ELEMENTOS DE CONTROLE ADAPTATIVO

FELIPE M PAIT

RESUMO. Essa monografia tem três objetivos. O primeiro é cumprir parcialmente os requisitos do concurso de livre-docência junto ao Departamento de Engenharia Eletrônica da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, na especialidade Controle & Automação. O segundo é servir como texto didático para cursos de pós-graduação sobre controle adaptativo. O terceiro é apresentar uma visão pessoal coerente, embora ainda incompleta, de alguns dos temas principais da teoria de controle adaptativo, sistematizando um trabalho de ensino e pesquisa desenvolvido no Laboratório de Automação & Controle da Universidade de São Paulo desde 1993. A forma presente do texto é um compromisso entre esses objetivos.

SUMÁRIO

1. Introdução

Essa monografia tem três objetivos. O primeiro é cumprir parcialmente os requisitos do concurso de livre-docência junto ao Departamento de Engenharia Eletrônica da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, na especialidade Controle & Automação. O segundo é servir como texto didático para cursos de pós-graduação sobre controle adaptativo. O terceiro é apresentar uma visão pessoal coerente, embora ainda incompleta, de alguns dos temas principais da teoria de controle adaptativo, sistematizando um trabalho de ensino e pesquisa desenvolvido no Laboratório de Automação & Controle da Universidade de São Paulo desde 1993.

A organização do texto sistematizado é a seguinte: o Capítulo 2 apresenta os conceitos fundamentais da teoria de controle adaptativo, tais como o princípio da equivalência à certeza, controle direto e indireto, modelo de referência e modelo de projeto, e análise de estabilidade, através do estudo de um problema simples de controle adaptativo. O Capítulo 3 discute a construção de observadores adequados para o uso em controle adaptativo. O Capítulo 4 apresenta de maneira resumida e simplificada os princípios da teoria de identificação de sistemas mais importantes para o controle adaptativo. Estes capítulos são baseados em notas de aula para o curso PEE-5784, Princípios de Controle Adaptativo, ministrado desde 1993 dentro do programa de pós-graduação em engenharia elétrica na USP. Trata-se na maior parte de material conhecido na literatura e por isso estes capítulos contém até listas de problemas propostos. O pré-requisito para o entendimento desta parte resume-se a um bom curso de sistemas lineares, por exemplo [22].

Os demais capítulos tratam de assuntos menos conhecidos ou em desenvolvimento, e apresentam resumos de artigos escritos pelo autor dessa monografia, individualmente ou em colaboração, a partir de 1994. Alguns desses artigos já apareceram em periódicos; outros tiveram versões preliminares apresentadas em congressos; e pelo menos um ainda está em elaboração. A construção e análise de sistemas adaptativos estáveis utilizando controladores por equivalência à certeza é o objeto do Capítulo 5, que contém um resumo do material apresentado nos artigos [21, 12]. O Capítulo 6 resume uma contribuição para o estudo da robustez de sistemas de controle adaptativo [20]. Finalmente, o projeto de controladores adaptativos diretos utilizando conceitos de controle ótimo linear-quadrático é o tema dos artigos [15] e [17], resumidos no Capítulo 7.

Alguns assuntos importantes para a teoria de controle adaptativo não recebem tratamento mais aprofundado no presente texto, por exemplo: as técnicas de controle adaptativo utilizando modelo de referência, discutidas em livros texto facilmente disponíveis, tais como [8, 1, 2, 13, 23, 7]; o controle adaptativo de sistemas não-lineares [6]; e os chamados controladores universais [8, 4].

2. Conceitos de Controle Adaptativo

Um problema de controle adaptativo. Considere a planta linear, invariante no tempo, de dimensão um

$$(\Sigma_P) \qquad \dot{y} = ay + bu,$$

Simulação

onde $u(t) \in \mathbb{R}$ é uma entrada de controle, $y(t) \in \mathbb{R}$ é a saída medida, e a, b são constantes desconhecidas. Será possível estabilizar (Σ_P) usando uma realimentação (possivelmente dinâmica e não-linear) de saída? Uma condição necessária é *estabilizabilidade:* $b \neq 0$ ou $a < 0$. *Detectabilidade* é satisfeita automaticamente porque o sistema é observável. Enquanto estivermos projetando controladores não-lineares capazes de estabilizar (Σ_P) na ausência de informação completa sobre a e b, adotaremos o ponto de vista adaptativo: sintetizar um controlador que se auto-ajuste com base no comportamento observado da planta ao mesmo tempo em que envia um sinal de controle a ela.

