

# ***MODELIZAÇÃO DE VARIÁVEIS : Uma maneira de caracterizar o papel estruturador da matemática no conhecimento científico<sup>1</sup>***

***Terezinha de Fatima Pinheiro***

***Mauricio Pietrocola***

***Jose de Pinho Alves Filho***

## **Resumo**

*Apresenta-se uma discussão sobre conceitos e funções dos modelos na produção do conhecimento físico e sobre o papel estruturador da matemática na construção de modelos. Tendo em vista as dificuldades apresentadas pelos alunos em lidar com modelos matemáticos, é apresentado um exemplo de atividade que tem por objetivo a modelização de variáveis.*

## **Introdução**

O conhecimento científico, e mais especificamente o conhecimento físico, é constituído por teorias, que são estruturadas por modelos. Todavia, como veremos a seguir, não há um conceito único de modelo e existem várias definições, funções e papéis para os modelos no conhecimento físico.

A estreita relação entre a produção do conhecimento e modelos faz com que eles se tornem elementos que devem ser considerados no processo ensino-aprendizagem de Física. Isto porque a compreensão e a reflexão sobre os papéis e as funções dos modelos podem contribuir para a compreensão de que aprender Física oportuniza a apreensão de uma forma de representação e interpretação da realidade.

---

<sup>1</sup> Publicado em “**Ensino de Física: conteúdo, metodologia e epistemologia numa concepção integradora**”, Maurício Pietrocola (organizador), 1999, editora da UFSC-INEP.

Entretanto, de maneira geral, nos parece que no ensino de Física a alusão à modelos é apresentada de duas maneiras bastante contraditórias e reduzidas. Em algumas situações o modelo é exposto como algo estruturado sem história, originado na mente de um gênio e descolado do mundo real. Já em outras situações ele é apresentado como o espelho fiel da realidade. Em ambos os casos nos parece que há uma valorização da capacidade de matematização das situações, ou seja da possibilidade de quantificar as grandezas físicas envolvidas.

Com relação à vinculação entre conhecimento físico e matemática, temos percebido que uma fonte importante de problemas de apropriação e utilização do conhecimento físico tem origem na incorporação e utilização de modelos matemáticos por parte dos alunos. Embora grande parte do instrumental matemático necessário ao aprendizado dos conteúdos de Física já estejam disponíveis, percebe-se a acentuada dificuldade que muitos alunos apresentam para lidar com a matemática em contextos diferentes, principalmente no primeiro ano do ensino médio.

Em função deste tipo de dificuldade, consideramos necessário o desenvolvimento de etapas iniciadoras que possibilitem aos alunos a apreensão e o domínio da matemática como estruturadora de modelos. Por isto apresentaremos no final do texto uma das atividades de uma seqüência didática, que contempla estas etapas.

Esta seqüência tem por objetivo possibilitar a construção de modelos matemáticos e o desenvolvimento de habilidades, como a *observação intencional*, a análise e interpretação de dados, a explicação e previsão de um evento. A atividade consiste na modelização de variáveis em um evento simples, por meio da qual espera-se que o aluno passe a compreender uma das formas do ser humano representar mudanças e permanências (Angotti, 1991), regularidades e transformações (Bohm, 1992) nestes eventos.

## **1. O conhecimento físico : estrutura complexa**

Podemos dizer que o conhecimento físico tem por objetivo a descrição mais exata possível de fatos observados ou produzidos a partir de uma teoria pré-existente e que, geralmente, ele é um corpo articulado de conceitos, leis, princípios, convenções, que se relacionam por meio de operações lógico-formais e se articulam por meio de regras matemáticas.

Um conceito científico é a representação de um objeto de conhecimento, que tem validade em determinadas condições e se caracteriza por participar da explicação e previsão de diversas situações. Um conceito científico pode ser expresso por uma frase, por um código gráfico ou matemático e, pode ser formulado de modo diferente, dependendo do campo conceitual do qual ele faz parte. A luz, por exemplo, pode ser definida como aquilo que é emitido por uma fonte material e pode explicar eventos de reflexão e refração, do ponto de vista da Ótica Geométrica. Já para a Ótica Física, ela passa a ser definida como constituída de radiações eletromagnéticas e, nesse caso, pode explicar efeitos como a sua decomposição em um espectro, a difração e a polarização.

As teorias físicas são as estruturas que representam esse conjunto de conceitos, leis, princípios e convenções, unindo as leis e os fatos em uma unidade coerente, que na maioria das vezes é traduzida por um modelo. Cada conceito tem um significado e um lugar dentro da teoria, determinando a teoria ao mesmo tempo que é determinado por ela. Os conceitos são articulados entre si de tal modo que, partindo-se de um deles pode se chegar aos demais (Robilota, 1988; Pietrocola, 1993 e 1999).

