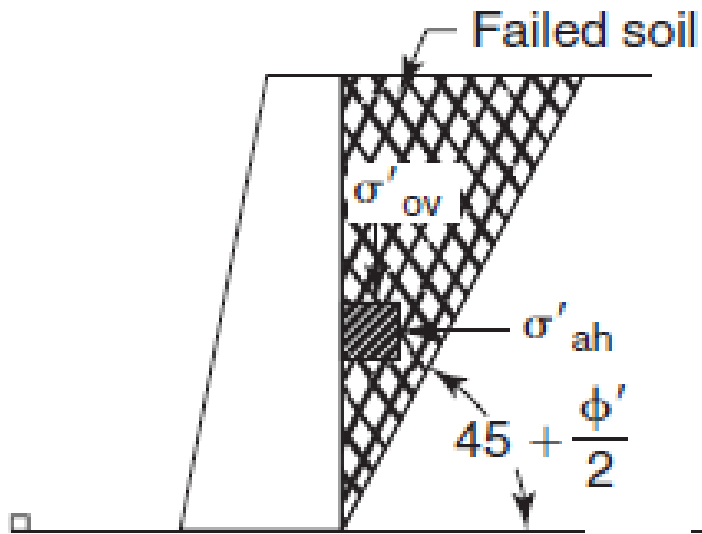
Das (2006)

HIPÓTESES

- Paramento do muro é vertical
- Não há atrito entre o muro e o solo
- Solo homogêneo e isotrópico
- Solo inicialmente no repouso
- Superfície crítica é plana a $45 + \phi/2$
- Força resultante horizontal

Para us

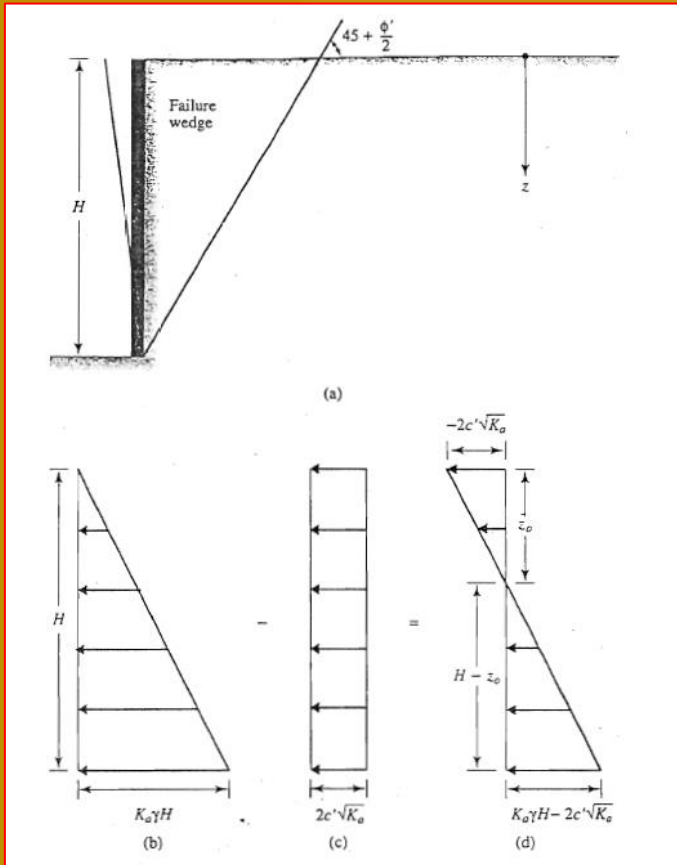
Empuxo ativo e o estado de tensão no círculo de Mohr



Repouso inicial

Para uso

Empuxo ativo



Das (2006)

Para a condição não drenada



$$\begin{aligned} \phi_u &= 0 \\ K_a &= 1 \text{ (água!)} \\ c &= s_u \end{aligned}$$

$$\sigma'_a = \gamma z - 2s_u$$

$$\sigma'_a = \gamma z \tan^2\left(45 - \frac{\phi'}{2}\right) - 2c' \tan\left(45 - \frac{\phi'}{2}\right)$$

$$\sigma'_a = K_a \gamma z - 2c' \sqrt{K_a}$$

A profundidade na qual a pressão ativa se torna zero é obtida por:

$$K_a \gamma z_o - 2c' \sqrt{K_a} = 0$$

Com o tempo a fenda de tração irá se desenvolver

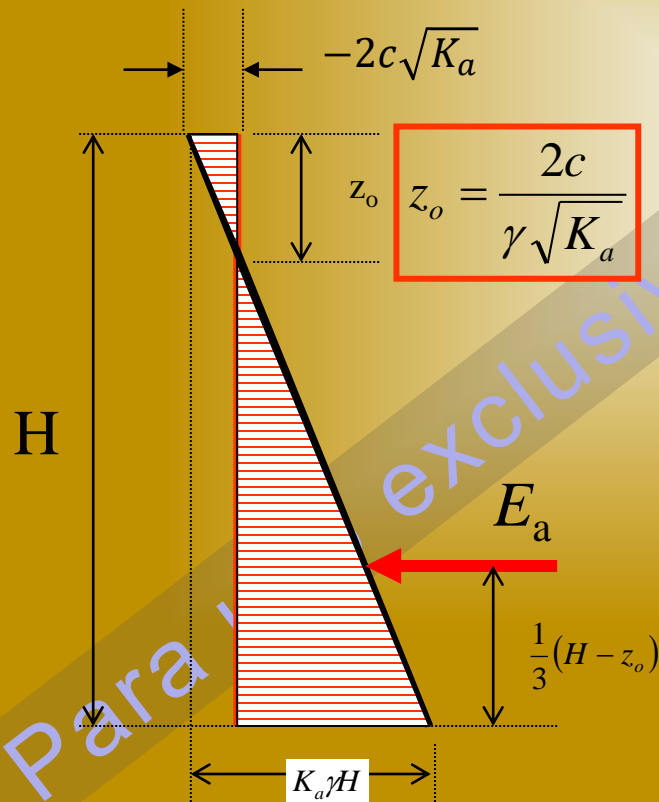
$$z_o = \frac{2c'}{\gamma \sqrt{K_a}}$$

Para us

$$\sigma_a = K_a \gamma z - 2c\sqrt{K_a}$$

K_a - coeficiente de empuxo ativo

**Distribuição teórica do empuxo ATIVO
(sem sobrecarga superficial)**



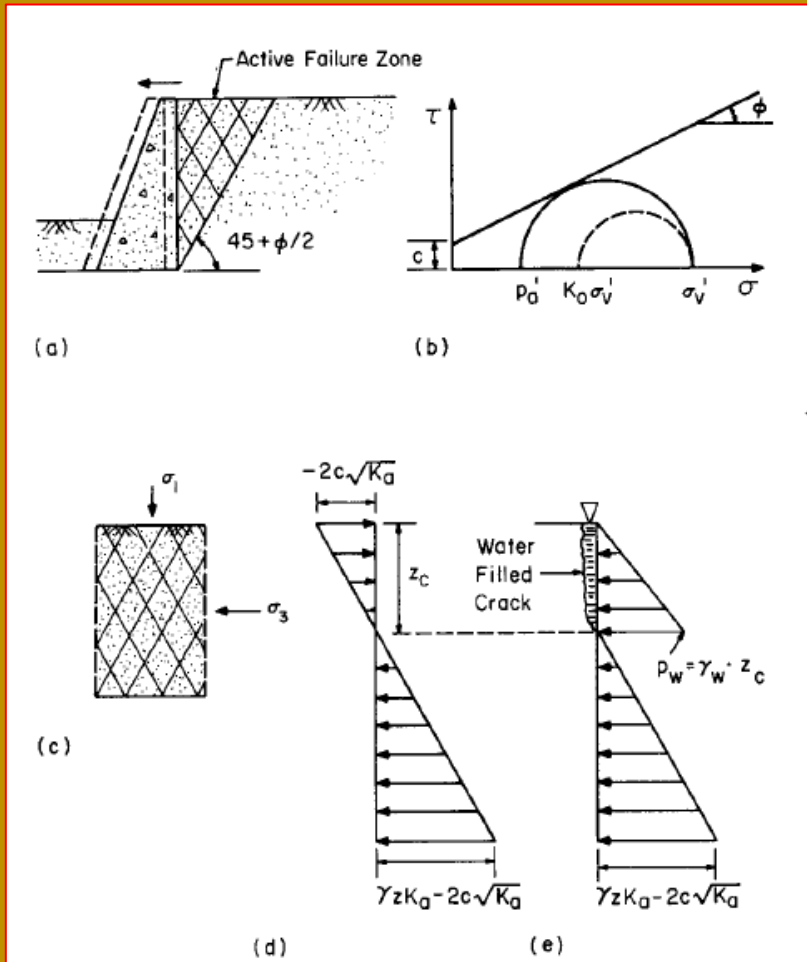
$$z_0 = \frac{2c}{\gamma\sqrt{K_a}}$$

$$E_a = \int_{z_0}^H \sigma_a dz$$

(desconsiderada a tração)