O princípio da equivalência à certeza. Se (a, b) fossem conhecidos, usaríamos a realimentação

$$(\Sigma_R) \qquad u = fy + gv,$$

que resultaria no sistema em malha fechada

$$\dot{y} = (a + bf)y + bgv.$$

$\dot{y}_p = \hat{a} y_p + \hat{b} u_p$

$u_p = f y_p = -\frac{\hat{a}+\gamma}{\hat{b}} y_p$

$\dot{y}_p = \hat{a} y_p - \hat{b} \frac{\hat{a}+\gamma}{\hat{b}} y_p$

$= -\gamma y_p$

Na discussão que segue o sinal externo v não desempenha papel fundamental, portanto tomaremos $g = 0$. Satisfeita a condição $a + bf = -\gamma < 0$, teríamos estabilidade do sistema em malha fechada. Poderíamos portanto escolher $\gamma > 0$ e tomar $f = -\frac{a+\gamma}{b}$ arbitrário, ao menos se $b \neq 0$, isto é, se (Σ_P) for controlável.[1] Sendo a e b desconhecidos, um modo de proceder é o seguinte:

- Escolher um identificador $\Sigma_I(\hat{a}, \hat{b})$ e determinar $(\hat{a}, \hat{b})$ de modo a minimizar o erro $\tilde{y} = \hat{y} - y$ entre a saída da planta e a de Σ_I, conforme esquematizado na Fig. 1.
- Usar o regulador parametrizado (Σ_R) com $f = -\dfrac{\hat{a}+\gamma}{\hat{b}}$ para controlar a planta.

Os parâmetros $(\hat{a}, \hat{b})$ são estimativas de (a, b), e regulador (Σ_R) foi escolhido de forma a estabilizar o modelo de projeto

$$(\Sigma_D) \qquad \dot{y}_D = \hat{a} y_D + \hat{b} u_D.$$

Vale a pena insistir um pouco neste conceito: o modelo de projeto não é um modelo alternativo para a planta, nem um identificador utilizado para gerar um erro de identificação, tampouco um modelo de referência que descreve

[1] Uma fórmula mais geral para f, inspirada em controle ótimo linear-quadrático, é $f = -bp$, onde p é a solução positiva da equação de segundo grau $2ap - b^2p^2 + 1 = 0$, conhecida como equação algébrica de Riccati.

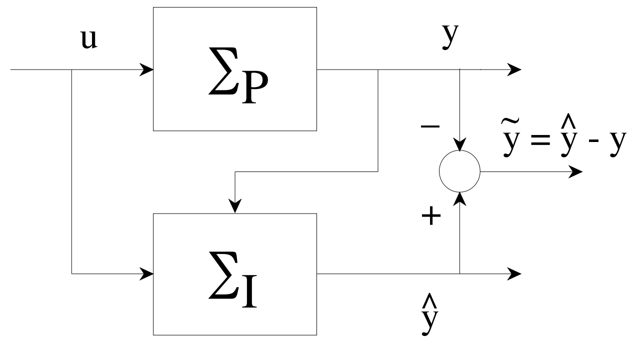

FIGURA 1. Erro de Identificação

um objetivo de comportamento para a planta em malha fechada. O modelo de projeto é um sistema dinâmico parametrizado, no presente caso linear, invariante no tempo, de dimensão um, com parâmetros $\hat{a}$ e $\hat{b}$, que não fará parte do sistema de controle adaptativo. Trata-se de uma construção puramente abstrata, utilizada para projetar um controlador por equivalência à certeza na ausência de conhecimento a respeito dos parâmetros reais da planta.

Na literatura a idéia de projetar um controlador parametrizado como se as estimativas dos parâmetros fossem corretas é conhecida como *Princípio da Equivalência à Certeza.* Quando os parâmetros do controlador são calculados a partir de estimativas de parâmetros do processo, temos um sistema de controle adaptativo *indireto.* Em um sistema de controle adaptativo *direto* os próprios parâmetros do controlador são sintonizados. A Fig. 2 esquematiza a idéia de projetar um regulador parametrizado ou controlador de equivalência à certeza $\Sigma_R(p)$.

