Lista 18 - Propriedades do vetor gradiente

(1) Determine o plano tangente e a reta normal às superfícies abaixo, no ponto dado:

(a) $x^2 + 4y^2 + 2z^2 = 7$ no ponto $(-1, -1, -1)$.

(b) $x^2 + 4y^2 - z^2 = 4$ no ponto $(1, -1, 1)$.

(c) $x^5 e^y + 3e^{z-1} z = 4$ no ponto $(1, 0, 1)$.

(2) A função $z = f(x, y)$ é diferenciável e seu gráfico está contido na superfície $x^2 + y^2 + z^2 = 1$. Sabendo-se que $f(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$, determine o plano tangente ao gráfico de f no ponto $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, f(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}))$.

(3) Determine um plano que passa pelos pontos $(5, 0, 1)$ e $(1, 0, 3)$ e que seja tangente à superfície $x^2 + 2y^2 + z^2 = 7$.

(4) O traço da curva diferenciável $\gamma(t)$ está contido na interseção das superfícies $4x^2 + y^2 = 1$ e $x + 2y + z = 2$. Sabe-se que $\gamma(t_0) = (0, 1, 0)$ e que $\gamma'(t_0) \neq \vec{0}$. Determine a reta tangente ao traço da curva γ no ponto $\gamma(t_0)$.

(5) Determine a reta tangente à curva dada por interseção das superfícies $z = x^2 + y^2$ e $4x^2 + y^2 + z^2 = 9$ no ponto $(-1, 1, 2)$.

(6) Determine a reta tangente à curva dada por interseção do cilindro $x^2 + y^2 = 2$ e o gráfico da função $f(x, y) = x^3 + y^3 + 2$ no ponto $(1, 1, 4)$.

(7) Sejam $z = f(x, y)$ uma função diferenciável com $\nabla f(1, 0) = (2, 1)$ e γ uma curva diferenciável em $\mathbb{R}^3$ tal que $\gamma'(t) \neq (0, 0, 0)$, para todo t. Sabe-se que o traço da curva γ está contido na interseção do gráfico de f com a superfície $x^3 + y^3 + yz + xz^3 = 0$. O ponto $(1, 0, -1)$ está no traço de γ. Determine a reta tangente a esta curva neste ponto.