Por essa forma de organização, uma teoria pode também permitir interpretações diferentes, que dependem do ponto de vista de cada indivíduo. A estrutura que representa o conhecimento possui, uma organização particular, sendo permeada por uma troca constante entre parte

e todo. Todas essas características atribuem ao conhecimento físico uma complexidade própria, que nem sempre é evidente.

Ao aprofundar questões relativas aos aspectos individuais e coletivos do conhecimento científico, Pietrocola (1993) analisa a complexidade do conhecimento físico e chama a atenção para o fato de que o nível de organização e coerência de uma teoria científica pode transmitir uma falsa idéia de simplicidade para aquele que já a incorporou. Algo parecido ocorre com o conhecimento que temos a respeito de um jogo. Aquele que é experiente na sua prática não vê dificuldades em jogar e, muitas vezes, subestima a habilidade necessária para fazê-lo.

Outra impressão equivocada que pode resultar do modo como está estruturado o produto da atividade científica é resultante da presença da Matemática. Ela está presente na atividade científica, tanto no seu processo, quanto no seu produto, seja na definição de um conceito, seja na articulação entre os elementos de uma teoria científica. Entretanto, a aparente simplicidade da estruturação do conhecimento físico, pode transmitir a impressão que os modelos matemáticos são meros mecanismos de quantificação de grandezas físicas.

## **2. Modelos**

A compreensão conceitual da realidade começa com as idealizações e esta conquista ocorre quando é estabelecido o “objeto-modelo” ou “modelo conceitual”, diz Bunge(1974). Um objeto-modelo é uma representação conceitual esquemática de uma coisa, ou de uma situação real (ou suposta como tal), e se atribui a ele propriedades possíveis de serem tratadas por teorias. A construção de uma teoria sobre o objeto-modelo implica na construção de um modelo teórico. Assim, para este autor, o modelo estabelece uma relação entre o teórico e o real.

Bunge define modelo teórico como um sistema hipotético-dedutivo que é válido para um objeto-modelo. Ele chama a atenção para o fato de

que todo modelo é parcial, já que a observação, a intuição e a razão, que são componentes do trabalho científico, não permitem, por si mesmas, o conhecimento do real. Mas ele também assinala que o método da modelagem e da sua comprovação mostrou-se bem sucedido na apreensão da realidade.

Para Kneller (1980), os modelos são a essência das teorias e ele faz a seguinte classificação para eles: modelo representacional, modelo imaginário e modelo teórico.

Modelo representacional, também conhecido como maquete, é uma representação física tridimensional, como um modelo do sistema solar apresentado em museus, como o de um avião ou um modelo de bolas da estrutura de uma molécula.

Modelo imaginário é um conjunto de pressupostos apresentados para a descrição de como um objeto ou sistema seria, se fossem satisfeitas determinadas condições ou pressupostos. Um modelo imaginário pode servir para propor que a estrutura imaginária é semelhante à estrutura real. Um exemplo de modelo imaginário é o modelo mecânico do campo eletromagnético de Maxwell. Ele descreveu esse campo como se fosse regido pelas leis da mecânica newtoniana.

Modelo teórico é tido como o tipo mais importante de modelo utilizado pela Ciência. É definido como um conjunto de pressupostos que tratam de explicitar um objeto ou um sistema. (Modelo de bola de bilhar, modelo corpuscular da luz). Um modelo teórico atribui ao objeto ou sistema uma estrutura ou mecanismo interno. Esta estrutura ou mecanismo é responsável por certas propriedades do objeto ou sistema descrito pelo modelo. No caso dos modelos físicos, além dessas características, ele deve ser expresso na forma de equações matemáticas.

Segundo Kneller (1980) a Matemática é utilizada na construção de modelos e teorias de três maneiras. Uma delas é construir um formalismo

matemático e posteriormente interpretá-lo fisicamente. Um exemplo deste modo de utilização da Matemática foi a teoria da mecânica ondulatória proposta por Schrödinger. Uma segunda maneira, considerada a mais freqüente, é buscar entre as funções matemáticas já conhecidas uma que atenda a uma idéia ou hipótese física. Isto significa dizer que o cientista tem uma previsão sobre o comportamento de determinado fenômeno e busca uma forma de representar matematicamente seu modelo interpretativo. Caso não seja encontrada uma função adequada, o cientista propõe a construção de uma nova função. Ainda, a Matemática pode ser utilizada para que o cientista deduza as conseqüências dos pressupostos de sua teoria. Maxwell deduziu, a partir da idéia de campo, equações que indicavam a existência de ondas eletromagnéticas, as quais deveriam se propagar com a velocidade da luz. Posteriormente, essas ondas foram detectadas e a luz passou a ser um caso particular delas.