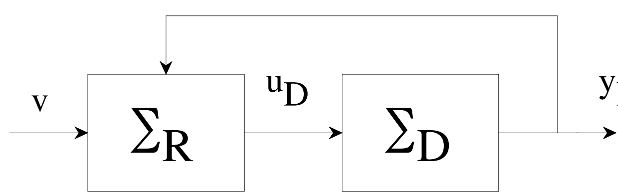

FIGURA 2. Controle por Equivalência à Certeza

O identificador. Como podemos construir Σ_I? Uma primeira tentativa é imitar a planta (Σ_P) com um sistema dinâmico de estado $\hat{y}$:

$$\dot{\hat{y}} = \hat{a}\hat{y} + \hat{b}u.$$

Subtraindo (Σ_P) da equação diferencial de $\hat{y}$ obtemos

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{y}} &= \hat{a}\hat{y} + \hat{b}u - ay - bu \\ &= a\tilde{y} + (\hat{a} - a)\hat{y} + (\hat{b} - b)u.\end{aligned}$$

Esse método só funciona se $a < 0$, isto é, se a planta que desejamos controlar for estável, como fica claro se supusermos momentaneamente que $\hat{a} = a$ e $\hat{b} = b$. Isso não é surpreendente pois o valor medido de y não está sendo usado para obter $\hat{y}$. Uma construção mais promissora, por analogia ao conhecido observador assintótico, envolve realimentar o erro de identificação através de uma injeção de saída $(\hat{a} + \lambda)\tilde{y}$:

(Σ_I) $$\dot{\hat{y}} = \hat{a}\hat{y} + \hat{b}u - (\hat{a} + \lambda)\tilde{y} = -\lambda\tilde{y} + \hat{a}y + \hat{b}u.$$

Erro de estimação de $\hat{a}$, $\hat{b}$.
$\tilde{y} = \hat{y} - y$

Aqui λ é uma constante positiva arbitrária. Subtraindo (Σ_P) de (Σ_I) obtemos

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{y}} &= -\lambda\tilde{y} + \hat{a}y + \hat{b}u - ay - bu \\ &= -\lambda\tilde{y} + \underbrace{(\hat{a} - a)}_{\tilde{a}}y + \underbrace{(\hat{b} - b)}_{\tilde{b}}u.\end{aligned}$$

constantes > 0 arbitrárias. (Tem que testar.)

Para tornar o erro de identificação $\tilde{y}$ pequeno, é suficiente tornar o termo $\tilde{a}y + \tilde{b}u$ pequeno.

O sintonizador. Sendo a e b desconhecidos, uma idéia natural é ajustar as estimativas $\hat{a}$ e $\hat{b}$ na direção em que $\tilde{a}y + \tilde{b}u$ decresce em magnitude. Vamos escolher $\kappa_a, \kappa_b > 0$ e fazer

(Σ_T) $$\begin{aligned}\dot{\hat{a}} &= -\kappa_a y\tilde{y} \\ \dot{\hat{b}} &= -\kappa_b u\tilde{y}.\end{aligned}$$

Lei de ajuste

As equações acima descrevem o sintonizador, às vezes também chamado lei de ajuste ou lei adaptativa. Como assumimos a e b constantes, claramente $\dot{\tilde{a}} = \dot{\hat{a}}$ e $\dot{\tilde{b}} = \dot{\hat{b}}$. Para analisar as propriedades do conjunto formado pela planta (Σ_P), identificador (Σ_I), e sintonizador (Σ_T), vamos definir uma função de inspiração Lyapunoviana

$$V = \frac{1}{2}\left(\tilde{y}^2 + \frac{\tilde{a}^2}{\kappa_a} + \frac{\tilde{b}^2}{\kappa_b}\right).$$