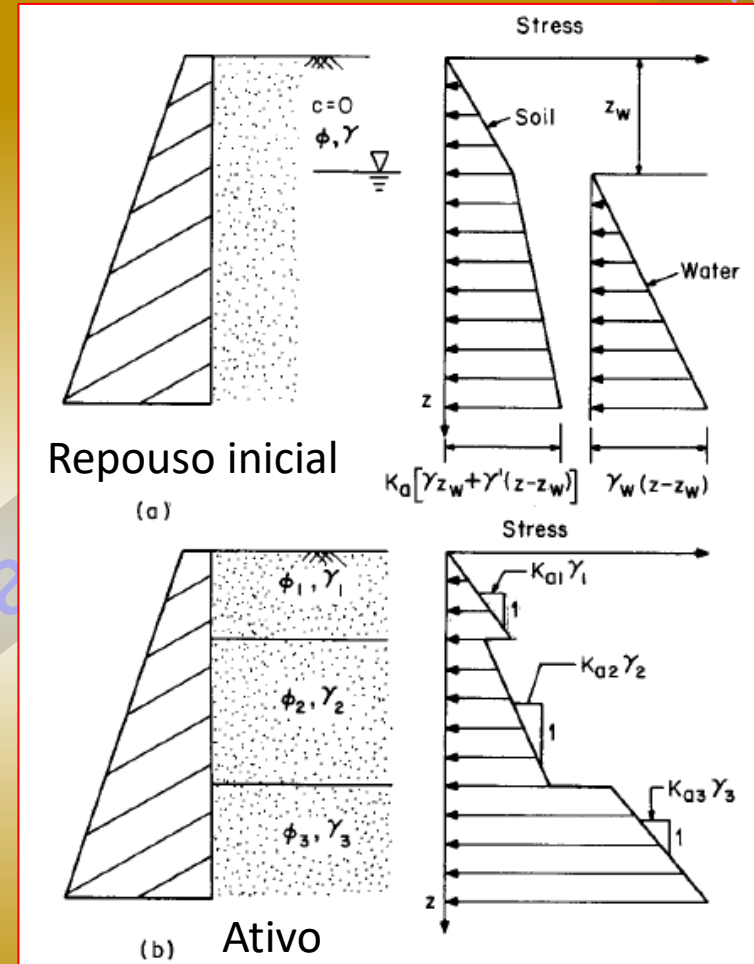
$$E_a = \frac{1}{2} K_a \gamma (H^2 - z_0^2) - 2c\sqrt{K_a} (H - z_0)$$

$$E_a = \frac{K_a \gamma (H - z_0)^2}{2} \quad \text{Força de empuxo ATIVO}$$



Fenda de tração cheia de água

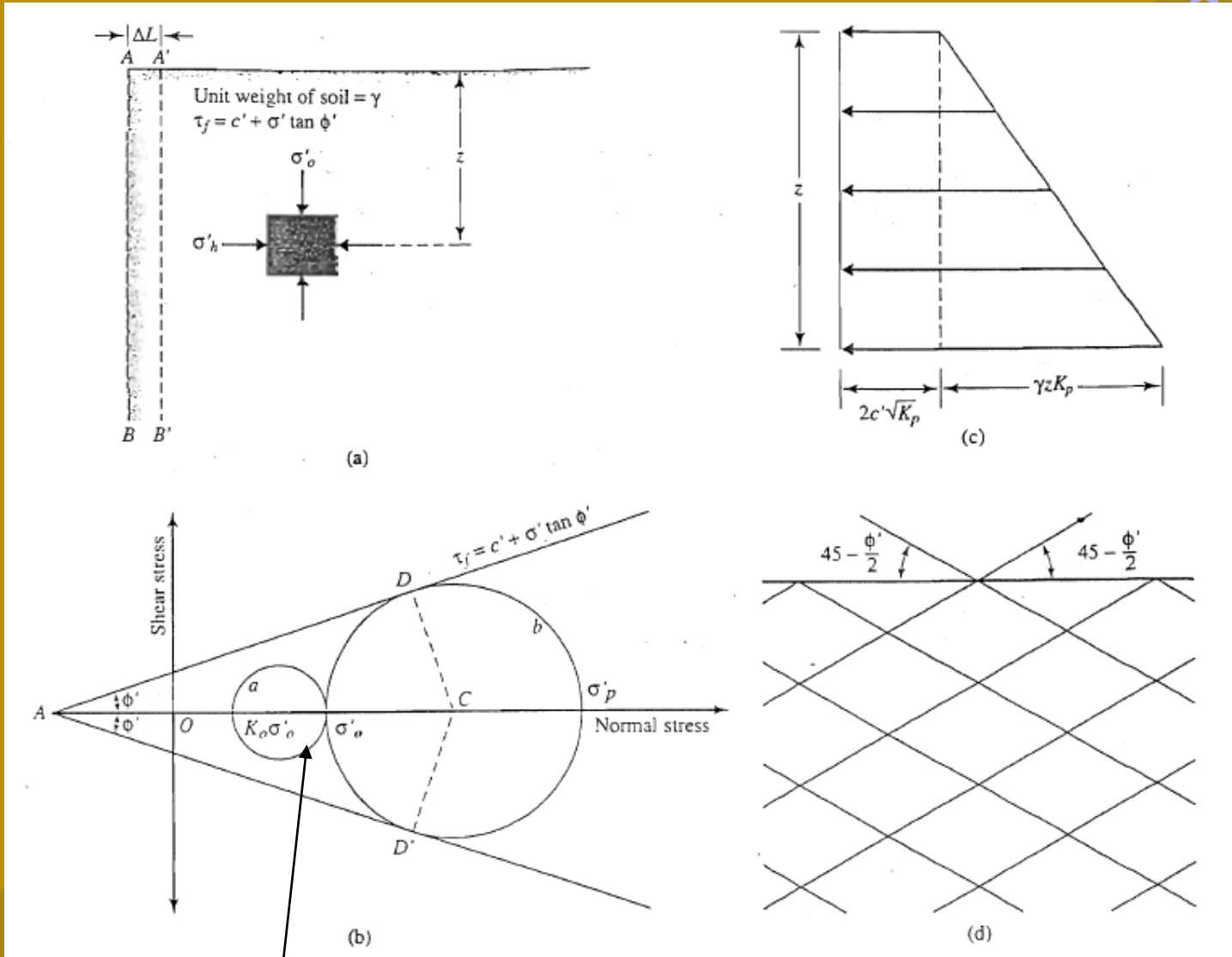
Fig. 6.3 Active pressure—frictionless wall. (a) Frictionless wall moves away from backfill. (b) Stress state in active failure. (c) Active failure zone. (d) Theoretical active pressure distribution. (e) Water-filled crack in tension zone.



Múltiplas camadas e água

Fig. 6.5 Active pressures for frictionless wall in presence of groundwater table and nonhomogeneous soil conditions. (a) Groundwater table. (b) Nonhomogeneous cohesionless soil.

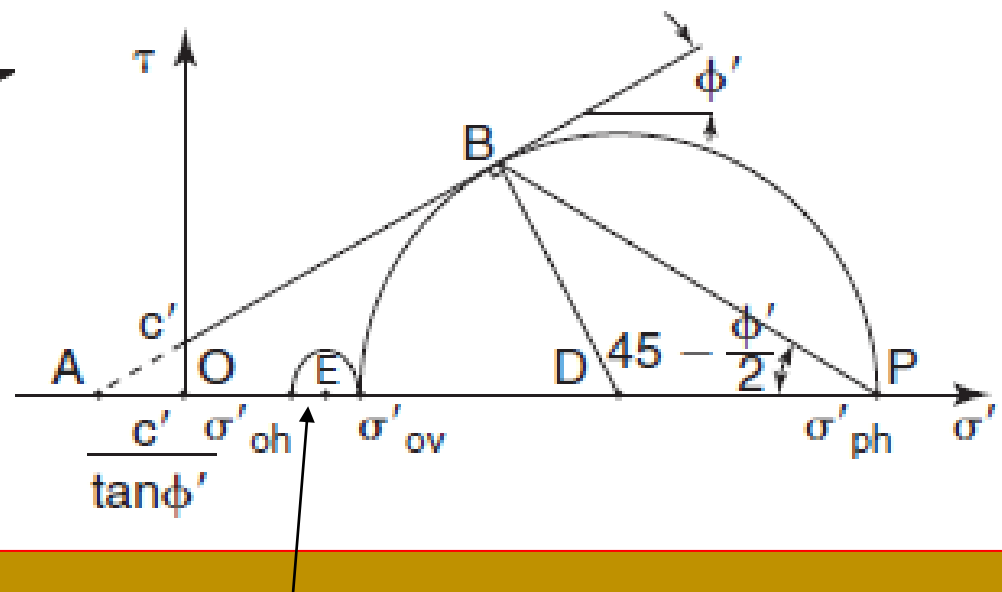
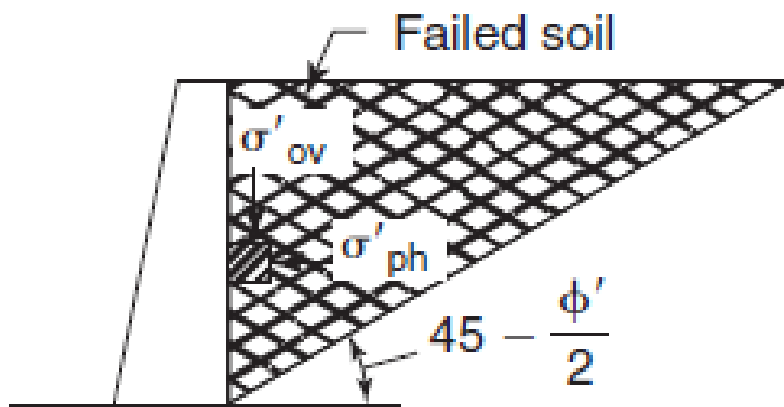
Empuxo Passivo