Segundo Bassanezi (1994), um modelo matemático designa um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam o objeto estudado, o qual expressa e interpreta uma ou mais hipóteses de maneira quantitativa. Para ele, a importância de um modelo matemático reside no fato de possibilitar a expressão de nossas idéias de maneira clara, em uma linguagem concisa e universal.

Assim como Kneller, Drouin (1988) chama a atenção dos vários empregos para modelos e afirma que, em algumas situações ele é utilizado significando leis ou teorias já construídas, com um sentido retrospectivo, enquanto que em outras ocasiões ele é caracterizado como construção da mente, que visa a previsão e/ou medida de fenômenos. Para esta autora, em qualquer situação fica evidente que o modelo desempenha um papel característico em relação ao conhecimento: ele é um objeto de substituição que pode ser manipulado. Ele é uma construção da mente, que permite substituir um conjunto de variáveis, que, por diversas razões, não são

diretamente acessíveis à experiência. Este modelo é construído em função de alguma idéia que se faz do real; idéia que pode estar ligada às observações, aos conhecimentos anteriores e/ou à formulação do problema. No caso do modelo planetário do átomo, os elementos a manipular estão ligados entre si por estruturas abstratas, enquanto que no modelo quantificado de fluxo de matéria e energia em um ecossistema é a matematização que vincula esses elementos.

Os modelos, devido a sua flexibilidade, podem desempenhar diversas funções, às vezes até simultaneamente. Eles podem servir para compreender, explicar, prever, calcular, manipular, formular. Entretanto, dentre estas funções as que se percebem mais relevantes e presentes nos modelos são as funções explicativa e preditiva. Explicar é uma função importante no momento de elaboração do pensamento. A explicação pode passar pela analogia ou pela análise das relações entre elementos do sistema que serve de modelo. Prever é antecipar o desenvolvimento de uma teoria interpretativa que constitui o fenômeno. É a função que está associada ao aspecto matematizável ou formal do modelo e pode servir para testar o modelo.(Drouin, 1988)

### **3. A Construção de Modelos**

Os modelos não são idéias surgidas do nada. Eles são o resultado de um processo. O processo de construção ou de apropriação de um modelo já construído é denominado de Modelização. Na História da Física temos inúmeros exemplos de modelização dentre elas, a construção dos modelos atômicos, a explicação do funcionamento de fenômenos elétricos, a explicação da propagação de calor em um corpo sólido ...

A modelização é um processo que consiste na elaboração de uma construção mental que pode ser manipulada e que procura compreender um real complexo. Para Larcher(1996) a modelização no ensino, pode ser utilizada, tanto em situações gerais quando novos conhecimentos são

apresentados, quanto em situações particulares quando o aluno já dispõe dos conhecimentos necessários. A autora lembra que a modelização deve sempre ser norteada por uma questão, então a primeira condição a ser satisfeita pela atividade de modelização é fornecer uma resposta para a questão que a originou.

As imagens, símbolos, esquemas, gráficos e maquetes são ferramentas que auxiliam a atividade de modelização. A importância delas está no fato de permitirem a manipulação e a comunicação de um modelo. Entretanto, a construção de significados para estas ferramentas pode acarretar problemas. Um deles está relacionado com a comunicação. Na Física do ensino médio, é comum os alunos terem dificuldade de compreensão de um modelo devido à linguagem formal utilizada. Uma flecha, por exemplo, pode representar fluxo de calor ou pode representar uma grandeza vetorial. A distinção entre estes significados nem sempre é evidente para os alunos e acaba se tornando uma fonte de dificuldades. Um outro problema está associado ao fato de que uma figuração é composta de aspectos que nem sempre tem significado para o modelo. Um exemplo desta situação é a cor utilizada para representar o átomo nos desenhos que aparecem nos livros didáticos. Então, a forma de uma figura simbólica e os símbolos utilizados podem ou não ter significado no modelo e a sua importância deve ser relativizada, de modo a evitar que aspectos irrelevantes sejam supervalorizados durante a modelização.