Derivando obtemos

$$\begin{aligned}\dot{V} &= \tilde{y}\dot{\tilde{y}} + \frac{\tilde{a}\dot{\tilde{a}}}{\kappa_a} + \frac{\tilde{b}\dot{\tilde{b}}}{\kappa_b} \\ &= \tilde{y}(-\lambda\tilde{y} + \tilde{a}y + \tilde{b}u) - \tilde{a}y\tilde{y} - \tilde{b}u\tilde{y} = -\lambda\tilde{y}^2 \leq 0.\end{aligned}$$

Isso não demonstra estabilidade do sistema adaptativo! Em primeiro lugar, V não é positiva-definida, apenas semidefinida no estado do sistema adaptativo como um todo, que inclui $y, \hat{y}, \hat{a}$, e $\hat{b}$; em segundo lugar, $\dot{V}$ é apenas negativa-definida. O que se pode obter, integrando a equação obtida para $\dot V$, é

$$\int_0^t \dot V = V(t) - V(0) = -\lambda \int_0^t \tilde y^2.$$

Portanto $\tilde a$, $\tilde b$, $\tilde y \in \mathcal{L}^\infty$ (isto é, os três sinais são limitados), e $\tilde y \in \mathcal{L}^2$ (isto é, o erro de identificação tem energia limitada). Note que de forma nenhuma podemos concluir a convergência dos parâmetros $\hat a$ e $\hat b$ para os valores desejados a e b sem hipóteses adicionais. Um contra-exemplo é o caso no qual as condições iniciais dos estados da planta, bem como do observador, são nulas.

Análise do sistema de controle adaptativo indireto. Até agora não consideramos a realimentação propriamente dita. Vamos voltar à análise do sistema linear parametrizado $\Sigma(\hat a, \hat b)$, formado por $(\Sigma_P) + (\Sigma_R) + (\Sigma_I)$, que reescrevemos a seguir:

$$(\Sigma) \qquad \begin{aligned} \dot y &= (a + bf)y \\ \dot{\hat y} &= -\lambda \hat y + (\lambda + \hat a + \hat b f)y. \end{aligned}$$

Usando o regulador por equivalência à certeza resulta

$$\begin{aligned} \dot{\hat y} &= -\lambda \hat y + \left(\lambda + \hat a - \cancel{\hat b}\, \frac{\hat a + \gamma}{\cancel{\hat b}}\right) y \\ &= -\gamma \hat y + (\gamma - \lambda)\tilde y. \end{aligned}$$

As equações acima revelam que o sistema parametrizado (Σ) é detectável através da saída $\tilde y$, para cada valor fixo dos parâmetros $\hat a$ e $\hat b \neq 0$. Senão vejamos: caso $\tilde y$ seja zero, o estado $\hat y$ tende a zero exponencialmente, devido à escolha de $\gamma > 0$. Mas neste caso $y = \hat y - \tilde y$ também tende a zero exponencialmente, ou seja, quando a saída é nula os estados tendem a zero, o que é precisamente uma definição de detectabilidade para sistemas lineares.

Os estados de um sistema detectável cuja saída se mantém pequena devem se manter pequenos também. No caso do sistema (Σ), a veracidade desta intuição fica estabelecida se considerarmos que $\tilde y \in \mathcal{L}^2$ conforme visto anteriormente. Neste caso $\hat y$, a saída de um sistema linear estável (de dimensão um) cuja entrada tem energia finita, tem energia também finita. Mas y é então a diferença entre dois sinais de energia finita, e sua energia é finita também. Então o sistema adaptativo como um todo é estável.

O problema da estabilização. Há um problema com essa linha de raciocínio: $\hat b(t)$ pode ser nulo em algum instante t mesmo que $b \neq 0$. Trata-se do conhecido problema da estabilização: o modelo de projeto (Σ_D) torna-se não controlável quando $\hat b = 0$, e mais do que isso não estabilizável quando $\hat a > 0$ também. Uma forma de enxergar isto é dizer que o pólo instável da função de transferência $\frac{\hat{b}}{s-\hat{a}}$ é cancelado. Esse fato não tem nenhuma relação com a estabilizabilidade de (Σ_P), mas sim com a de (Σ_D).