Repouso inicial

Passivo

Empuxo passivo e o estado de tensão no círculo de Mohr

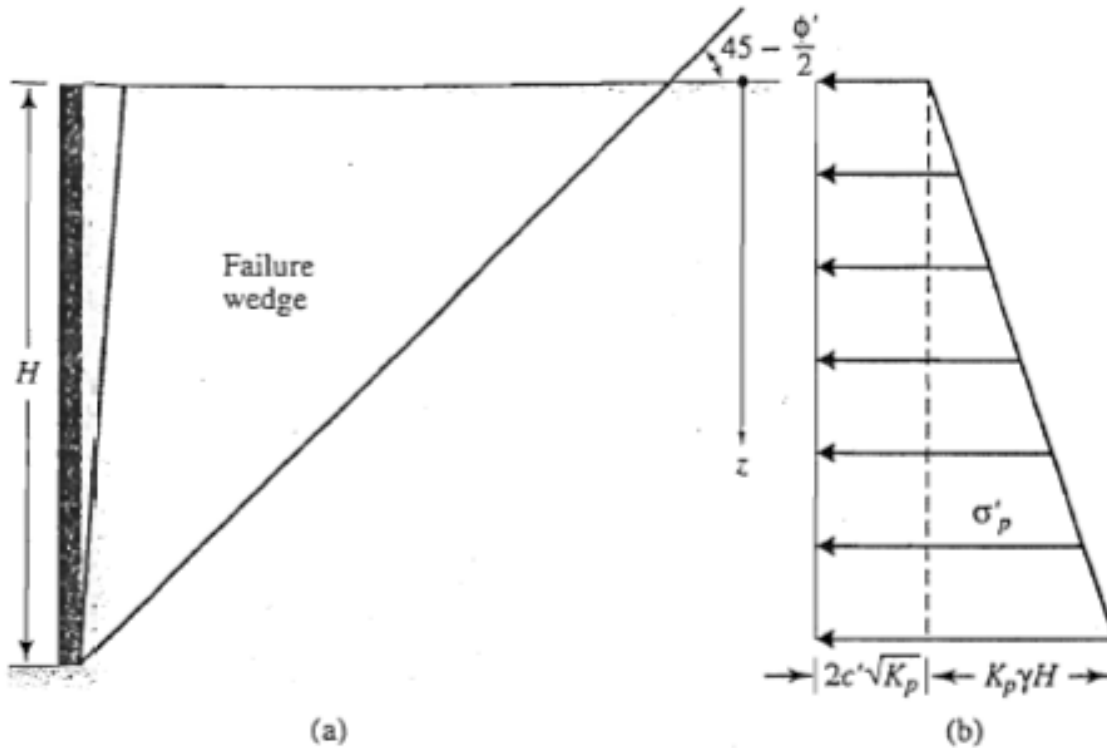


Repouso inicial

Para

Empuxo passivo

Rankine



Para $z = 0$

$$\sigma'_p = 2c' \sqrt{K_p}$$

Para $z = H$

$$\sigma'_p = K_p \gamma z + 2c' \sqrt{K_p}$$

Das (2006)

Para a condição não drenada →

$$\begin{aligned} \phi_u &= 0 \\ K_p &= 1 \text{ (água!)} \\ c &= s_u \end{aligned}$$

$$\sigma'_p = \gamma z + 2s_u$$

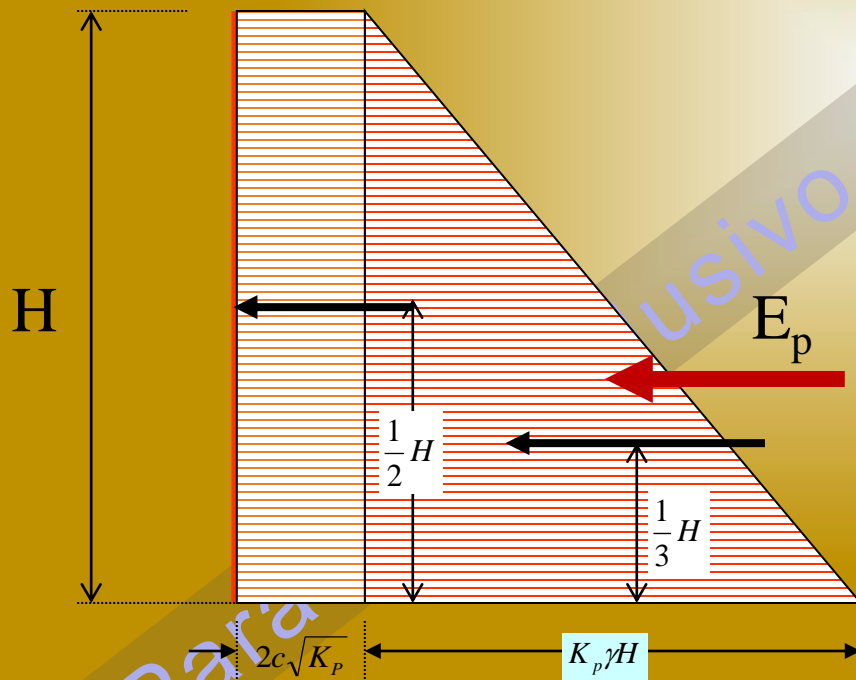
Para uso exclusivo

REF-3310

$$\sigma_p = K_p \gamma z + 2c\sqrt{K_p}$$

K_p - coeficiente de empuxo passivo

Distribuição teórica do empuxo PASSIVO



$$E_p = \int_{z_0}^H \sigma_p dz$$

Força de empuxo PASSIVO

$$E_p = \frac{1}{2} K_p \gamma H^2 + 2cH \sqrt{K_p}$$

$$K_p = \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} = \tan^2 \left(45 + \frac{\varphi}{2} \right)$$

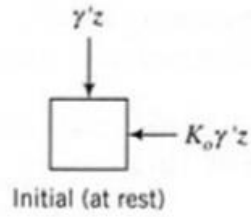
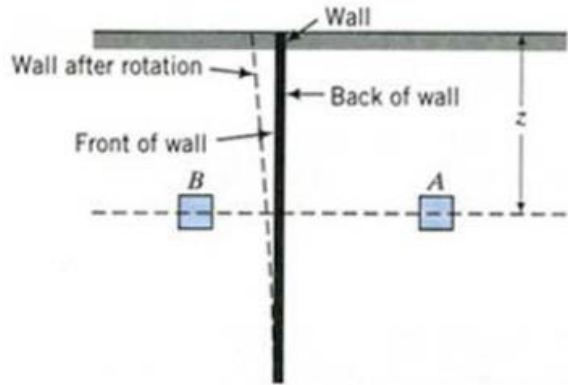
RESUMO

Com antecipação da sequência

Para uso exclusivo da Disciplina PEF-3310

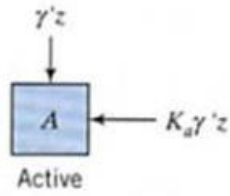
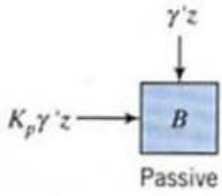
Rankine em Resumo

2310

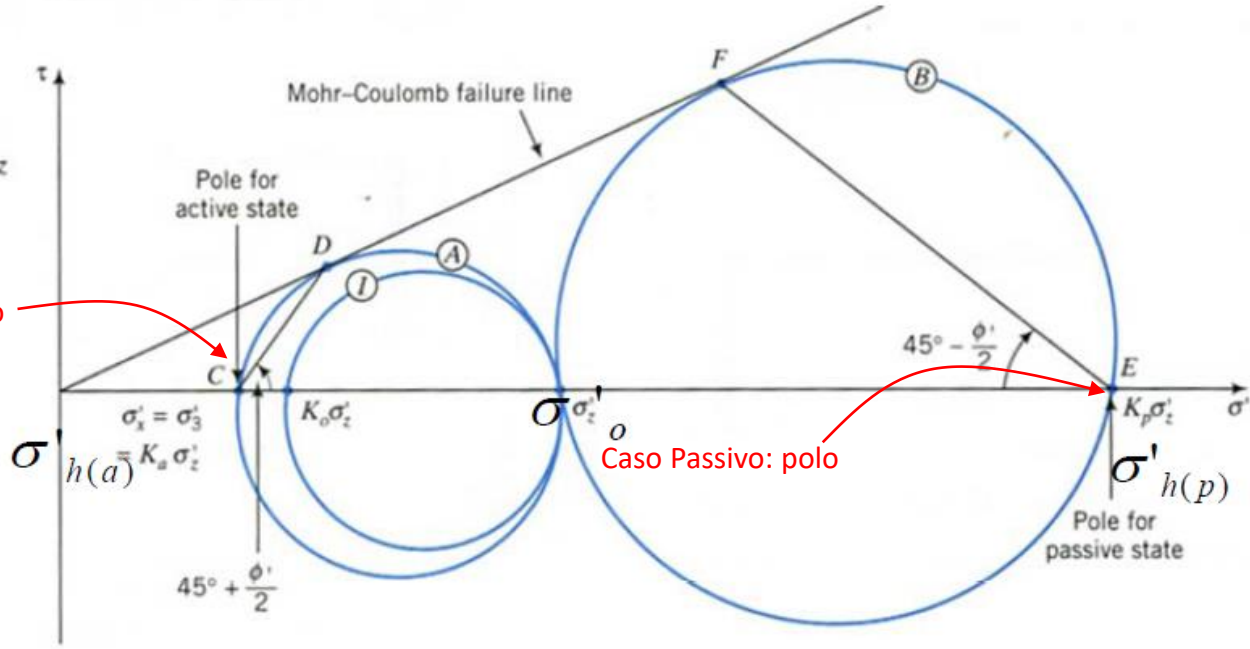


F=1 !