Existem vários aspectos que podem diferenciar os modelos construídos por um cientista e por um aluno. Um deles é o nível de sofisticação dos mesmos. Por meio de um modelo o cientista procura explicar o maior número de eventos que se relacionam entre si. Já o estudante muitas vezes fica satisfeito quando seu modelo explica apenas o evento que é foco de sua atenção no momento. Além disso, embora possuidores de estruturas cognitivas essencialmente semelhantes, o

estudante via de regra não domina ou não dispõe de um ferramental matemático que permita estabelecer relações mais amplas sobre um determinado fenômeno. Alguns trabalhos vem apontando as dificuldades de compreensão de conceitos físicos relacionados com a falta de domínio do ferramental matemático, tais como no uso de gráficos, de notação vetorial<sup>2</sup> e em transitar nas diferentes formas de representação de funções<sup>3</sup>.

Assim, a Matemática é um aspecto que diferencia, tanto a capacidade de modelizar, como os modelos construídos por estudantes e cientistas. Ela fornece um conjunto de estruturas dedutivas, por meio das quais se expressam as leis empíricas ou princípios teóricos. Neste contexto, ela é uma forma de linguagem e ferramenta, por meio da qual são estruturadas as relações entre os elementos constituintes de uma teoria.

Por ser forma de linguagem do conhecimento físico, a Matemática tem papel relevante no ensino, tanto quanto tem no processo de produção. Deve-se oportunizar que o aluno conheça os modelos matemáticos, de modo que possa utilizá-los e interpretá-los em suas diferentes formas de representação: algébrica, gráfica, em forma de tabelas, exemplos e contra-exemplos.

#### **4. A necessidade de uma interface que seja ponto de partida<sup>4</sup>**

Como podemos pretender que o aluno, que ingressa no ensino médio, compreenda toda uma rede de conceitos físicos que fazem parte da estrutura programática desse nível de ensino, se ele não dispõe de alguns elementos essenciais para a construção desses conhecimentos ? Como trabalhar com um conhecimento complexo e, ao mesmo tempo, propiciar a aquisição dos elementos necessários à compreensão deste conhecimento ?

---

<sup>2</sup> Trowbridge e McDermott (1981) e White (1983).

<sup>3</sup> Chin (1992) e Sierpiska (1992)

<sup>4</sup> Este item, assim como os seguintes apresentam um resumo e um exemplo de uma seqüência didática sobre modelização de variáveis, que é constituída de nove atividades. A discussão completa pode ser encontrada em Pinheiro, 1996.

Se pretendemos que haja uma aprendizagem significativa dos conceitos físicos entendemos que é necessário que os alunos passem a dispor dos elementos necessários à construção desses conceitos. Nesse sentido, julgamos que há a necessidade de etapas iniciadoras direcionadas para a aquisição desses elementos. Esses passos iniciais devem permitir que o aluno passe a ter domínio dos modelos matemáticos em contextos que proporcionem a compreensão de que, por meio deles, o conhecimento científico é estruturado e comunicado.

Assim, passaremos a discutir um conjunto de procedimentos que contemplam algumas dessas etapas iniciadoras e oportunizam a **modelização de variáveis**.

Como etapas iniciadoras elas devem ser desenvolvidas no início da primeira série do ensino médio, onde geralmente o conteúdo programático de Física inclui atividades deste tipo. Na maioria das vezes, ela é considerada como uma unidade de revisão ou síntese de conteúdos, tais como medidas, transformações de unidades, potenciação, razões e proporções, noções de funções etc. Portanto, é nesta unidade introdutória que podemos incluir atividades como a que vamos descrever.

Os procedimentos propostos no desenvolvimento da atividade corresponde ao processo de modelização ou modelagem matemática. Bassanezi(1994) define modelagem matemática, ou modelização matemática, como um processo dinâmico, que consiste na transformação de problemas reais em problemas matemáticos e na interpretação de suas soluções utilizando a linguagem do mundo real.

O processo de modelização é constituído, basicamente, pelos seguintes procedimentos : motivação, formulação de hipóteses, validação das hipóteses e novos questionamentos e, enunciado.

A motivação ocorre quando se apresenta ao aluno um problema significativo ou uma questão que se relaciona com suas experiências

anteriores. É neste momento que se orienta a atenção do estudante, para “as coisas que mudam” ou “objetos mutáveis”, ou seja, para a identificação das grandezas que se relacionam com regularidade. Também deve ser enfatizado que a identificação de cada objeto de mudança implica na existência de uma conceituação prévia destes objetos. Isto significa dizer que, em algum momento, o aluno já interagiu com estes objetos e já formulou um conceito sobre eles.