Várias propostas para lidar com o problema da estabilização podem ser encontradas na literatura:

1. Modificar o sintonizador de forma a manter os parâmetros dentro de um subconjunto no qual (Σ_D) é estabilizável. Esse conjunto deve ser convexo para que os métodos tradicionais de ajuste possam ser aplicados. Por outro lado, para que esta estratégia seja bem-sucedida devemos assumir que os parâmetros do sistema real estejam também contidos no subconjunto. Desta forma, torna-se necessário fazer hipóteses restritivas a respeito da classe de processos possíveis de serem controlados.
2. Reparametrizar o modelo de projeto de modo que não existam singularidades. Isso implica em uma parametrização não-linear de (Σ_D), o que dificulta bastante o ajuste de parâmetros.
3. Estabilizar o modelo de projeto apenas em pontos nos quais ele é estabilizável, abandonando, ao menos parcialmente, a idéia da equivalência à certeza. Dentro de uma região singular, que contém todos valores dos parâmetros para os quais as equações de síntese não tem solução, devemos buscar uma forma alternativa para projetar o controlador. Ou este novo projeto é capaz de garantir a estabilidade do sistema adaptativo como um todo, quer os parâmetros permaneçam dentro da região singular, quer eles a deixem após algum tempo; ou então é necessário usar alguma forma de excitação para forçar a convergência dos parâmetros para seus valores desejados, e portanto para fora da região singular.
4. Abandonar a idéia de computar o controle a partir de estimativas dos parâmetros da planta, e ajustar diretamente os parâmetros do controlador. Isto é, empregar controle direto, por si só ou em combinação com idéias de controle indireto.

Controle adaptativo com modelo de referência. Uma das técnicas mais populares de controle direto é o controle adaptativo com modelo de referência (MRAC). O objetivo de projeto é fazer com que o processo em malha fechada responda a sinais externos de forma semelhante a um sistema ideal. O erro entre a saída medida do processo e a saída deste modelo de referência é usado para ajustar os parâmetros do regulador por realimentação, fazendo um papel análogo ao do erro de identificação em controle indireto. É importante distingüir o modelo de referência do modelo de projeto e também do modelo do processo: são três coisas completamente diferentes. A Figura 3 é o diagrama de um sistema adaptativo com modelo de referência.

$\dot{y} = ay + bu$

Simulação

v: referência

$u = fy + gv$

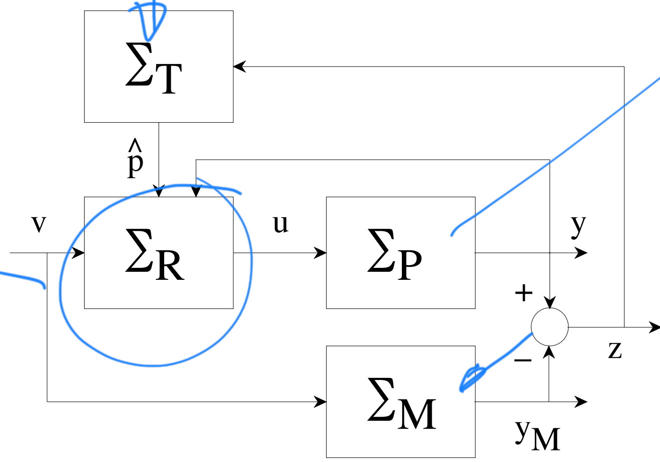

FIGURA 3. Controle Adaptativo com Modelo de Referência

Vamos escolher um modelo de referência estável, linear, de dimensão um, forçado por um sinal externo limitado v

modelo de referência

$$(\Sigma_M) \qquad \dot{y}_M = a_M y_M + b_M v.$$

Com o objetivo de forçar (Σ_P) a seguir (Σ_M) utilizamos o controlador (Σ_R). Vamos definir $f_* = (a_M - a)/b$ e $g_* = b_M/b$. Se fizéssemos $f = f_*$ e $g = g_*$ e aplicássemos o controlador (Σ_R) à planta (Σ_P), resultaria

$$\dot{y} = (a + bf_*)y + bg_*v = a_M y + b_M v.$$

A parte forçada da resposta do sistema acima é igual à de (Σ_M), e devido à estabilidade assumida de (Σ_M), as partes homogêneas de ambas tendem assintoticamente a zero. Os valores desejados de f e g são portanto respectivamente f_* e g_*, ambos é claro desconhecidos, mas bem definidos sob a hipótese de controlabilidade da planta. Vamos escrever $z = y - y_M$ de modo que

erro de controle

$$\begin{aligned}
\dot{z} &= ay + b(fy + gv) - a_M y_M - b_M v \\
&= a_M(y - y_M) + (bf - a_M + a)y + (bg - b_M)v \\
&= a_M z + b(f - f_*)y + b(g - g_*)v.
\end{aligned}$$