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_3} = \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} = \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \right)$$



Caso Ativo: polo



Caso Passivo: polo

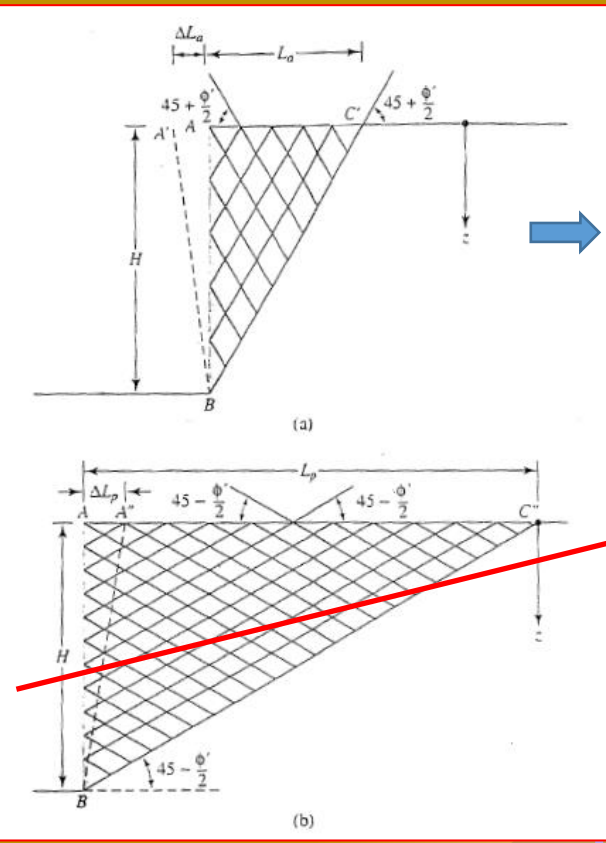
FC

Empuxos (resumo)

$$K_o = \frac{\nu}{1 - \nu}$$

$$K_o = 1 - \sin \phi'$$

Coulomb a seguir



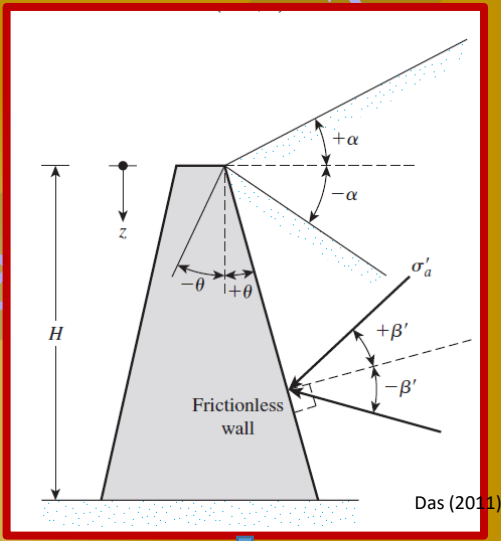
$$K_o = (1 - \sin \phi') OCR^{\sin \phi'}$$

$$K_a = \frac{1 - \sin \phi}{1 + \sin \phi} = \tan^2 \left(45 - \frac{\phi}{2} \right)$$

Rankine ativo

~~$$K_p = \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} = \tan^2 \left(45 + \frac{\phi}{2} \right)$$

Rankine passivo~~



$$K_a = \text{Coulomb's active earth pressure coefficient}$$

$$= \frac{\sin^2 (\beta + \phi')}{\sin^2 \beta \sin (\beta - \delta') \left[1 + \sqrt{\frac{\sin (\phi' + \delta') \sin (\phi' - \alpha)}{\sin (\beta - \delta') \sin (\alpha + \beta)}} \right]^2}$$

~~$$K_p = \text{Coulomb's passive pressure coefficient}$$

$$= \frac{\sin^2 (\beta - \phi')}{\sin^2 \beta \sin (\beta + \delta') \left[1 - \sqrt{\frac{\sin (\phi' + \delta') \sin (\phi' + \alpha)}{\sin (\beta + \delta') \sin (\beta + \alpha)}} \right]^2}$$~~

Para uso exclusivo

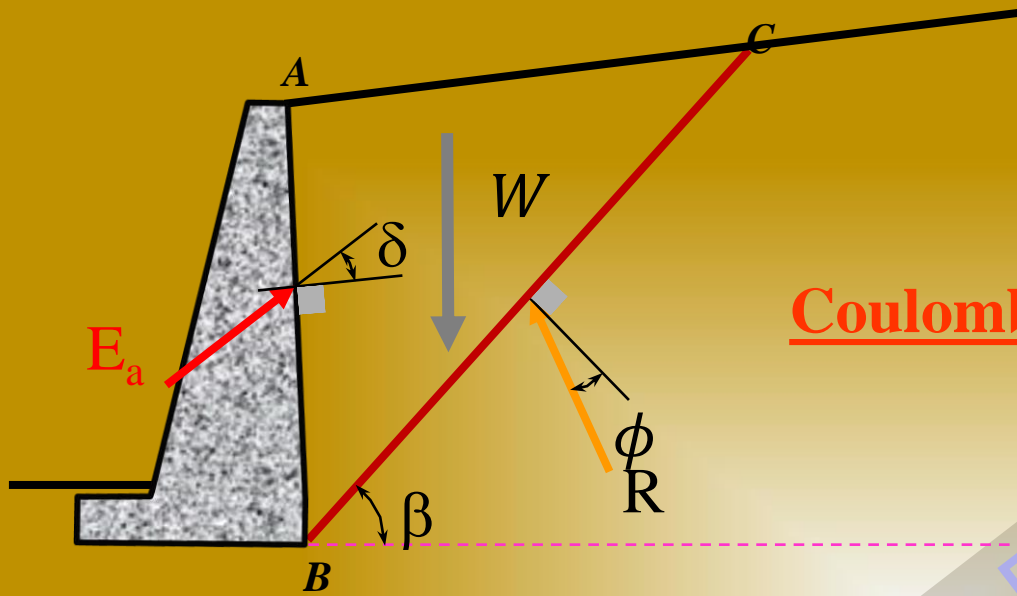
Das (2006)

Das (2011)

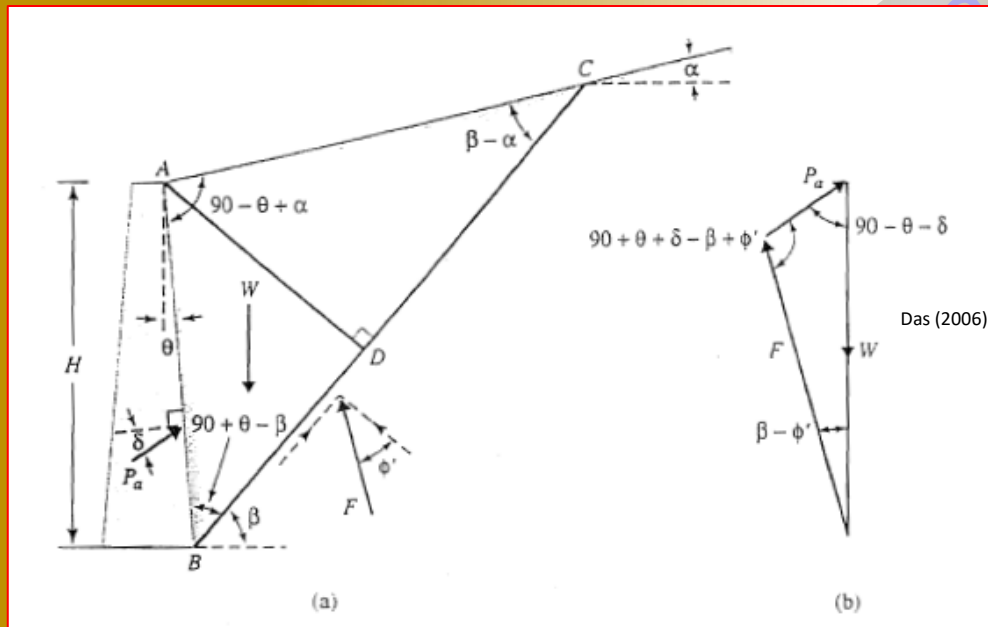
Empuxos segundo Coulomb

Incluindo solo com intercepto de coesão
e possível atrito solo-contenção

Para uso exclusivo da Disciplina PEF-3310



Coulomb (1776)

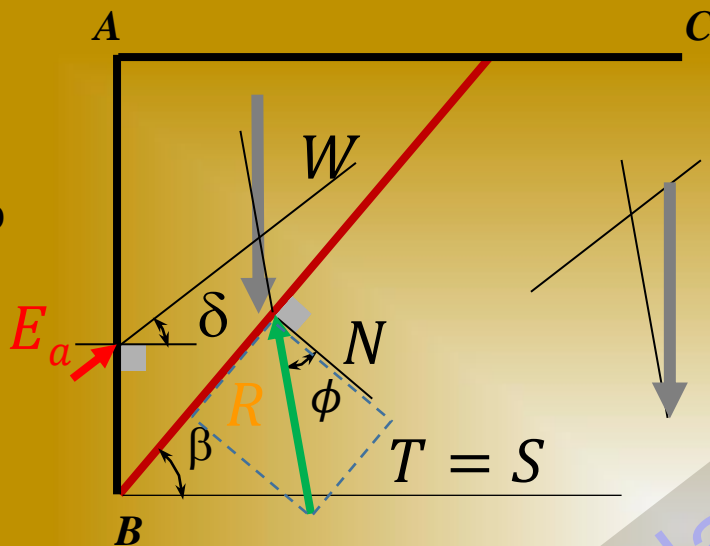


- Admite atrito entre o muro e o solo (a resultante do empuxo atua com um ângulo δ que é o ângulo de atrito solo/muro)
- Admite que a superfície de escorregamento é um plano que passa pelo pé do muro
- A cunha de ruptura age como um bloco rígido e o valor da força de empuxo é obtido considerando o **equilíbrio limite** da cunha como um todo
- Não faz hipótese sobre forma do diagrama (só calcula força de empuxo resultante)

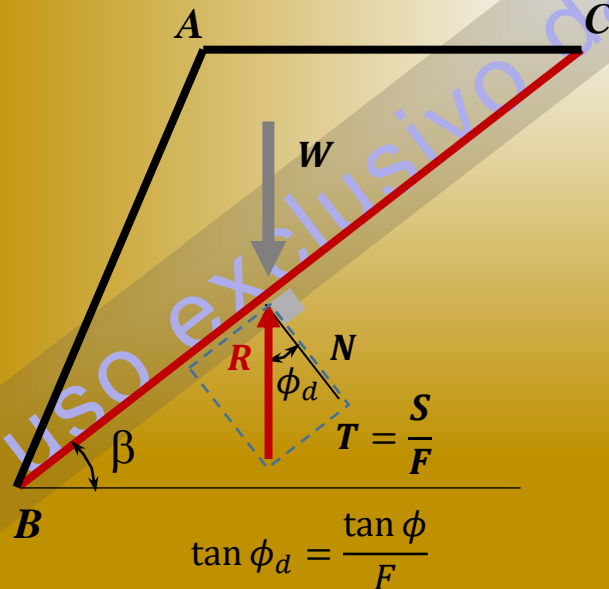
Aplicação direta do equilíbrio limite dos taludes íngremes (com $F=1$!)