A partir da percepção da existência de mudanças e regularidades, passa-se à formulação de hipóteses a respeito dessas mudanças. Nesse momento explicita-se as expectativas teóricas que se tem a respeito do mecanismo de regularidade observada”. Esta etapa corresponde a uma “aposta”, “pré-teoria”, ou ainda, a uma previsão de comportamento para o objeto-modelo.

A validação das hipóteses é iniciada pela experimentação. É o ato de atribuir e obter dados quantitativos dos objetos que mudam, isto é, das grandezas que pareceram, a priori, relacionadas ou dependentes entre si. O modo de apresentação de dados – a tabela – se caracteriza como uma das formas de representação de uma função. Para a análise dos dados utiliza-se a construção do gráfico. E é a partir da distribuição dos pontos e da idealização do problema que se constrói um modelo analítico ou algébrico para o mesmo. Com base no modelo analítico se efetuam novos questionamentos para o estabelecimento dos limites de utilização do modelo construído.

O enunciado é a etapa conclusiva da atividade experimental, onde há a comparação entre o modelo empírico, os dados experimentais e as expectativas teóricas da “aposta”. Nesse momento, além de uma formulação verbal do modelo construído, deve-se provocar discussões a respeito da generalização deste modelo, de sua aplicabilidade em outros

contextos, constituindo-se num momento de listar os possíveis exemplos e contra-exemplos.

### **5. Como são desenvolvidas atividades deste tipo**

As atividades são desenvolvidas de modo que o aluno passe a ter domínio e saiba utilizar as três formas de representação de uma função, estabelecendo um "modelo explicativo" para um evento. Para isso, o aluno participa de atividades experimentais, nas quais deverá ficar explícito o que muda em determinado evento e como se processa esta mudança.

Uma atividade experimental, da maneira como entendemos, pode possibilitar o desenvolvimento de habilidades na construção de gráficos, análise de dados, interpolação, extrapolação, generalização, bem como a compreensão de condições de contorno necessárias para a utilização dos modelos. Ao final da atividade, pode ser construído um "modelo teórico" sobre o evento focado por ela. Deste modo, se tenta desmistificar “as fórmulas” que, geralmente são encaradas como algo que surgiu na cabeça de alguma mente genial e que apenas alguns “seres iluminados” podem entendê-las. Principalmente, espera-se que o aluno passe a conhecer e utilizar a linguagem formal da Física e a compreender que o conhecimento é construído a partir da relação do homem com a natureza.

As atividades são previstas para serem desenvolvidas pelos alunos, entretanto elas não são auto-suficientes. Os alunos podem trabalhar em grupos pequenos e o professor funciona como um monitor que coordena a seqüência das atividades e auxilia na elaboração das hipóteses analisadas. A intervenção do professor é fundamental em diversos momentos, para que haja discussão durante o desenrolar de cada atividade. A participação do professor é fundamental, visto que a atividade em si não dá acesso ao conhecimento e, apesar de ter embasamento empírico, não é idealizada para a obtenção de dados. Isso implica que o professor deve ter clara a

concepção construtivista de Ciência que ele pretende compartilhar com seus alunos.

Os procedimentos descritos não se constituem em grandes novidades. É a seqüência que se recomenda, somada às discussões que destacamos que devam ser provocadas, que se constituem na tônica da atividade. A mudança de atitude está na inversão do modo como o aluno entra em contato com o conteúdo que, nesse caso, é promovido a partir de uma situação-problema, próxima a sua realidade.

## **6. Um exemplo de atividade de modelização de variáveis : Dominó**

A atividade que será discutida é um exemplo que serve para sistematizar uma parte do conteúdo referente à função de primeiro grau do tipo proporção direta (cujo modelo matemático é representado genericamente pela relação do tipo :  $y = a.x$ ). É a atividade dos dominós, cujo objetivo é determinar a relação existente o número de peças empilhadas e a altura da pilha.

A motivação desta atividade é iniciada com uma discussão do próprio título. Quando se apresenta aos alunos um conjunto de oito a dez peças retangulares que têm uns pontos brancos em uma das faces, imediatamente eles denominam essas peças de "dominós". Dominó é um conceito compartilhado, que tem regras determinadas, estabelecidas coletivamente. Para jogar dominó é necessário conhecê-las. Aqui se enfatiza que, assim como o jogo de dominó, o conhecimento científico é constituído por práticas estabelecidas pela comunidade científica.