Da mesma forma como anteriormente, poderíamos ajustar f e g numa direção tal que $(f - f_*)y + (g - g_*)v$ decrescesse. A dificuldade aqui é que o ganho desconhecido b aparece na equação do erro. Para contorná-la, façamos a

Hipótese 1. *O sinal de b é conhecido.*

Trata-se da primeira das assim chamadas hipóteses clássicas em controle adaptativo. O sintonizador, cuja função é ajustar estimativas $\hat{f}$ e $\hat{g}$, toma a forma

$$(\Sigma_T \text{ direto}) \qquad \begin{aligned} \dot{\hat{f}} &= -\operatorname{sign}(b)\kappa_f y z \\ \dot{\hat{g}} &= -\operatorname{sign}(b)\kappa_g v z. \end{aligned}$$

$f = \hat{f}$
$g = \hat{g}$

A distinção entre os parâmetros $\{f, g\}$ do regulador e suas estimativas $\{\hat{f}, \hat{g}\}$, que pode parecer supérflua e até pedante, é útil para reforçar a diferença conceitual entre os diversos módulos que compõem o controlador adaptativo. Para analisar as propriedades do conjunto formado pela planta (Σ_P), regulador (Σ_R), modelo de referência (Σ_M), e sintonizador (Σ_T direto), definimos

$$V = \frac{1}{2}\left(z^2 + |b|(\hat{f} - f_*)^2 + |b|(\hat{g} - g_*)^2\right).$$

Escolhendo (por simplicidade) $\kappa_f = \kappa_g = 1$ e derivando obtemos

$$\begin{aligned} \dot{V} &= z\dot{z} + |b|(\hat{f} - f_*)\dot{\hat{f}} + |b|(\hat{g} - g_*)\dot{\hat{g}} \\ &= a_M z^2 + b((f - f_*)y + (g - g_*))v)z - |b| \operatorname{sign}(b)((\hat{f} - f_*)y - (\hat{g} - g_*)v)z. \end{aligned}$$

Se então fizermos $f = \hat{f}$ e $g = \hat{g}$, que é a expressão do Princípio da Equivalência à Certeza no presente caso particular de controle direto, resulta

$$\dot{V} = a_M z^2 \leq 0.$$

Portanto $V(t)$ é limitado, o que significa que f, g, e $z \in \mathcal{L}^\infty$, e $z \in \mathcal{L}^2$. Isso é suficiente para estabelecer que $y = y_M + z$ é a soma de um sinal limitado com a resposta de um sistema estável a um sinal de referência limitado; portanto y é limitado. Além disso, a energia da diferença entre y e a saída y_M do modelo de referência é limitada, exatamente como desejávamos.

Controle indireto e controle direto. Um controlador adaptativo indireto opera através de uma identificação explícita, e os parâmetros assim estimados são utilizados para calcular os parâmetros de um controlador estabilizante freqüentemente denominado *regulador auto-ajustável*. Como a maioria da literatura em identificação trata de sistemas discretos em um contexto estocástico, por motivos históricos tanto como implementacionais o controle indireto está associado a problemas estocásticos em tempo discreto. Já em controle adaptativo direto são os próprios parâmetros do controlador que são ajustados, e a identificação de sistemas ocorre apenas de maneira implícita. A teoria de controle adaptativo direto foi originalmente desenvolvida para sistemas contínuos no tempo em uma abordagem determinística, e historicamente o conceito de modelo de referência nela figura de maneira proeminente. Porém nenhum obstáculo existe a uma abordagem estocástica, quer em tempo contínuo quer em tempo discreto, para o controle adaptativo direto. Analogamente o controladores indiretos podem também ser implementados em tempo contínuo, e uma técnica de projeto possível é a que usa um modelo de referência.