Coulomb

Equilíbrio limite
Empuxo ativo de Coulomb



Equilíbrio limite
Talude íngreme



Mais facilmente resolvido, atualmente, com equações de equilíbrio + "Solver" de uma planilha eletrônica
Vide respostas das coleções 4 e 8

Processo gráfico de Culmann

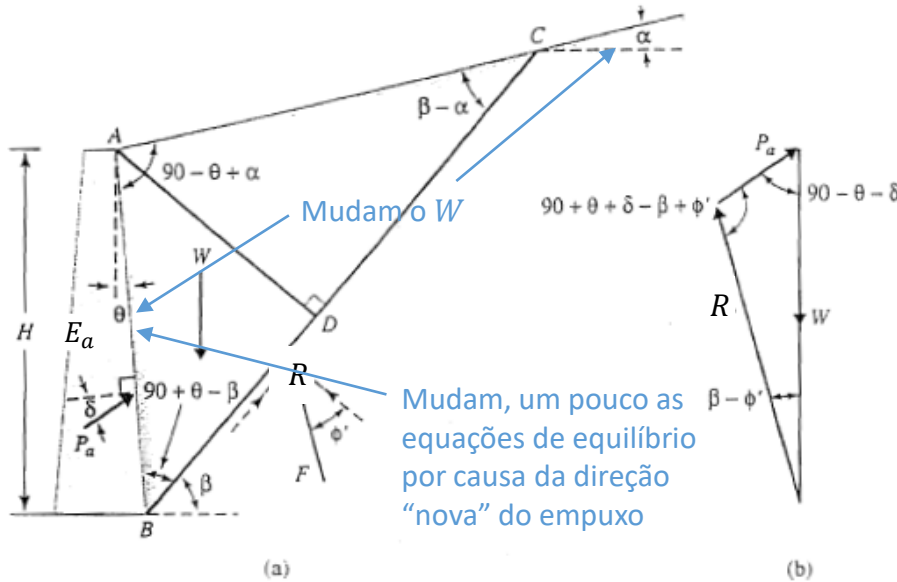


Karl Culmann (1821-1881)

Para uso exclusivo da Disciplina REF 3310

Empuxo ativo

Coulomb



W - Peso da cunha de ruptura (geral, com $\alpha \neq 0$ e $\theta \neq 0$).

R – Resultante das forças de cisalhamento e normal na superfície de ruptura BC.

E_a – Força de empuxo ativo (inclinada do ângulo δ em relação à normal à face do muro).

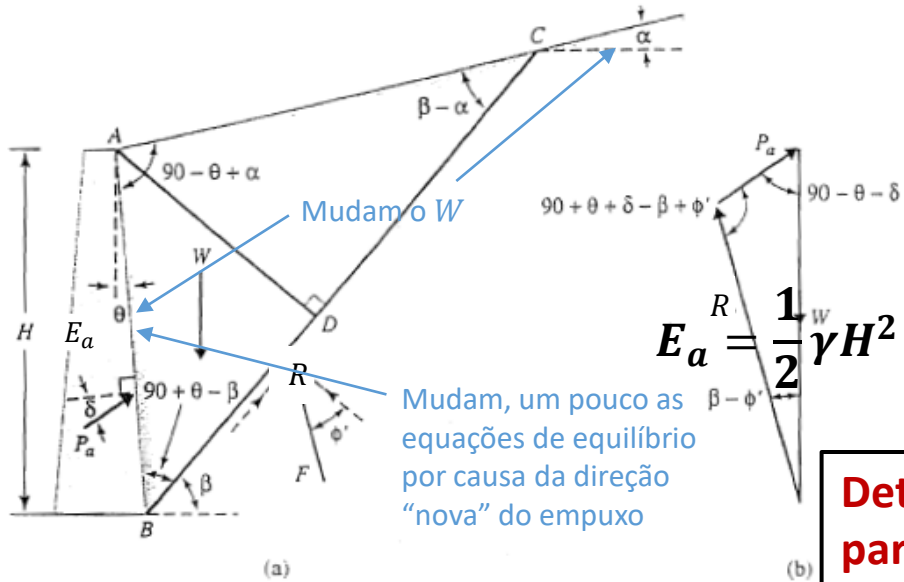
“Nova” equação de equilíbrio por causa da direção “nova” do empuxo

$$\frac{W}{\text{sen}(90 + \theta + \delta - \beta + \varphi')} = \frac{E_a}{\text{sen}(\beta - \varphi')}$$

$$E_a = \frac{\text{sen}(\beta - \varphi')}{\text{sen}(90 + \theta + \delta - \beta + \varphi')} W$$

Empuxo ativo

Coulomb



$$E_a = \frac{\text{sen}(\beta - \varphi')}{\text{sen}(90 + \theta + \delta - \beta + \varphi')} W$$

“Nova” equação de equilíbrio por causa da direção “nova” do empuxo

$$E_a = \frac{1}{2} \gamma H^2 \left[\frac{\cos(\theta - \beta) \cos(\theta - \alpha) \text{sen}(\beta - \varphi')}{\cos^2 \theta \text{sen}(\beta - \alpha) \text{sen}(90 + \theta + \delta - \beta + \varphi')} \right]$$

Determinação do ângulo crítico β para o máximo E_a

$$\frac{dE_a}{d\beta} = 0$$

$$E_a = \frac{1}{2} K_a \gamma H^2$$

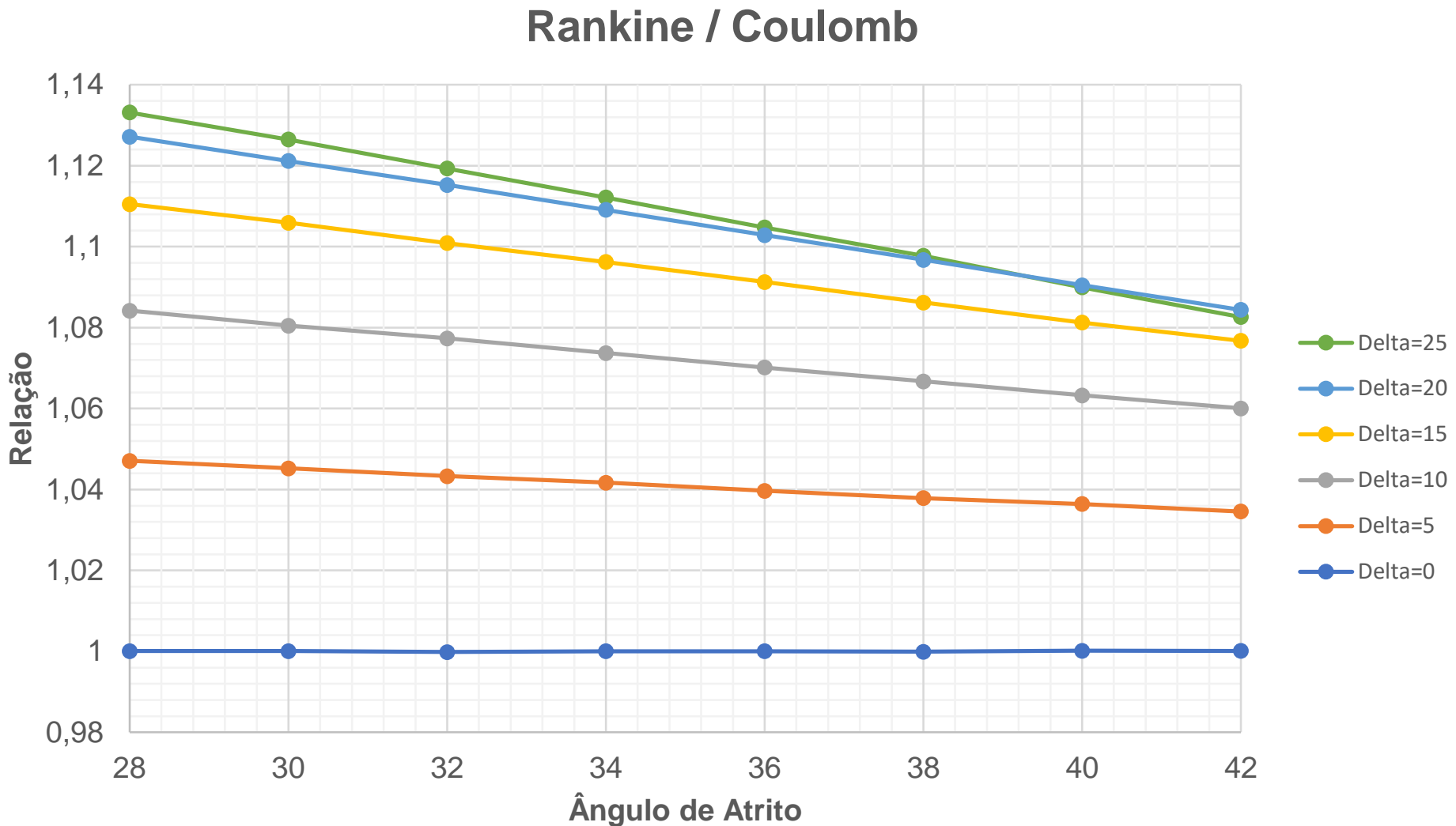
$$K_a = \frac{\cos^2(\varphi' - \theta)}{\cos^2 \theta \cos(\delta + \theta) \left[1 + \sqrt{\frac{\text{sen}(\delta + \varphi') \text{sen}(\varphi' - \alpha)}{\cos(\delta + \theta) \cos(\theta - \alpha)}} \right]^2}$$