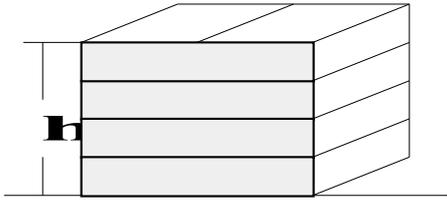
Após a mencionada discussão, solicita-se aos alunos que listem as qualidades (grandezas) que podem ser observadas e atribuídas ao conjunto de peças de dominós. Após a listagem apresentada por eles, solicita-se que procurem aquelas grandezas que dependem entre si (cor, comprimento, largura, espessura, área, volume). Pede-se então que dirijam sua atenção à espessura das peças. Para haver a formulação de alguma hipótese, os alunos

são questionados se existe a possibilidade de se estabelecer alguma regularidade entre o número de peças e a altura da pilha formada por elas.

De maneira geral a resposta que se tem é imediata : "quanto maior o número de peças, maior a altura da pilha, é óbvio !" Esta resposta denota que os alunos tem algum conhecimento sobre proporcionalidade direta, porém de forma assistemática. É fundamental então que neste momento seja dada ênfase ao que varia no evento, ao que se modifica (objetos mutáveis) no empilhamento dos dominós, ou seja ao número de peças e à altura da pilha. Neste caso, existe a necessidade de discutir que as demais grandezas listadas anteriormente não contribuem para a variação da altura da pilha.

Para a validação das hipóteses pede-se inicialmente que os alunos empilhem os dominós, com sua parte mais larga apoiada sobre a mesa e realizem a medida da altura da pilha de acordo com as quantidades estipuladas em uma tabela. Para medir a altura da pilha eles utilizam uma régua feita com papel milimetrado.

Nº de peças (peças)	altura (cm)
2	
4	
5	
6	
7	
9	



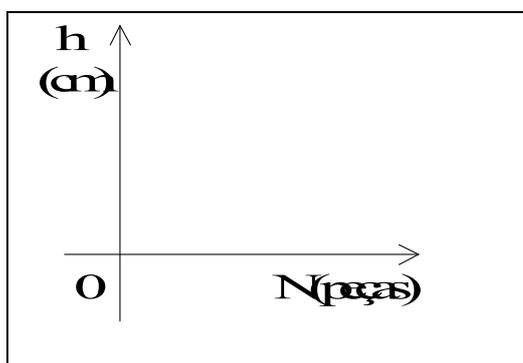
Neste momento esclarece-se aos alunos que a tabela é uma forma de apresentar os dados obtidos em um determinado evento. A cada linha da tabela é representada uma situação. Neste caso, para cada número de peças empilhadas é registrada a altura correspondente. É oportuno chamar a atenção dos alunos para o fato que, em locais onde se faz

fotocópias, é comum encontrarmos tabelas com o preço a ser pago pelos clientes, de acordo com o número de cópias solicitado. Este exemplo pode contribuir para que os alunos percebam que a apresentação de dados em forma de tabela facilita a visualização de dados e não é algo tão distante deles.

Propositadamente, não é solicitado que eles meçam a altura correspondente a uma peça. Desta maneira, ao observarem os dados em suas tabelas, nem sempre fica claro para eles a proporcionalidade direta entre a altura da pilha e o número de peças empilhadas. Aliás, quando algum aluno percebe a proporcionalidade direta entre as grandezas, geralmente fica incomodado porque os dados obtidos por meio das medidas não são aqueles que ele esperava. Isso porque o aluno utiliza de suas noções de proporcionalidade direta para fazer previsões. Ele acredita que há algo errado : "Eu fiz as contas. Para tantos dominós deveria dar tal valor e não deu". Esse tipo de situação nos auxilia a discutir que os conhecimentos anteriores os levaram a fazer previsões. Estas previsões ("as contas") foram feitas com base em uma idealização sobre comportamento dos dominós que eram empilhados. Nessa idealização, ou objeto-modelo, não é levado em conta as irregularidades originadas na fabricação das peças de dominó. É conveniente chamar a atenção para o fato que, dentre os dominós que cada aluno utilizou, pode haver alguns confeccionados no início do dia, quando as lixas são novas e os operários estão descansados. Esses dominós certamente são um pouco mais finos e bem lixados do que aqueles feitos ao final do dia, quando a lixa já está gasta e o operário cansado. Este tipo de comentário serve de exemplo da vasta possibilidade de fatores que interferem em um evento e que a idealização humana não consegue dar conta de todos.