Se $\alpha = 0, \theta = 0$ e $\delta = 0$
Coulomb = Rankine

$$K_a = \frac{1 - \text{sen} \varphi'}{1 + \text{sen} \varphi'}$$

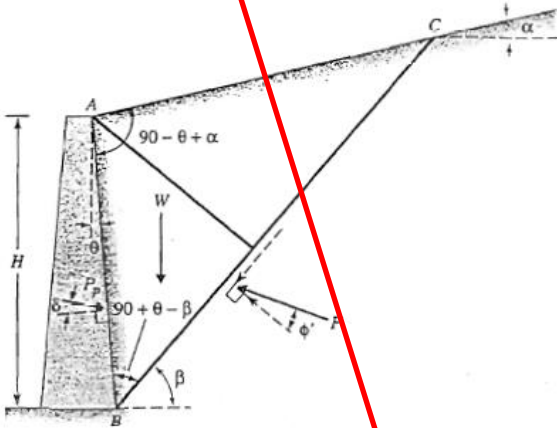
Fórmulas aparentemente “complicadas”, mas já incluem o resultado da pesquisa do β_{crit} , dispensando a utilização do “Solver” na planilha eletrônica

Empuxo ATIVO Coulomb ou Rankine?

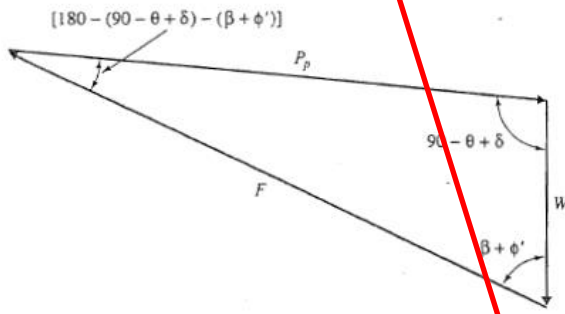


Empuxo passivo

Coulomb



(a)



(b)

Das (2006)

$$K_p = \frac{\cos^2(\phi' + \theta)}{\cos^2\theta \cos(\delta - \theta) \left[1 - \frac{\sin(\phi' - \delta) \sin(\phi' + \alpha)}{\cos(\delta - \theta) \cos(\alpha - \theta)} \right]^2}$$

Incontáveis expressões, tabelas e processos gráficos para obter empuxos, em Braja Das (2007 ou edições seguintes).

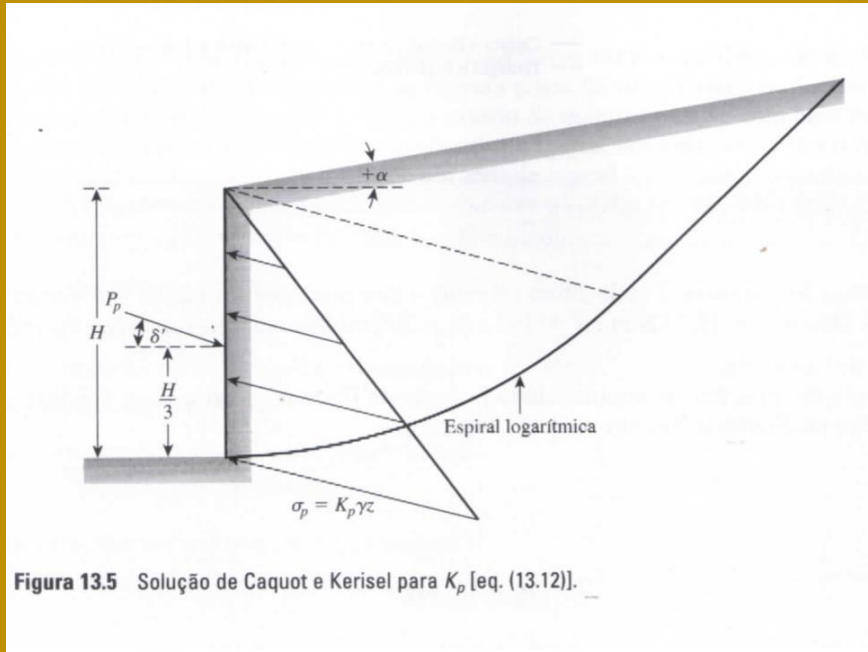
Expressões e tabelas: úteis para empuxo **ativo**, obviamente com escolha fundamentada de Coulomb ou Rankine

Para empuxo **passivo**, somente aquelas do processo de **Caquot-Kérisel**, ou outras que **não imponham superfície de ruptura plana**. Rankine e Coulomb dão, no passivo, resultados contra a segurança

Processos gráficos: em desuso. Interesse histórico.

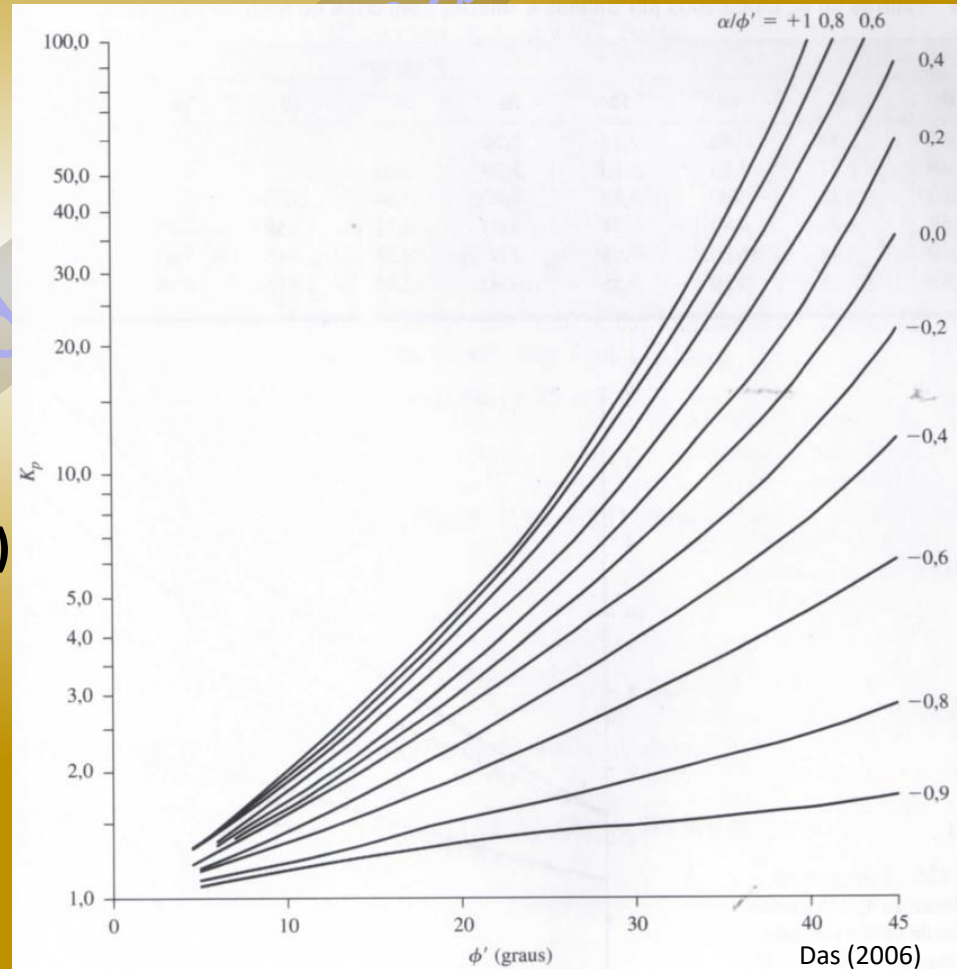
Empuxo passivo

Caquot-Kérisel



A superfície de ruptura não é nem de perto plana, como (aproximadamente!) no empuxo ativo. E o cálculo de empuxo passivo com **superfície plana** leva a resultados **contra a segurança!** (vide coleção de exercícios)

Processos com superfície de escorregamento curva são os únicos aceitáveis e seguros para cálculo do empuxo PASSIVO

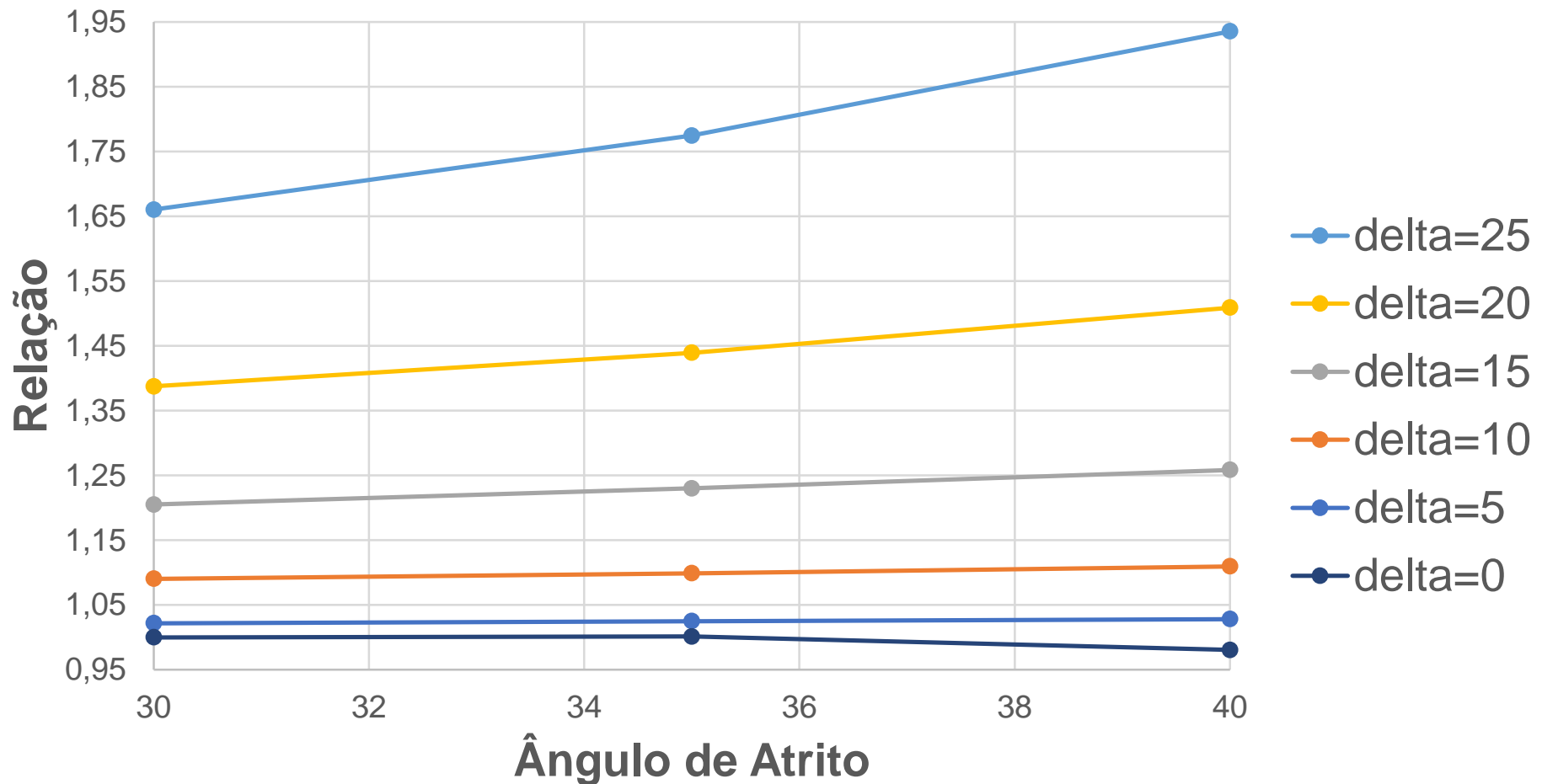


Empuxo PASSIVO

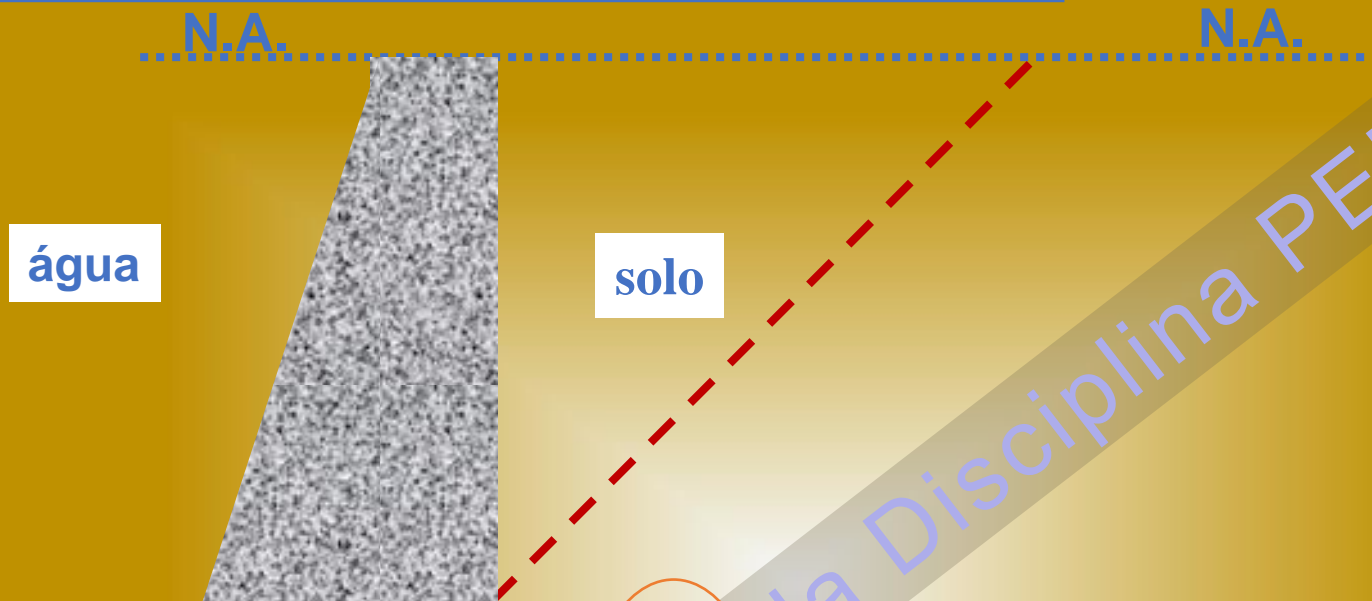
Caquot-Kérisel ou Coulomb?

FE-3310

Coulomb / Caquot-Kérisel



Muro completamente submerso

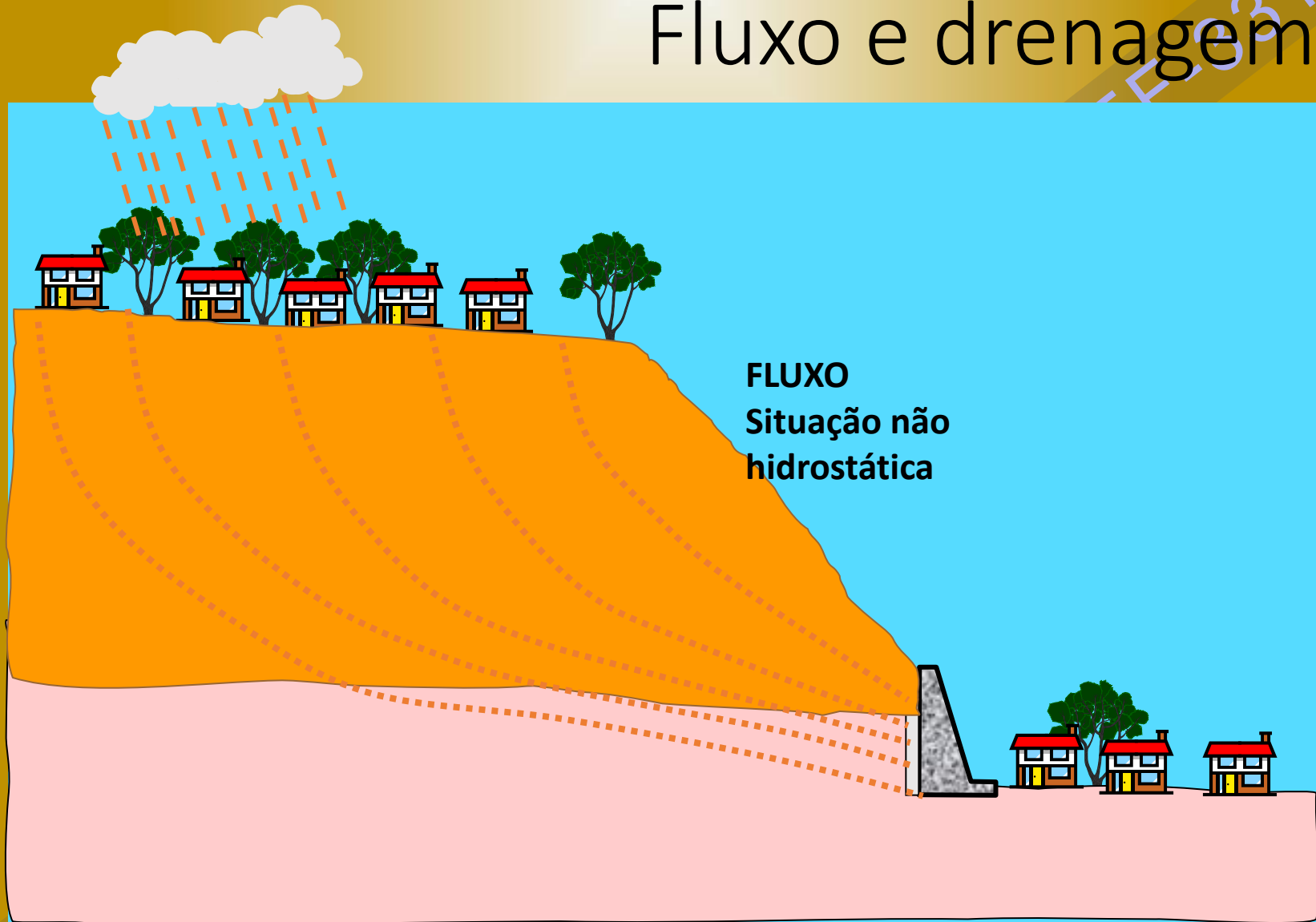


$$E_a = \frac{1}{2} \gamma_w H^2 + \frac{1}{2} \gamma_{sub} H^2 K_a$$

Empuxo hidrostático exercido pela água intersticial. Mesma magnitude, com ou sem a presença do solo.

Empuxo (efetivo) exercido pelos sólidos devido ao peso próprio. Estando o N.A. na superfície do terreno, o peso específico é o submerso.