Com base nos dados, solicita-se que os alunos passem para a representação gráfica dos dados da tabela. Embora eles já tenham

construído gráficos ao longo da vida estudantil, é necessário explicar detalhadamente esta forma de representação. Dentre elas : atribuição das grandezas aos eixos, estabelecimento de escalas, verificação da distribuição dos pontos. Aqui discute-se também o que é uma variável dependente e independente. É a **escolha** de quem depende de quem. Esta discriminação deve ser colocada como uma escolha efetuada pelo ser humano. No entanto é necessário deixar claro que uma determinada opção implicará em uma determinada interpretação do problema.



A escolha e o traçado da "melhor curva" é um momento crucial nessa atividade, pois é aqui que fica representado, registrado no papel, o salto que o ser humano dá para a construção de um modelo.

Nesse momento o ser humano abandona a "realidade" dos dados e passa a representar sua idealização. A partir de dados discretos, quantidades inteiras de dominós, é possível imaginar quantidades de dominós que a atividade não oportuniza, tais como frações de um dominó ou milhares deles. Nesta idealização não são consideradas as diferenças de fabricação entre as peças e os possíveis erros de medida e passa-se a ter dominós ideais. Esse dominó ideal – o objeto modelo - representa a média dos dominós do fabricante, ou seja, um dominó padrão.

É bom salientar que o dominó, embora idealizado, não está afastado da realidade e é bem possível que boa parte dos dominós sejam iguais ao dominó idealizado. Como exemplo de idealização e padrão, cita-se a altura média do ser humano, que no caso dos homens é de aproximadamente 1,70m. Isto não significa que toda a população masculina adulta do planeta tenha esta altura. Também a nota bimestral dos alunos pode servir como exemplo.

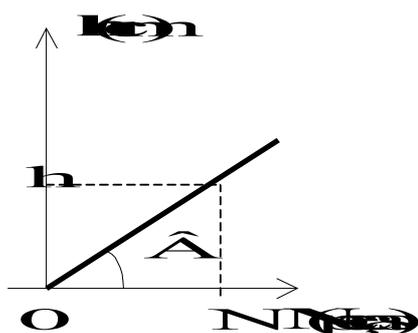
Concluída a atividade com o gráfico, solicita-se que eles enunciem verbalmente o comportamento da pilha de dominós à medida que adicionamos peças a ela. Algo como : a altura da pilha de dominós é igual a altura de um dominó vezes o número de dominós empilhados. Feito isto, pede-se que expressem em linguagem simbólica este comportamento tal como :  $h = h_1 \cdot N$ .

Compara-se a expressão assim obtida com a que se pode construir a partir da definição de tangente aplicada para dois pontos específicos : o correspondente ao (0,0) e a um ponto genérico qualquer (h,N)<sup>5</sup>. Desse modo discute-se o fato de que a representação gráfica tem a mesma forma lógica da proposição apresentada verbalmente e em linguagem simbólica.

Retornando à discussão a respeito do que muda nesta atividade pode-se promover o entendimento sobre mudanças e permanências em um evento. O que muda é o valor assumido por uma das grandezas quando o valor da outra se modifica. O que permanece são as grandezas e a relação entre elas.

Ao final, lista-se os limites de utilização do modelo construído e exemplos de eventos em que eles podem identificar semelhante comportamento entre as grandezas, tais como a relação entre o preço e o número de pães, chicletes, quantidade de carne, de tecido comprado etc. É nesse momento que se esclarece a existência de um valor constante para utilização desse modelo às situações por eles apresentadas. Quando os

<sup>5</sup> Pelo uso de relações trigonométricas no triângulo retângulo :



$$\text{tg } \hat{A} = \frac{h}{N}$$

$$\text{tg } \hat{A} = \frac{h}{N} \Rightarrow h = N \cdot \text{tg } \hat{A}$$

$$h = k \cdot N$$

alunos apresentam exemplos para os quais a proporcionalidade direta não se aplica, ou seja, quando o modelo "não se encaixa", deixa-se para reflexão o seguinte questionamento: será que existe algum modelo por meio do qual se pode expressar o comportamento entre as grandezas mencionadas? O preço pago em uma corrida de táxi, o preço pago em uma conta de bar onde há taxa de "couvert", a área de um disco em relação ao raio são exemplos de situações citadas pelos alunos.

É fundamental esclarecer neste momento que, ao construirmos um modelo para os dominós, estamos idealizando que todos dominós são iguais, ou seja, estamos estabelecendo um dominó ideal. Para a construção deste modelo foram utilizados procedimentos que também são utilizados na construção do conhecimento científico. Entretanto é necessário frisar que estes não são os únicos procedimentos adotados e que não é a partir de uma quantidade discreta e singular de dados que um modelo se estabelece como conhecimento científico.