Fluxo e drenagem

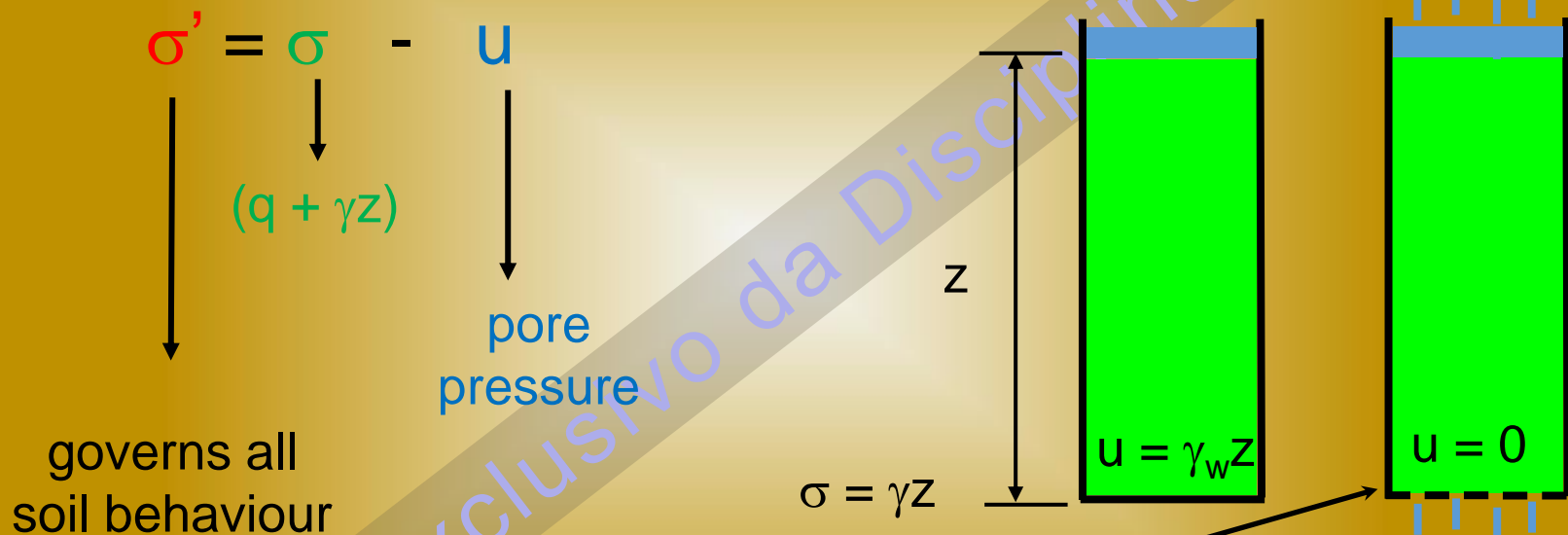


ou, melhor,
canaleta para
**drenagem
superficial** na
direção longitudinal



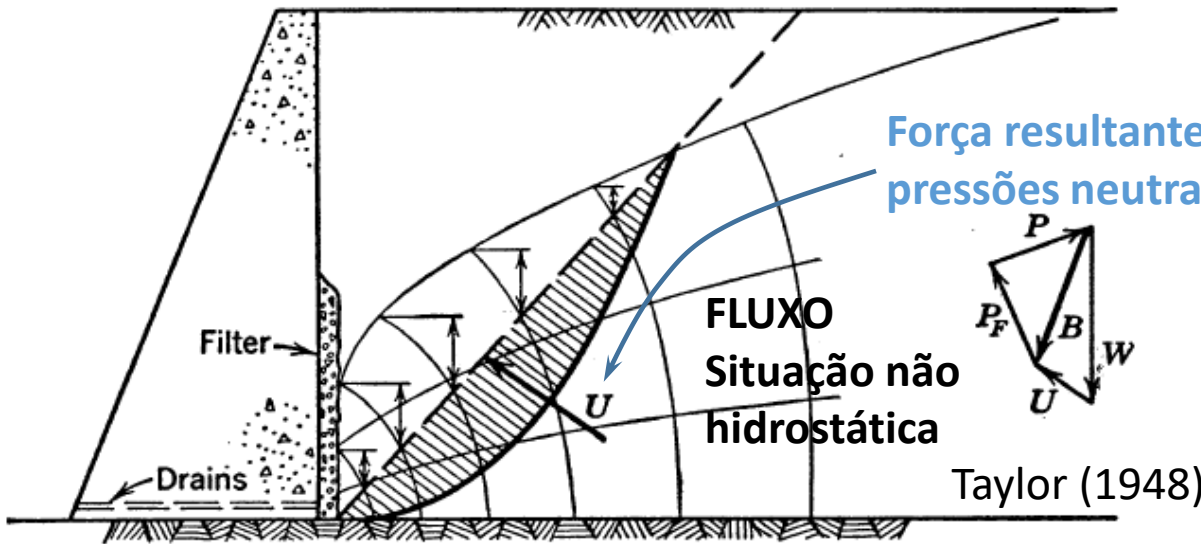
se não houver
**drenagem
superficial** na
direção
longitudinal

Effective stress

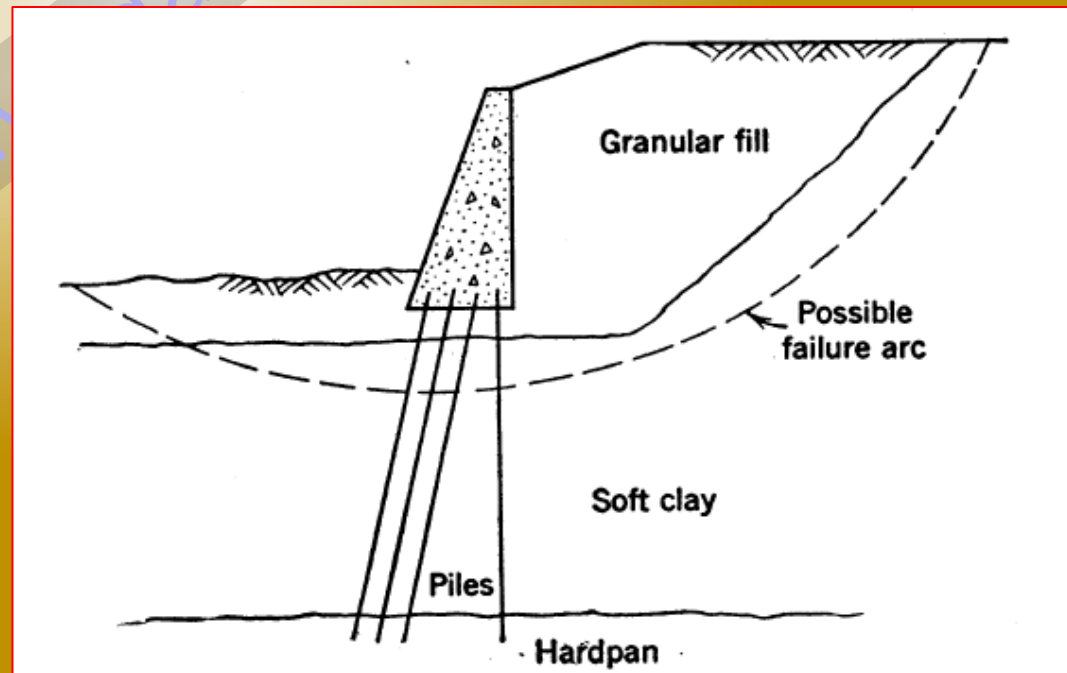


Importante: fluxo vertical \Rightarrow pressões neutras nulas!
Objetivo conceitual da drenagem: quanto mais próximo da vertical o fluxo, melhor!

Situações a serem sempre consideradas



Possível
escorregamento
para além da
zona de empuxo



Extensão para contenções

Antecipando a próxima disciplina

Para uso exclusivo da Disciplina PEF-3310

Projeto de Contenções – o essencial

- **Função da contenção (tipos diferentes para propósitos diferentes)**
- **Condições necessárias para qualquer bom projeto de qualquer obra de contenção**
 - **Conhecimento pleno de tipos de empuxos, condições de manifestação, modelos de cálculo**
 - **Perfeito entendimento de fluxo de água em meios porosos**
 - **Perfeito entendimento do papel da drenagem**

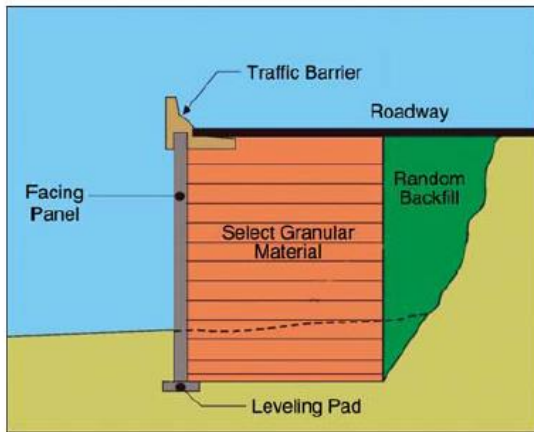
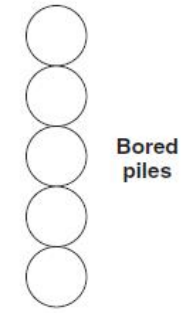


Figure 21.24 MSE wall. (Courtesy of The Reinforced Earth Company.)

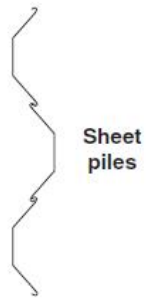
Briaud (2013)



lina PEF-3310



Plan view



Plan view



Figure 21.31 Bored piles and sheet pile cantilever walls. (d: Courtesy of Associated Pacific Constructors, Inc.)

Briaud (2013)



Disciplina PEF-3310