Por meio desta atividade o aluno constrói um modelo explicativo para um evento, utilizando-se das três formas de representação de uma função do primeiro grau incompleta (do tipo  $y = a.x$ ). Também expressa verbalmente o seu modelo e lista exemplos de eventos em que pode utilizar o mesmo modelo matemático. Depois de concluída a atividade é que se inicia a sistematização do conteúdo referente à proporção direta, relacionando com os conteúdos estudados em matemática e utilizando então a mesma simbologia adotada por aquela disciplina.

### **Considerações finais**

Como mencionamos, a atividade apresentada é um exemplo de uma seqüência didática, constituída por nove atividades, que tem por objetivo a modelização de variáveis. Cada atividade pretende a utilização de práticas compartilhadas e a comunicação de resultados por meio de modelos.

Acreditamos que cada uma delas se constitui num meio didático para que os alunos passem a conhecer o papel estruturador da matemática, no qual uma função se torna um "mecanismo" pelo qual, a partir de dados discretos, o ser humano consegue fazer generalizações e previsões.

É necessário deixar bem claro que, embora este seja um dos procedimentos da construção do conhecimento científico, ele não é único. Mais importante ainda é salientar que este trabalho, que pretende proporcionar a construção do conhecimento pelo aluno em uma situação de sala de aula, é uma reconstrução do ponto de vista do conhecimento humano. Muitas pessoas contribuíram para que estes conhecimentos se sistematizassem da forma como hoje se apresentam. Em muitos casos, muitos anos se passaram para que isso ocorresse. No caso dos procedimentos utilizados nas atividades experimentais é necessário esclarecer que um conhecimento só adquire status de conhecimento científico após ser exaustivamente discutido e testado. Portanto, em uma atividade científica, não é com uma quantidade discreta de dados, obtidos de uma só atividade experimental, que se pode construir um modelo explicativo para um evento.

### **Bibliografia**

- ANGOTTI, J. A. P. Fragmentos e totalidades no conhecimento científico e no ensino de ciências. Tese. USP. São Paulo, 1991.
- ASTOLFI, J. P. & DEVELAY, M. A didática das ciências. São Paulo : Papyrus, 1995.
- BASSANEZI, R. A modelagem matemática. Dynamis, Blumenau/SC, 1 (7), 55-83, abr/jun, 1994.
- BOHM, D. A totalidade e a ordem implicada. São Paulo : Cultrix, 1992.
- BUNGE, M. Teoria e realidade. São Paulo : Perspectiva, 1974.

- CHIN, Y. K. Meaningful understanding of direct proportionality and consistency across different task among preservice science teachers. Int. J. Sci. Educ., vol. 14 (3), 237-247, 1992.
- DROUIN, A. M. Le modèle en questions. ASTER N° 7. Modèles et Modélisation. INRP, Paris. 1988.
- KNELLER, G. A ciência como atividade humana. Rio de Janeiro : Zahar; São Paulo, EDUSP, 1980.
- LARCHER, C. La physique et la chimie, sciences de modèles. Du mond réel aux connaissances scientifiques, en passant par la modélisation. In : Didactique appliquée de la physique-chimie. Éditions Nathan, Paris, 1996.
- PIETROCOLA-OLIVEIRA, M. A história e a epistemologia no ensino da física; aspectos individual e coletivo na construção do conhecimento científico, 1993.(mimeo)
- PIETROCOLA, M. “In a Search of reality: Models and Modelling in ScienceTeaching”, in Vth International History, Atas eletrônicas do Philosophy and Science Teaching Conference, Como, Itália, setembro, 1999.
- PINHEIRO, T.F. Aproximação entre a Ciência do Aluno na sala de aula da 1ª série do 2º grau e a Ciência dos Cientistas : Uma discussão. Dissertação de mestrado. UFSC, Florianópolis, 1996.
- ROBILOTTA, M. R. O cinza, o preto e o branco - da relevância da história da ciência no ensino da física. Cad. Cat. Ens. Fis., Fpolis, 5 (NE) : 7-22, jun. 1988.
- SIERPINSKA, A. On understand the notion of function. In : The concept of function : aspects of epistemology and pedagogy. Guershon Harel and Ed. Tubinsky, Mathematical Association of America, Vol. 95, 25-58, 1992.

TROWBRIDGE, D.E, & MCDERMOTT, L. C. Investigation of student understanding of the concept of acceleration in one dimension. American Journal of Physics, 49,242, 1981.

WHITE, B. Sources of difficulty in understanding Newtonian dynamics. Cognitive Science, 7, 41, 1983.